Correction du Test n° 12

Sujet A

1.

2. $(D_t), t \in \mathbb{R} : (t^2 - 1)x - 2ty = 2t(t - 1)$

$$(a) \quad d(B, D_t) = \frac{|t^2 - 1 - 2t - 2t(t - 1)|}{\sqrt{(t^2 - 1)^2 + 4t^2}} = \frac{|-t^2 - 1|}{\sqrt{t^4 + 2t^2 + 1}} = \frac{t^2 + 1}{\sqrt{(t^2 + 1)^2}} = 1 \text{ car } t^2 + 1 > 0$$

pour tout t donc le point $B(1, 1)$ est équidistant de toutes les droites $D_t, t \in \mathbb{R}$.

(b) Soit t un réel fixé. $A(0, 1 - t) \in D_t$ un vecteur directeur de D_t est $\vec{u}_t(2t, t^2 - 1)$ et une

$$\text{représentation paramétrique de la droite } D_t \text{ est } \begin{cases} x = 2tk \\ y = 1 - t + (t^2 - 1)k, k \in \mathbb{R} \end{cases}$$

3. Soit $P = X^4 - 2X^3 + 2X^2 - 2X + 1$

$$(a) \quad P(1) = 0, P'(X) = 4X^3 - 6X^2 + 4X - 2, P'(1) = 4 - 6 + 4 - 2 = 0 \text{ donc}$$

1 est racine au moins double de P et il existe un polynôme Q tel que $P = (X - 1)^2 Q$.

(b) $Q = X^2 + 1$ par division euclidienne

Correction du Test n° 12

Sujet B

1.

2. $(D_t), t \in \mathbb{R} : 2tx - (t^2 - 1)y = 2t(1 - t)$

$$(a) \quad d(B, D_t) = \frac{|2t - t^2 + 1 - 2t(1 - t)|}{\sqrt{(t^2 - 1)^2 + 4t^2}} = \frac{|t^2 + 1|}{\sqrt{t^4 + 2t^2 + 1}} = \frac{t^2 + 1}{\sqrt{(t^2 + 1)^2}} = 1 \text{ car } t^2 + 1 > 0$$

pour tout t donc le point $B(1, 1)$ est équidistant de toutes les droites $D_t, t \in \mathbb{R}$.

(b) Soit t un réel fixé. $A(1 - t, 0) \in D_t$ un vecteur directeur de D_t est $\vec{u}_t(t^2 - 1, 2t)$ et

$$\text{une représentation paramétrique de la droite } D_t \text{ est } \begin{cases} x = 1 - t + (t^2 - 1)k \\ y = (t^2 - 1)k, k \in \mathbb{R} \end{cases}$$

3. Soit $P = X^4 + 2X^3 + 2X^2 + 2X + 1$

$$(a) \quad P(-1) = 0, P'(X) = 4X^3 + 6X^2 + 4X + 2, P'(-1) = -4 + 6 - 4 + 2 = 0 \text{ donc}$$

-1 est racine au moins double de P et il existe un polynôme Q tel que $P = (X + 1)^2 Q$.

(b) $Q = X^2 + 1$ par division euclidienne