Correction TD 14

Exercice 7

$A(1,1)$ $B(3,7)$ $C(-1,3)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$

I milieu de $[AB]$ $(2,4)$

J milieu de $[AC]$ $(0,2)$

1.(a) Equation de (IC) :

$\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur

donc $-x+3y+c=0$

avec $I\in(IC)$: $-2+12+c=0$

$c=-10$

$\boxed{(IC) : -x+3y-10=0}$

Equation de (JB) :

$\overrightarrow{JB}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur

donc (JB) : $5x-3y+c=0$

avec $J\in(JB)$: $-6+c=0$

$c=6$

$\boxed{(JB) : 5x-3y+6=0}$

1.(b) $\{G\}=(JB)\cap(IC)$

$$\begin{cases}-x+3y-10=0\\5x-3y+6=0\end{cases}\quad \begin{matrix}L_1+L_2\\5L_1+L_2\end{matrix}\begin{cases}4x-4=0\\12y-44=0\end{cases}$$

$\boxed{G\left(1 ; \frac{11}{3}\right)}$

2.(a) Médiatrice de $[AB]$: (Δ_1)

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (Δ_1)

donc (Δ_1) : $x+3y+c=0$

avec $I\in(\Delta_1)$: $2+12+c=0$

$c=-14$

$\boxed{(\Delta_1) \cdot x+3y+14=0}$

Médiatrice de $[AC]$: (Δ_2)

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (Δ_2) donc (Δ_2) : $-x+y+c=0$

avec $J\in(\Delta_2)$: $c=-2$

$\boxed{(\Delta_2) : -x+y-2=0}$

2.(b) $\{\Omega\}=(\Delta_1)\cap(\Delta_2)$

$$\begin{cases}x+3y-14=0\\-x+y-2=0\end{cases}\quad \begin{matrix}L_1+L_2\\L_1-3L_2\end{matrix}\begin{cases}4y-16=0\\4x-8=0\end{cases}$$

$\boxed{\Omega(2,4)}$

3.(a) Hauteur relative à $[AB]$ (D_1)

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (D_1) donc (D_1) : $x+3y+c=0$

Or $C\in(D_1)$: $-1+9+c=0$

$c=-8$

$\boxed{(D_1)\ x+3y-8=0}$

Hauteur relative à $[AC]$. (D_2)

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (D_2) donc (D_2) : $-x+y+c=0$

Or $B\in(D_2)$ $-3+7+c=0$ $c=-4$

$\boxed{(D_2) : -x+y-4=0}$

3.(b) $\{H\}=(D_1)\cap(D_2)$

$$\begin{cases}x+3y-8=0\\-x+y-4=0\end{cases}\quad \begin{matrix}L_1+L_2\\L_1-3L_2\end{matrix}\begin{cases}4y-12=0\\4x+4=0\end{cases}$$

$\boxed{H(-1,3)}$ R.q H et C sont confondus

4. $\overrightarrow{\Omega H}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}-2\\-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{GH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{\Omega H}$ et les points Ω, H et G sont alignés

Exercice 10 1. $M(4,-1)$ $\mathcal{D}: x+2y+3=0$

$$d(M,\mathcal{D}) = \frac{|4-2+3|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \boxed{\sqrt{5}}$$

2. $M(0,0)$ $\mathcal{D} = B + \text{Vect}(\vec{u})$ $B(5,3)$ $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$\mathcal{D}: 2x - y + c = 0$ avec $B \in \mathcal{D}$: $10 - 3 + c = 0$

$c = -7$

$\mathcal{D}.$ $2x - y - 7 = 0$

$$d(M,\mathcal{D}) = \frac{|-7|}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{7}{\sqrt{5}}}$$

3. $M(1,-1)$ $B(2,2)$ $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$\mathcal{D}: x + 2y + c = 0$ avec $B \in \mathcal{D}$: $5 + c = 0$ $c = -5$

$\mathcal{D}: x + 2y - 5 = 0$

$$d(M,\mathcal{D}) = \frac{|1-2-5|}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{6}{\sqrt{5}}}$$