

Devoir maison n° 17

A rendre le jeudi 3 avril 2025

Exercice 1 1. A , B et C sont trois ensembles finis. Montrer que

$$\text{Card}(A \cup B \cup C) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) + \text{Card}(C) \\ - \text{Card}(A \cap B) - \text{Card}(A \cap C) - \text{Card}(B \cap C) + \text{Card}(A \cap B \cap C).$$

2. Un lycée compte 900 élèves. Trois langues y sont enseignées : anglais, allemand et espagnol. Tout élève apprend au moins une langue et aucun élève n'apprend trois langues. Il y a 880 élèves qui apprennent l'anglais, 292 qui apprennent l'espagnol et 170 qui apprennent l'allemand. Combien y a-t-il d'élèves qui apprennent deux langues ?

Exercice 2 Une urne contient cinq boules rouges numérotées de 1 à 5, et quatre vertes numérotées de 1 à 4.

- On tire successivement et sans remise trois boules. Combien y a-t-il de tirages :
 - au total?
 - bicolores?
 - contenant au plus deux boules rouges?
 - contenant exactement une boule rouge et une boule portant le numéro 3?
- Mêmes questions pour des tirages successifs de trois boules avec remise.
- Mêmes questions pour un tirage simultané de trois boules.

Exercice 3 On range aléatoirement cinq boules numérotées de 1 à 5 dans quatre boîtes également numérotées.

- Quel est le nombre de rangements différents possibles ?
- Quel est le nombre de rangements pour lesquels toutes les boules sont rangées dans la même boîte ?
- Quel est le nombre de rangements pour lesquels deux boîtes exactement sont vides ?
- Quel est le nombre de rangements pour lesquels une seule boîte est vide ?
- En déduire le nombre de rangements pour lesquels aucune boîte n'est vide.