Trigonométrie

Exercice 1 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $2 \sin^2 x + 3 \cos x - 4 = 0$ b) $\sin^2 x = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cos x$ c) $\cos(x) + \cos(3x) = 0$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\cos(2x) + \sin(x) > 1$

Exercice 2

1. (a) Calculer $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$ (b) En déduire $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$

2. (a) Calculer $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\sin \frac{\pi}{8}$ (b) En déduire $\cos \frac{5\pi}{8}$ et $\sin \frac{5\pi}{8}$

3. Déduire des questions précédentes $\cos \frac{5\pi}{24}$ et $\sin \frac{5\pi}{24}$.

Exercice 3 Exprimer $\cos x$, $\sin x$ et $\tan x$, en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$, lorsque tout est défini.

Exercice 4 Le but de cet exercice est de calculer la tangente de $\frac{5\pi}{12}$.

1. On considère l'équation $(E) : \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

(a) Déterminer les valeurs interdites de l'équation (E) .

(b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) .

2. Exprimer $\tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ en fonction de $\tan(x)$ puis $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ en fonction de $\tan(x)$.

3. On pose $\alpha = \tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

En vous aidant des deux questions précédentes, montrer que α est solution de l'équation $X^2 - 2\sqrt{3}X - 1 = 0$.

4. Résoudre cette dernière équation et en déduire la valeur de α .

Exercice 5

1. Transformer les expressions suivantes en somme :

a) $\cos x \times \cos(3x)$ b) $\sin(2x) \times \cos(3x)$ c) $\sin(x) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

2. Transformer les expressions suivantes en produit :

a) $\cos(2x) + \cos(3x)$ b) $1 + \cos(2x)$ c) $\sin x - \sin(2x)$