

Trigonométrie

Exercice 1 Donner le cosinus, le sinus puis la tangente, si elle existe, du nombre x :

1. $x = 51\pi$ 2. $x = -\frac{5\pi}{2}$ 3. $x = -\frac{\pi}{4}$ 4. $x = -\frac{23\pi}{3}$ 5. $x = -\frac{5\pi}{6}$ 6. $x = -\frac{17\pi}{6}$

Exercice 2 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. a) $\cos x = -\frac{1}{2}$ b) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\tan x = -1$ d) $3 \tan x + \sqrt{3} = 0$

2. a) $\sin^2 x = \frac{3}{4}$ b) $2 \sin^2 x + 3 \cos x - 4 = 0$ c) $\cos(2x) = \cos x$

d) $\cos(2x) = \sin(x)$ e) $\sin^2 x = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cos x$ f) $\cos(x) + \cos(3x) = 0$

Exercice 3

1. Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi [$ l'inéquation $\cos x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Résoudre dans l'intervalle $] -\pi, \pi]$ l'inéquation $\sin x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\cos(2x) + \sin(x) > 1$

Exercice 4

1. (a) Calculer $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$ (b) En déduire $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$

2. (a) Calculer $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\sin \frac{\pi}{8}$ (b) En déduire $\cos \frac{5\pi}{8}$ et $\sin \frac{5\pi}{8}$

3. Déduire des questions précédentes $\cos \frac{5\pi}{24}$ et $\sin \frac{5\pi}{24}$.

Exercice 5 Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose $x_n = \cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$

1. Donner les valeurs de x_0 , x_1 et x_2 .

2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $x_{n+1}^2 = \frac{x_n + 1}{2}$

3. En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{16}\right)$

Exercice 6 Montrer que $\cos^2(a - b) + \sin^2(a + b) = 1 + \sin(2a) \sin(2b)$ pour tout $a, b \in \mathbb{R}$.

Exercice 7

1. Transformer les expressions suivantes en somme :

a) $\cos x \times \cos(3x)$ b) $\sin(2x) \times \cos(3x)$ c) $\sin(x) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

2. Transformer les expressions suivantes en produit :

a) $\cos(2x) + \cos(3x)$ b) $1 + \cos(2x)$ c) $\sin x - \sin(2x)$