

Devoir maison n° 16

A rendre le jeudi 27 mars 2025

Exercice 1 On considère $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4, x + y + z + t = 0\}$ et $G = \{(a, a, a, a), a \in \mathbb{R}\}$.

1. Montrer que F est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$, dont on déterminera une base et la dimension.
2. Montrer que G est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$, dont on déterminera une base et la dimension.
3. Montrer que $\mathbb{R}^4 = F \oplus G$.

Exercice 2 Dans chaque cas, montrer que F est un s.e.v. d'un e.v. E de dimension finie, puis déterminer un supplémentaire de F dans E :

1. $F = \{P \in \mathbb{R}_3[X]; P(1) = P'(1) = 0\}$;
2. F est l'ensemble des matrices carrées d'ordre 2, triangulaires supérieures, et à coefficients réels.
3. $F = \text{Vect}(a_1, a_2, a_3, a_4)$, où $a_1 = (3, 0, 4, 1)$, $a_2 = (0, 1, 2, 1)$, $a_3 = (-5, 0, -2, 3)$ et $a_4 = (2, 1, 2, -1)$.