

Correction du Test n° 6

Sujet A

$$1. \arccos\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right) = \frac{5\pi}{6} \quad \arcsin\left(\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right) = -\frac{\pi}{6} \quad \arctan\left(\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right) = \frac{\pi}{6}$$

2. Soit la fonction $f : x \mapsto \arccos(x) + \arcsin(x)$

(a) $D_f = [-1 ; 1]$ et de dérivabilité $D_{f'} =]-1 ; 1[$ et

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0, \forall x \in]-1 ; 1[$$

(b) f est alors constante sur $[-1 ; 1]$. Or $f(0) = \frac{\pi}{2}$ donc

$$\forall x \in [-1 ; 1], \arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$$

3. On considère l'application $f : \begin{cases} \mathbb{N} & \longrightarrow \mathbb{N} \\ n & \longmapsto n^2 \end{cases}$

f est injective car $n^2 = m^2 \Leftrightarrow n = m$ car $n, m \geq 0$.

f n'est pas surjective, donc pas bijective de \mathbb{N} dans \mathbb{N} car 3 par exemple n'a pas d'antécédent par f .

Correction du Test n° 6

Sujet B

$$1. \arccos\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = \frac{2\pi}{3} \quad \arcsin\left(\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = -\frac{\pi}{3} \quad \arctan\left(\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = \frac{\pi}{3}$$

2. Soit la fonction $f : x \mapsto \arcsin(x) + \arccos(x)$

(a) $D_f = [-1 ; 1]$ et de dérivabilité $D_{f'} =]-1 ; 1[$ et

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} = 0, \forall x \in]-1 ; 1[$$

(b) f est alors constante sur $[-1 ; 1]$. Or $f(0) = \frac{\pi}{2}$ donc

$$\forall x \in [-1 ; 1], \arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$$

3. On considère l'application $f : \begin{cases} \mathbb{N} & \longrightarrow \mathbb{N} \\ n & \longmapsto 3n \end{cases}$

f est injective car $3n = 3m \Leftrightarrow n = m$.

f n'est pas surjective, donc pas bijective de \mathbb{N} dans \mathbb{N} car 5 par exemple n'a pas d'antécédent par f .