

## Devoir maison n° 15

A rendre le jeudi 16 mars 2025

**Exercice 1** On considère les vecteurs  $u_1 = (1, 1, m)$ ,  $u_2 = (1, m, 1)$  et  $u_3 = (m, 1, 1)$ ,  $m \in \mathbb{R}$  étant un paramètre.

On note  $\mathcal{H}$  la famille de vecteurs  $(u_1, u_2, u_3)$  et  $H = \text{Vect}(u_1, u_2, u_3)$ .

- Déterminer les valeurs de  $m$  pour lesquelles  $\mathcal{H}$  est libre.
- Pour cette question, on suppose que  $m = 1$ .
  - Donner une base de  $H$ .
  - Donner un système d'équations cartésiennes de  $H$ .
- Pour cette question, on suppose que  $m = -2$ .
  - Déterminer une base  $\mathcal{B}$  de  $H$ .
  - Décrire  $H$  à l'aide d'une équation cartésienne.
  - Trouver un vecteur  $v$  tel que la famille  $\mathcal{B} \cup \{v\}$  soit une base de l'espace  $\mathbb{R}^3$ .

**Exercice 2** On considère  $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x - y + z - t = 0\}$  et  $G = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x = y\}$ .

- Montrer que  $F$  et  $G$  sont des sous espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^4$ .
- Montrer que  $\dim(F \cap G) = 2$  et déterminer une base  $\mathcal{B}$  de  $F \cap G$ .