NOM : .... **Lundi 2 juin 2025**

Test n° 20 et dernier !

Sujet A

1. Étudier la nature de la série de terme général $u_n = \left(\dfrac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

2. (a) Décomposer en éléments simples la fraction $F(X) = \dfrac{1}{(2X+1)(2X+3)}$

   (b) En déduire $S_N = \displaystyle\sum_{n=0}^{N} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$

   (c) En déduire $S = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$

3. Dans une urne se trouvent six boules. Trois sont numérotées 1, deux sont numérotées 2 et la dernière est numérotée 3. On effectue des tirages successifs sans remise de toutes les boules de l'urne.

   Pour chacune des variables aléatoires suivantes, déterminer la loi, l'espérance et la variance :

   (a) X_1 est le nombre de boules numérotées 1 présentes dans l'urne à l'issue du troisième tirage.

   (b) X_2 est le nombre de tirages nécessaires avant de ne plus avoir de boules numérotées 1 dans l'urne.

NOM : .... **Lundi 2 juin 2025**

Test n° 20 et dernier !

Sujet B

1. Étudier la nature de la série de terme général $u_n = \left(\dfrac{n^2}{n^2+1}\right)^{n^3}$

2. (a) Décomposer en éléments simples la fraction $F(X) = \dfrac{1}{(2X-1)(2X+1)}$

   (b) En déduire $S_N = \displaystyle\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

   (c) En déduire $S = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

3. Dans une urne se trouvent six boules. Trois sont numérotées 1, deux sont numérotées 2 et la dernière est numérotée 3. On effectue des tirages successifs sans remise de toutes les boules de l'urne.

   Pour chacune des variables aléatoires suivantes, déterminer la loi, l'espérance et la variance :

   (a) X_1 est le rang du tirage de la boule numérotée 3.

   (b) X_2 est la somme des numéros tirés lors des trois premiers tirages.