Exercices de physique-chimie
PTSI1 2025-2026

Quentin Roveillo

17 septembre 2025

BY NC SA

Table des matières

I Ondes . . . 3
1 Lois de l'optique géométrique 5
2 Formation des images 7
3 Systèmes optiques 9
4 Propagation d'un signal 11
II Signaux . . . 13
1 Lois de l'électrocinétique 15
2 Circuits linéaires du premier ordre 17
3 Circuits linéaires du deuxième ordre 19
III Mécanique . . . 21
1 Cinématique du point matériel 23
2 Dynamique du point matériel 25
3 Les oscillateurs mécanique 27
4 Énergie, travail, puissance 29
5 Mouvement de particules chargées 31
IV Chimie . . . 33
1 Molécules et solvants 35
2 Transformation de la matière 37
3 Cinétique chimique 39

Première partie

Ondes

Liste des chapitres Ondes

1 Lois de l'optique géométrique **5**
Exercice 1 : Doublage de fréquence . . . 5
Exercice 2 : Expression de l'angle limite de réflexion totale . . . 5
Exercice 3 : Image d'un point au travers d'un miroir plan . . . 5
Exercice 4 : Déviation d'un rayon lumineux . . . 5
Exercice 5 : Incidence de Brewster . . . 5
Exercice 6 : Fibre optique à saut d'indice . . . 5
Exercice 7 : Réfractomètre de Pulfrich . . . 6
Exercice 8 : Demi-Boule de verre : . . . 6
2 Formation des images **7**
Exercice 1 : Constructions graphiques . . . 7
Exercice 2 : Image à l'infini ? . . . 8
Exercice 3 : Distance entre objet et image . . . 8
Exercice 4 : . . . 8
3 Systèmes optiques **9**
Exercice 1 : Pouvoir séparateur de l'œil . . . 9
Exercice 2 : Doublet de Huygens . . . 9
Exercice 3 : Étude d'un téléobjectif d'appareil photographique . . . 9
Exercice 4 : Lentilles de contact . . . 9
Exercice 5 : Lunette astronomique . . . 9
Exercice 6 : Distance hyperfocale . . . 10
Exercice 7 : Photocopieur . . . 10
4 Propagation d'un signal **11**
Exercice 1 : Téléphonie mobile . . . 11
Exercice 2 : Ondes progressives . . . 11
Exercice 3 : Évolution temporelle d'une onde . . . 11
Exercice 4 : Expérience des trous de Young . . . 11

Ondes 1 : Lois de l'optique géométrique

Exercice 1 : Doublage de fréquence

Le rayon laser utilisé à l'observatoire du CERGA pour mesurer la distance Terre-Lune est obtenu par doublage de fréquence à partir d'un laser de longueur d'onde $\lambda_1 = 1{,}064\,\mu\text{m}$.

Q.1 Quelle est la longueur d'onde λ_2 de la lumière envoyée vers la Lune ? Quelle est sa couleur ?

Q.2 On envoie en fait des impulsions durant 0,1 ns. Calculer le nombre d'oscillations du signal lumineux dans une impulsion.

Exercice 2 : Expression de l'angle limite de réflexion totale

Considérons un dioptre séparant deux milieux transparents d'indices n_1 et $n_2 < n_1$. Un rayon lumineux se propageant dans le milieu d'indice n_1 fait un angle i_1 avec la normale au dioptre.

Q.1 Faire un schéma en faisant apparaître le dioptre, la normale au dioptre, l'angle incident, le rayon réfléchi et le rayon réfracté ainsi que les angles d'incidence i_1, de réflexion r et de réfraction i_2. Est-ce que le rayon réfracté s'approche ou s'écarte de la normale au dioptre ?

Q.2 Montrer que le rayon réfracté n'existe que tant que l'angle d'incidence est plus petit qu'un angle i_l dont on donnera l'expression.

Q.3 L'angle i_l est appelé «angle limite de réflexion totale». Expliquer cette dénomination. Que se passe-t-il pour $i_1 > i_l$?

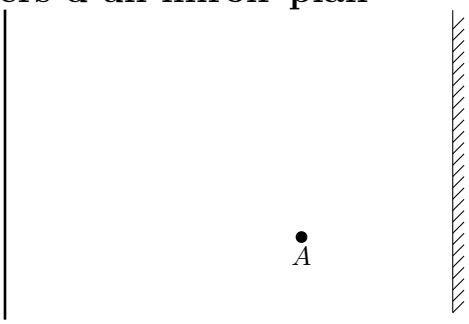
Q.4 Calculer l'angle limite de réflexion totale dans le cas d'une interface eau ($n_v = 1{,}33$)-air ($n_a = 1{,}00$) et diamant ($n_d = 2{,}54$)-air ($n_a = 1{,}00$).

Exercice 3 : Image d'un point au travers d'un miroir plan

On considère un point objet A situé devant un miroir plan.

Q.1 En exploitant la loi de la réflexion de Snell-Descartes, trouver graphiquement la position de l'image A' de A par le miroir plan. Cette image est-elle réelle ou virtuelle ?

Q.2 Montrer que A' est le symétrique de A par le plan du miroir.



Exercice 4 : Déviation d'un rayon lumineux

On considère une goutte d'eau sphérique d'indice $n = 1{,}33$. On se place dans un plan passant par le centre O de la goutte. Un rayon pénètre au point I dans la goutte avec un angle d'incidence i_1. Il se réfracte une nouvelle fois au point J où il émerge de la goutte. Le rayon incident est dirigé par le vecteur $\overrightarrow{u_1}$ et le rayon émergent par le vecteur $\overrightarrow{u_3}$.

Q.1 Exprimer l'angle de déviation $D = (\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_3})$ du rayon lumineux en fonction de i_1 et de r_1.

Q.2 Calculer D pour $i_1 = -45°$.

Exercice 5 : Incidence de Brewster

Un dioptre plan sépare l'air d'indice égal à $n_{air} = 1{,}00$ d'un autre milieu d'indice n. Un rayon lumineux arrive avec un angle d'incidence i sur ce dioptre.

Q.1 Exprimer en fonction de i et de l'angle de réfraction i' l'angle α formé par le rayon partiellement réfléchi avec le rayon réfracté.

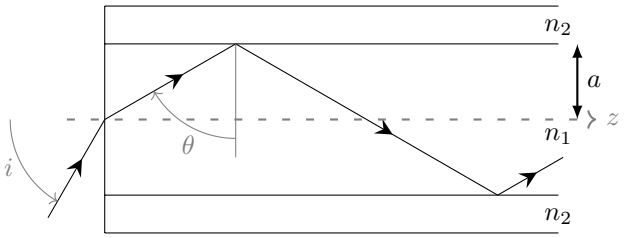
Q.2 En déduire en fonction de n l'expression de l'angle d'incidence i_b tel que le rayon partiellement réfléchi soit perpendiculaire au rayon réfracté.

Exercice 6 : Fibre optique à saut d'indice

On considère un guide d'ondes diélectrique constitué de deux cylindres concentriques de section circulaire, et constitués l'un et l'autre de matériau isolant (la silice). L'indice de réfraction de la partie centrale, appelée cœur, est noté n_1 ; l'indice de la partie périphérique, appelée gaine, est noté n_2, avec $n_2 < n_1$. Le milieu extérieur est l'air, assimilé au vide et donc d'indice égal à 1 (valeur qu'on prendra dans les calculs littéraux).

Dans ce problème, on s'intéresse essentiellement à un type de fibre optique particulier : les fibres à saut d'indice. Dans une fibre à saut d'indice, le coeur et la gaine sont des milieux homogènes : $n_1 = 1{,}456$ et $n_2 = 1{,}410$ sont uniformes. On

note z la direction générale de propagation. Le diamètre du coeur vaut $a = 50\,\mu\text{m}$.



Q.1 Montrer que le rayon lumineux est guidé par réflexion totale dans le coeur (c'est-à-dire qu'il n'en sort pas) si θ est supérieur à une certaine valeur θ_L que l'on exprimera en fonction de n_1 et de n_2. Calculer θ_L.

Q.2 On note i l'ange d'entrée du rayon à l'extérieur de la fibre.

a) Montrer que la valeur maximale de i (notée i_{max}) pour que le guidage soit assuré dans la fibre, vaut :

$$i_{max} = \arcsin\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

b) Calculer numériquement $N = \sin i_{max}$ appelée ouverture numérique de la fibre, puis i_{max}.

Q.3 Schématiser le trajet de la lumière le plus court à travers la fibre.

Q.4 Exprimer la durée τ_1 de ce parcours.

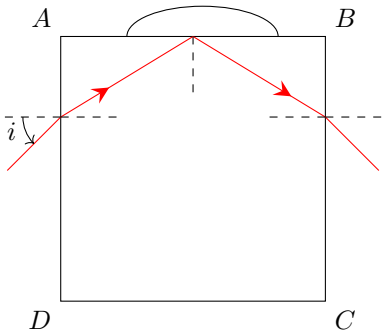
Q.5 Schématiser le trajet de la lumière le plus long à travers la fibre.

Q.6 Exprimer la durée τ_2 de ce parcours.

Q.7 Exprimer la différence de durée de parcours $\Delta t_{max} = \tau_2 - \tau_1$.

Exercice 7 : Réfractomètre de Pulfrich

On veut mesurer l'indice de réfraction n d'un liquide. On dépose une goutte de ce liquide sur un cube de verre transparent d'indice $N = 1{,}50$. On éclaire ce cube par un faisceau lumineux d'incidence i variable sur la face d'entrée AD. On mesure la valeur de l'angle limite d'incidence i_l pour lequelle la goutte apparaît lumineuse.



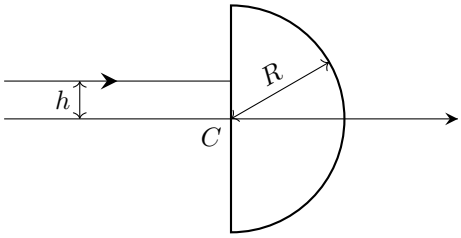
Q.1 Justifier pourquoi pour $i \geqslant i_l$, la goutte est si lumineuse.

Q.2 Déterminer alors l'indice de réfraction n en fonction de N et i_l.

Q.3 Montrer que ce réfractomètre mesure des indices n compris entre deux valeurs à déterminer.

Exercice 8 : Demi-Boule de verre :

On considère une demi-boule de verre de centre C et de rayon, d'indice n. On éclaire cette boule par un faisceau de rayons lumineux parallèle à cet axe. On observe les rayons transmis par le dispositif.



Q.1 Reproduire et légender le schéma ci-dessus.

Q.2 On considère un rayon lumineux proche de l'axe. Dessiner la marche de ce rayon lumineux. On définit le point F' comme l'intersection entre le rayon émergeant de la demi-boule et l'axe de la demi-boule. A quelle distance de C se trouve-t-il ?

Q.3 Montrer que si $h \ll R$ la position de F' est indépendante de h.

Q.4 On considère un rayon lumineux éloigné de l'axe. Quel phénomène observe-t-on ?

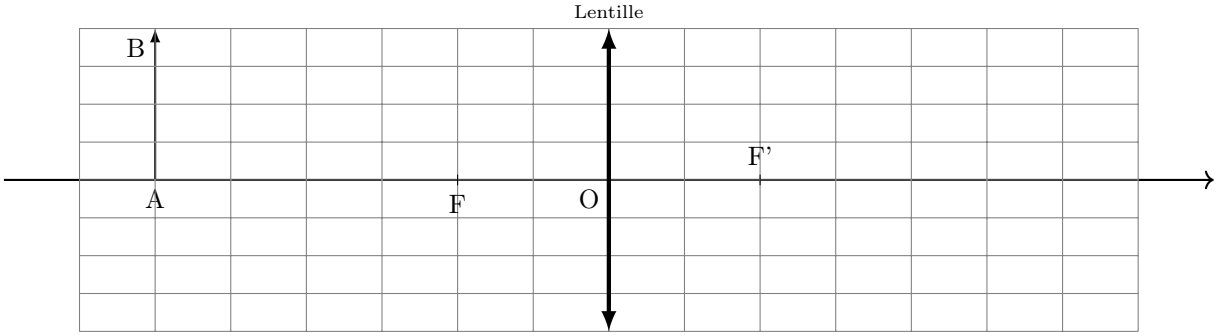
Q.5 En déduire la distance à l'axe à partir de laquelle un rayon incident ne sera pas observé par un observateur placé de l'autre côté du dispositif ?

Ondes 2 : Formation des images

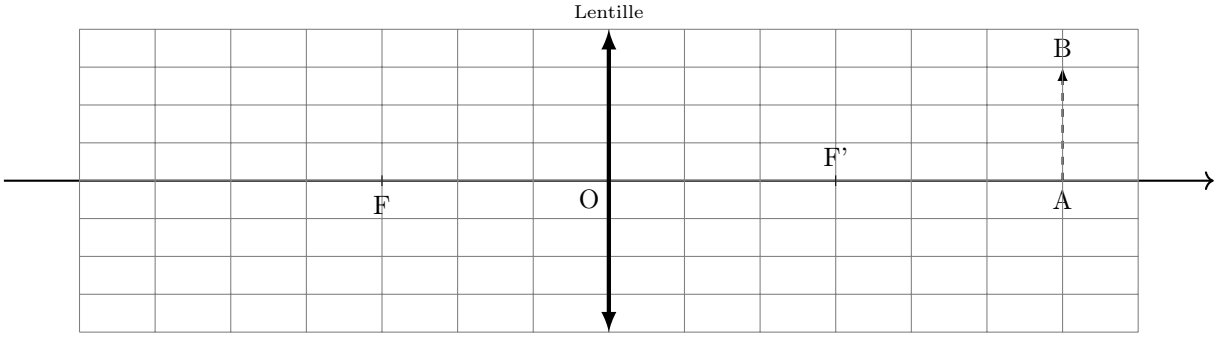
Exercice 1 : Constructions graphiques

Reproduire sur votre feuille et réaliser les constructions demandées à l'aide de trois rayons chaque fois :

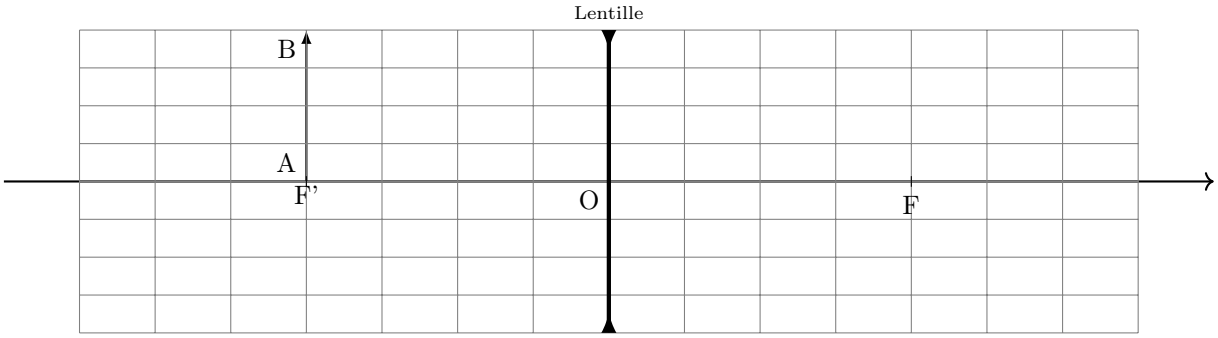
Q.1 Construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille suivante et donner la nature de l'objet :



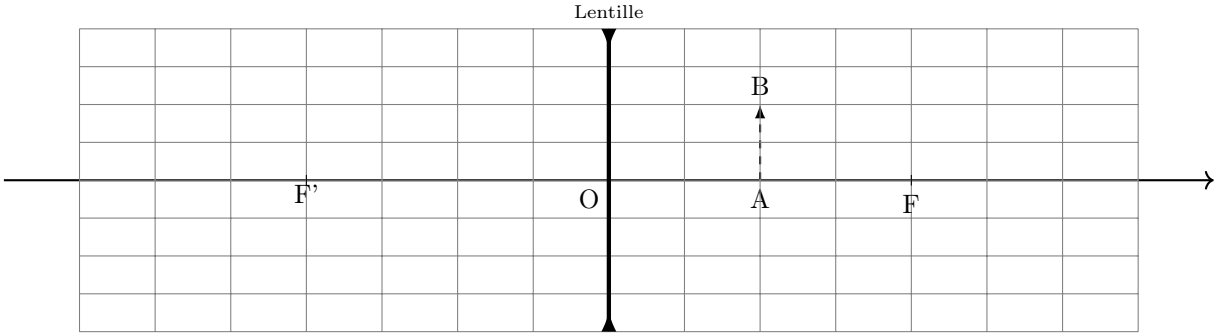
Q.2 Construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille suivante et donner la nature de l'objet :



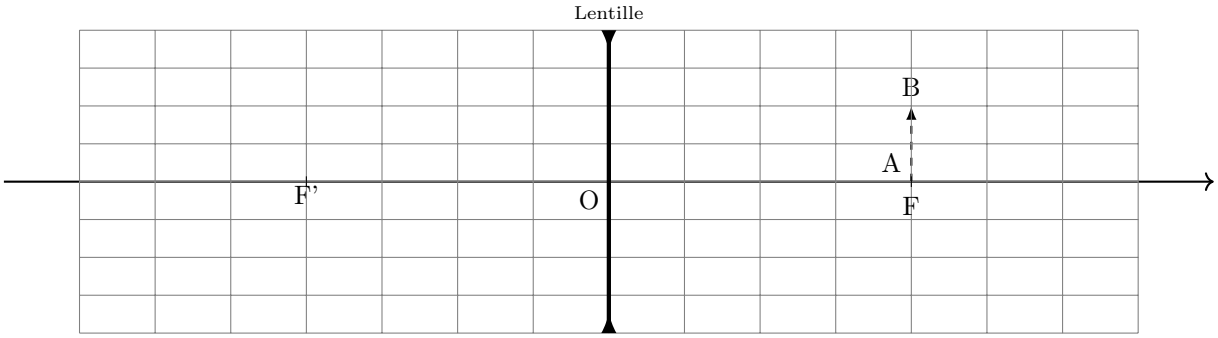
Q.3 Construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille suivante et donner la nature de l'image :



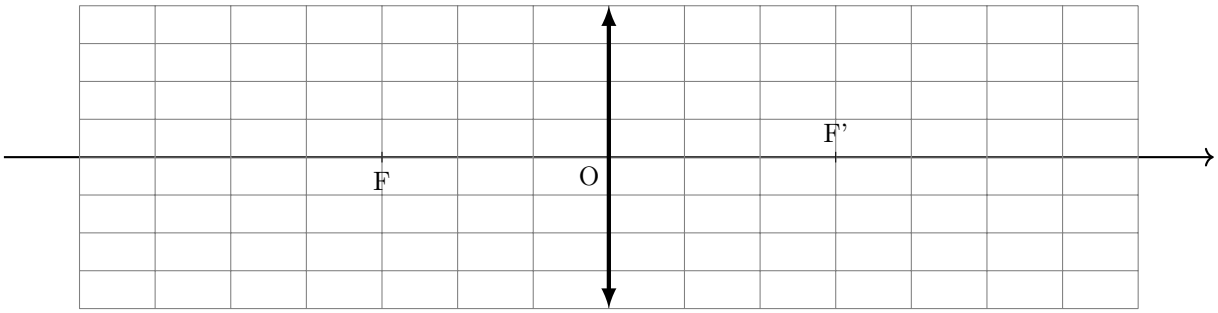
Q.4 Construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille suivante et donner la nature de l'image :



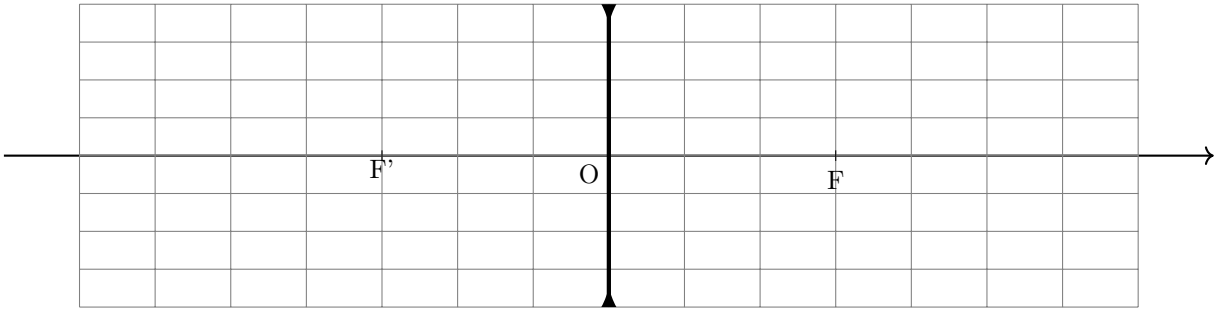
Q.5 Construire graphiquement l'objet AB de l'image $A'B'$ à travers la lentille suivante et donner la nature de l'objet :



Q.6 Construire graphiquement l'image $A'B'$ d'un objet AB situé à l'infini à travers la lentille suivante et donner la nature de l'image :



Q.7 Construire graphiquement l'image $A'B'$ d'un objet AB situé à l'infini à travers la lentille suivante et donner la nature de l'image :



Exercice 2 : Image à l'infini ?

Q.1 On dispose d'une lentille divergente L dont la distance focale est égale à $-40\,\text{mm}$. Quelle doit être la position d'un objet AB de taille égale à $2{,}0\,\text{mm}$ pour que son image $A'B'$ par la lentille soit à l'infini ?

Q.2 Préciser la nature de AB.

Q.3 Sous quel diamètre apparent (le diamètre apparent est l'angle sous lequel on voit un objet lointain), un observateur plaçant son œil derrière la lentille L verra-t-il l'image $A'B'$?

Exercice 3 : Distance entre objet et image

Un objet (AB) et un écran (E) sont fixes et distants de D.

Entre l'objet et l'écran, on déplace une lentille mince convergente de distance focale image f'.

Q.1 Montrer qu'il existe une valeur minimale de D pour laquelle on ne peut pas former d'image sur (E).

Q.2 Calculer la ou les positions de la lentille convergente pour lesquelles on peut former une image nette sur l'écran. Exprimer la différence entre ces deux positions qu'on notera d.

Q.3 Exprimer f' en fonction de D et d.

Exercice 4 :

Une lentille mince donne d'un objet AB réel une image A'B' réelle deux fois plus grande. La distance AA' est de 90 cm.

Q.1 Identifier la nature de la lentille.

Q.2 Faire une construction graphique pour placer AB, A'B', la lentille, F et F'.

Q.3 Déterminer $\overline{OA}$, $\overline{OA'}$ et f' par le calcul.

Ondes 3 : Systèmes optiques

Exercice 1 : Pouvoir séparateur de l'œil

Q.1 Par quoi modélise-t-on l'œil ?

Q.2 Déterminer la distance minimale séparant deux point objets pour que leurs images puissent être vues séparément lorsqu'ils se trouvent à 30 m et 60 m.

Exercice 2 : Doublet de Huygens

On appelle doublet un ensemble de deux lentilles minces de même axe optique. En appelant L_1 et L_2 les deux lentilles (la première lentille rencontrée par la lumière est L_1), on note O_1 et O_2 leurs centres optiques, F_1 et F_2 leurs foyers objets, F_1' et F_2' leurs foyers images. Un doublet est caractérisé par les distances focales image des deux lentilles f_1' et f_2' et son épaisseur $e = \overline{O_1O_2}$.

Le doublet de Huygens est tel que : $f_1' = 3a$, $e = 2a$, $f_2' = a$, où a est une longueur quelconque.

Q.1 Déterminer graphiquement la position du foyer image F' du doublet de Huygens (on pourra prendre l'échelle $a = 2\,\text{cm}$).

Q.2 Retrouver ce résultat par un calcul en déterminant l'expression de $\overline{F_2'F'}$.

Q.3 Déterminer graphiquement la position du foyer objet F du doublet de Huygens.

Q.4 Retrouver ce résultat par un calcul en déterminant l'expression de $\overline{F_1F}$.

Exercice 3 : Étude d'un téléobjectif d'appareil photographique

Un téléobjectif est constitué de deux lentilles minces dont les axes optiques coïncident. La lentille d'entrée L_1 a une vergence $C_1 = 10\,\delta$ et est suivie d'une lentille L_2 de vergence $C_2 = -40\,\delta$. La distance O_1O_2 séparant les deux lentilles vaut 8 cm. Un objet AB de hauteur égale à 0,5 m est placé à une distance $d = 100\,\text{m}$ de O_1 sur l'axe optique.

Q.1 Déterminer les caractéristiques de l'image intermédiaire A_1B_1 donnée par L_1.

Q.2 Quel rôle joue cette image pour la seconde lentille ? Déterminer les caractéristiques de l'image définitive $A'B'$.

Q.3 Les résultats de la question précédente sont-ils conformes aux propriétés attendues pour l'image donnée par un téléobjectif sur la pellicule photographique ?

Q.4 Déterminer la position de la lentille convergente unique qui permettrait d'arriver au même résultat. Préciser sa distance focale.

Q.5 Conclure quant à l'intérêt du téléobjectif.

Exercice 4 : Lentilles de contact

La distance cristallin - rétine dans un œil vaut environ 1,50 cm.

Q.1 L'œil normal peut voir nettement les objets entre l'infini et une distance minimale 25 cm du cristallin. Quelles sont donc les valeurs extrémales f'_{PP} et f'_{PR} de la focale du cristallin.

Q.2 un œil myope ne voit pas nettement les objets au-delà de $L = 2\,\text{m}$. Que dire de son cristallin ?

On veut corriger la vision de cet œil afin que ses caractéristiques soient celles d'un œil normal.

Q.3 Montrer que deux lentilles minces L_1 et L_2, de focales f_1 et f_2' accolées en O se comportent comme une unique lentille dont on précisera la focale f'.

Q.4 La correction de la vision de l'œil considéré se fait au moyen de verres de contact, assimilables à des lentilles minces au contact de la lentille modélisant le cristallin. Préciser la nature de ces lentilles. Quelle est leur vergence V_c ?

Exercice 5 : Lunette astronomique

On considère une lunette astronomique formée :

- d'un objectif constitué d'une lentille mince convergente $\mathscr{L}_1$ de distance focale image $f_1' = 25\,\text{cm}$;
- d'un oculaire consitué d'une lentille mince convergente $\mathscr{L}_2$ de distance focale $f_2' = 5\,\text{cm}$.

Ces deux lentilles ont le même axe optique. Cette lunette astronomique est utilisée pour observer Mars. L'axe optique de l'instrument est pointé vers le centre de Mars, on note A et B les points objets situés à deux extrémités opposées de la planète. Les rayons issus de A et B arrivant au niveau de la lunette forment un angle α au niveau de la Terre, appelé angle apparent. On rappelle qu'un œil emmétrope, c'est-à-dire sans défaut, voit net un objet sans accomoder quand celui-ci est placé à l'infini.

Q.1 Quelle doit être la distance entre les centres optiques des lentilles pour que l'utilisateur puisse observer la planète

sans accomoder ?

Q.2 Faire le schéma de la lunette. Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux formé de rayons issus de la planète. On appellera $\overline{A_1B_1}$ l'image intermédiaire.

Q.3 On souhaite photographier cette planète. Où faut-il placer la pellicule ?

Q.4 On note α' l'angle que forment les rayons émergents en sortie de la lunette. L'image finale est-elle droite ou renversée ?

Q.5 La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Exprimer G en fonction de f_1' et f_2'.

Exercice 6 : Distance hyperfocale

On modélise l'objectif d'un appareil photo par une lentille convergente L, de centre O et de distance focale image f'.

Q.1 Lorsque l'appareil est mis au point à l'infini (objet à l'infini), où doit-on placer la pellicule ?

Q.2 On considère un point objet A à la distance d_A devant la lentille. La pellicule est dans la position de la question (1).

a) Exprimer la position $\overline{OA'}$ de l'image A' de A.

b) On note D_L le diamètre utile de la lentille (diamètre du faisceau au niveau de la lentille) et D_A le diamètre de la tache du faisceau sur la pellicule. Exprimer D_A en fonction de D_L, f' et d_A.

c) La pellicule est formée de grains de diamètre ϵ. Quelle est la condition sur ϵ pour que l'image d'un point A situé à une distance d_A soit net ?

d) Calculer la distance d_A minimale (appelée distance hyperfocale) qui donnera une image nette sur la pellicule. Application numérique pour $f' = 3{,}0\,\text{cm}$; $D_L = 2\,\text{mm}$ et $\epsilon = 2\,\mu\text{m}$.

Exercice 7 : Photocopieur

On considère un photocopieur, qui forme l'image d'un document à photocopier sur un récepteur, qui est une surface photosensible. On place à 180 mm du récepteur une lentille L_1 de focale $f_1' = -90$ mm. (figure 1)

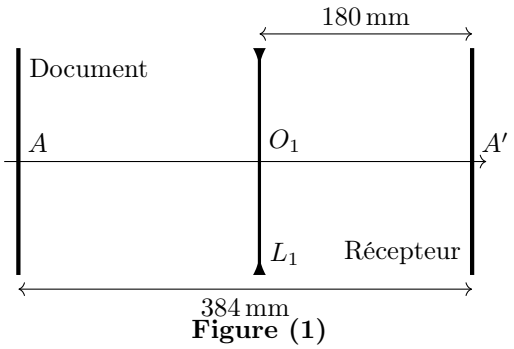


Figure (1)

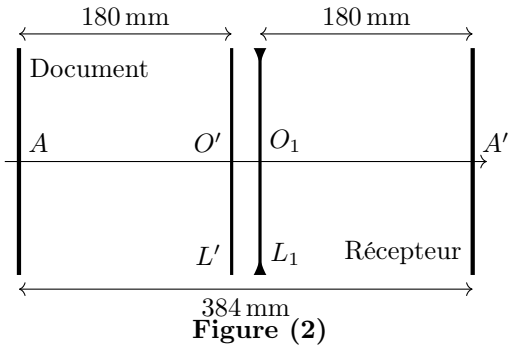


Figure (2)

Q.1 Est-il possible de voir quelque chose sur le récepteur ?

Q.2 On place ensuite une lentille L' à 180 mm du document (figure 2). Déterminer sa focale pour obtenir une image sur le récepteur.

Q.3 Quelle est la taille de l'image pour un document en format A4 ?

Q.4 L' est en réalisté un système de deux lentilles L_2 et L_3 accolées, avec L_2 identique à L_1. On déplace L_3 pour l'accoler à L_1. Montrer que cette position permet de former l'image sur le récepteur. Quelle est alors la taille de l'image pour un document en format A4 ?

Ondes 4 : Propagation d'un signal

Exercice 1 : Téléphonie mobile

Q.1 La distance entre un téléphone mobile et une antenne-relais est de 2 km. Évaluer le temps qui s'écoule entre l'émission d'un signal par le téléphone et sa réception par l'antenne.

Q.2 Estimer un ordre de grandeur de la longueur d'onde des ondes émises par le téléphone mobile.

Exercice 2 : Ondes progressives

Q.1 Donner la période, la fréquence, la pulsation, le nombre d'onde, le vecteur d'onde, la longueur d'onde et la phase à l'origine de l'onde décrite par

$$s_1(x,t) = 5\sin(2{,}4\times 10^3\pi t - 7{,}0\pi x + 0{,}7\pi)$$

En déduire sa célérité.

Q.2 Une onde sinusoïdale se propage dans la direction des x positifs avec la célérité c. En $x = 0\,\mathrm{m}$, on a :

$$s_2(x=0,t) = S_0\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Donner l'expression de $s_2(x,t)$ et tracer l'allure du signal temporel perçu en $x = \dfrac{\lambda}{4}$.

Q.3 Une onde sinusoïdale se propage dans la direction des x négatifs avec la célérité c. En $t = 0\,\mathrm{s}$, on a :

$$s_3(x,t=0) = S_0\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Donner l'expression de $s_3(x,t)$ et tracer l'allure du signal temporel perçu en $t = \dfrac{T}{4}$.

Q.4 En $x = 0\,\mathrm{m}$ on excite un train d'ondes :

$$s_4(x=0,t) = S_0\exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

avec $T = 0{,}2\,\mathrm{s}$ et $\tau = 1\,\mathrm{s}$. L'onde se propage dans la direction des x positifs à la célérité $c = 2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Donner l'expression de $s_4(x,t)$.

Exercice 3 : Évolution temporelle d'une onde

On considère une onde sonore d'expression :

$$p(x,t) = p_0\cos(\omega t - kx)$$

où ω, $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ et p_0 sont des constantes.

Q.1 Quelles sont la direction et le sens de propagation de l'onde ?

Q.2 Tracer l'allure spatiale de l'onde aux instants $t = 0\,\mathrm{s}$, $t = \dfrac{T}{4}$, $t = \dfrac{T}{2}$ et $t = T$ où T est la période de l'onde.

Q.3 Un microphone est placé en $x = \dfrac{7\pi}{2k}$. Il restitue une tension $u(t)$ similaire à la surpression p régnant en x. Exprimer puis représenter la tension $u(t)$.

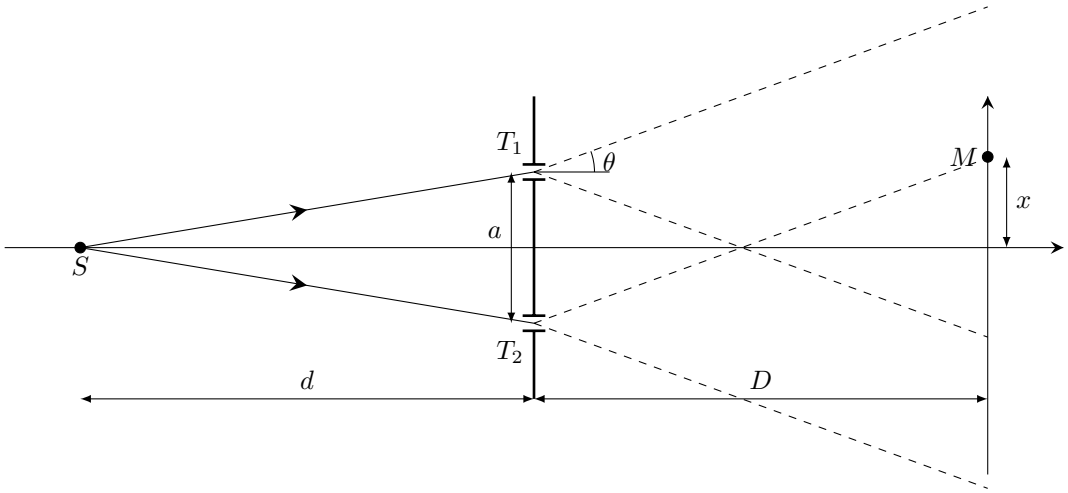
Exercice 4 : Expérience des trous de Young

On considère un dispositif de trous de Young permettant d'observer des interférences lumineuses. Ce dispositif est constitué de deux trous T_1 et T_2 percés dans un écran opaque de rayon $r = 5{,}0\,\mu\mathrm{m}$, séparés d'une distance $a = 50\,\mu\mathrm{m}$. Dans l'expérience considérée ici, les trous sont éclairés par une onde lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$ émise par une source ponctuelle S d'intensité I_0 située à une distance $d = 1{,}0\,\mathrm{m}$ des trous sur l'axe optique, qui correspond à la bisectrice de T_1T_2 perpendiculaire à l'écran contenant les trous. L'indice optique de l'air est supposé égal à 1.

Lorsque la lumière incidente passe au travers d'un trou de petite dimension, un péhnomène de diffraction a lieu. Le faisceau en sortie du trou présente alors un demi-angle d'ouverture θ tel que $\sin(\theta) \sim \dfrac{\lambda}{2r}$.

La faible valeur du rayon r des trous T_1 et T_2 par rapport à λ conduit à des faisceaux de grande ouverture en sortie des trous, permettant aux ondes de se superposer dans un volume de l'espace. La zone où une onde passant par T_1 et

une onde passant par T_2 se superposent est appelée **champ d'interférences**. Un écran est placé dans cette zone à une distance $D = 1{,}0\,\mathrm{m}$ du plan des trous. On y observe des interférences qui se manifestent par une alternance de zones de forte intensité appelées **franges brillantes** et de zones de faible intensité appelées **franges sombres**.



Q.1 Associer aux franges brillantes et sombres le caractère constructif ou destructif de l'interférence lumineuse.

Q.2 Justifier que la frange située sur l'écran au niveau de l'axe optique (au point O) est une frange brillante.

On considère un point M de l'écran d'abscisse x. La différence de marche $\delta(M)$ en M entre les ondes passant par T_2 et par T_1 s'écrit :

$$\delta(M) = (ST_2M) - (ST_1M)$$

où $(ST_iM) = (ST_i) + (T_iM)$ représente le chemin optique entre S et M en passant par le trou T_i.

Q.3 Reproduire le schéma et ajouter les rayons lumineux correspondant aux chamins suivis par les deux ondes se superposant en M.

Q.4 Exprimer $\delta(M)$ en fonction de a, x et D.

Q.5 Montrer que dans l'approximation paraxiale où l'on impose $a, x \ll D$, la différence de marché s'écrit au premier ordre en x/D :

$$\delta(M) \simeq \frac{ax}{D}$$

Pour cela on donne le DL_1 : pour $\epsilon \ll 1$, $\sqrt{1+\epsilon} \simeq 1 + \dfrac{\epsilon}{2}$.

Q.6 En utilisant la formule de Fresnel exprimer l'éclairement $I(x)$ sur l'écran :

$$I(x) = 2I_0(1 + \cos(\Delta\varphi))$$

Q.7 On appelle **interfrange** i, la distance séparant deux franges brillantes sur l'écran. Déterminer l'expression de l'interfrange i et calculer sa valeur.

Q.8 Déterminer le diamètre d_e du champ d'interférences au niveau de l'écran et calculer sa valeur.

Q.9 En déduire le nombre de franges brillantes observables sur l'écran.

Deuxième partie

Signaux

Liste des chapitres Signaux

1 Lois de l'électrocinétique **15**
Exercice 1 : Association de résistances . . . 15
Exercice 2 : Caractère récepteur ou générateur de dipôles inconnus . . . 15
Exercice 3 : Résistance de sortie d'un générateur . . . 15
Exercice 4 : Détermination d'un courant . . . 15
Exercice 5 : Ponts diviseurs . . . 16
Exercice 6 : Ponts diviseurs . . . 16
Exercice 7 : Étude de circuits résistifs . . . 16
Exercice 8 : Double pont diviseur de tension . . . 16
2 Circuits linéaires du premier ordre **17**
Exercice 1 : Charge d'un condensateur . . . 17
Exercice 2 : Décharge d'un condensateur . . . 17
Exercice 3 : Circuit inductif . . . 17
Exercice 4 : Conditions initiales . . . 17
Exercice 5 : Étude d'un circuit à deux mailles . . . 18
Exercice 6 : Charge d'un condensateur . . . 18
Exercice 7 : Charge d'une bobine . . . 18
Exercice 8 : Décharge d'un condensateur dans un autre . . . 18
3 Circuits linéaires du deuxième ordre **19**
Exercice 1 : Mesure de déphasage . . . 19
Exercice 2 : Circuit LC . . . 19
Exercice 3 : Réponse d'un circuit RLC à un échelon de tension . . . 19
Exercice 4 : Mise en cascade de 2 cellules RC . . . 20
Exercice 5 : Influence d'un condensateur sur un circuit RL . . . 20

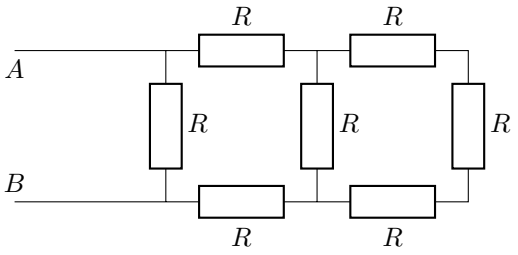
Signaux 1 : Lois de l'électrocinétique

Exercice 1 : Association de résistances

Q.1 Démontrer que deux résistances en séries sont équivalentes à une unique résistance dont on donnera l'expression.

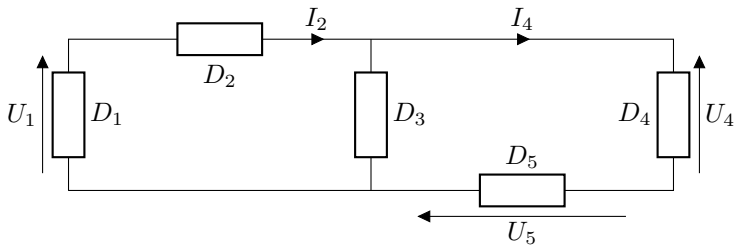
Q.2 Démontrer que deux résistances en parallèle sont équivalentes à une unique résistance dont on donnera l'expression.

Q.3 Calculer la résistance équivalente du circuit ci-dessous :



Exercice 2 : Caractère récepteur ou générateur de dipôles inconnus

Dans le circuit ci-dessous, on donne $U_1 = -2\,\mathrm{V}$, $U_4 = -3\,\mathrm{V}$, $U_5 = 1\,\mathrm{V}$, $I_2 = -1\,\mathrm{mA}$ et $I_4 = 1\,\mathrm{mA}$.



Q.1 Reproduire le schéma en représentant toutes les tensions et tous les courants inconnus.

Q.2 Déduire la valeur de ces courants et tensions.

Q.3 Calculer la puissance reçue pour chacun des dipôles.

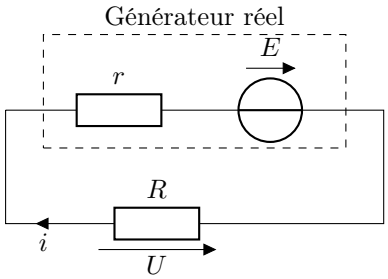
Q.4 En déduire le caractère générateur ou récepteur de chacun des dipôles.

Exercice 3 : Résistance de sortie d'un générateur

Prenons un générateur réel pour alimenter une résistance de charge R, on note U la tension à ses bornes. La tension commandée est la tension E. La résistance interne r est appelée «résistance de sortie du générateur».

Q.1 Exprimer la tension mesurée U en fonction des résistances et de la tension commandée E.

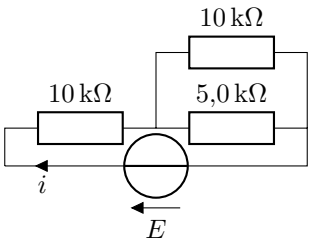
Q.2 Quelle condition sur la résistance de charge R par rapport à la résistance interne pour que la tension U soit égale à la tension de commande E ?



Générateur de tension réel débitant sur une résistance.

Exercice 4 : Détermination d'un courant

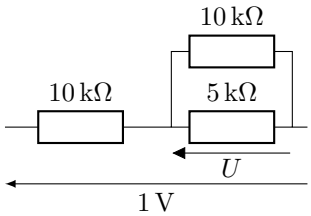
Q.1 Déterminer le courant i dans le circuit avec $E_0 = 1\,\mathrm{V}$.



Exercice 5 : Ponts diviseurs

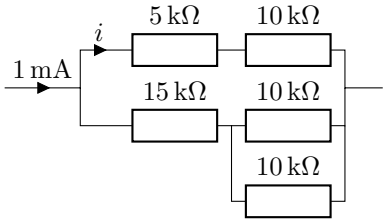
Q.1 Démontrer la formule du pont diviseur de tension.

Q.2 Combien vaut la tension U dans le circuit ci-dessous ?



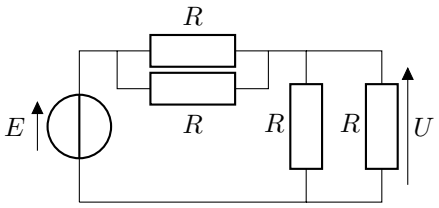
Q.3 Démontrer la formule du pont diviseur de courant.

Q.4 Combien vaut le courant i dans le circuit ci-dessous ?

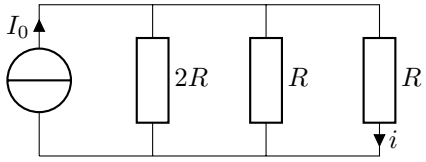


Exercice 6 : Ponts diviseurs

Q.1 Calculer U dans le montage suivant :

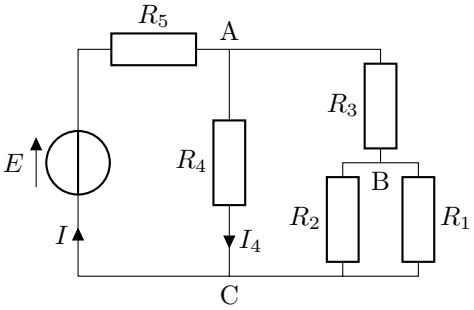


Q.2 Calculer i dans le montage suivant :



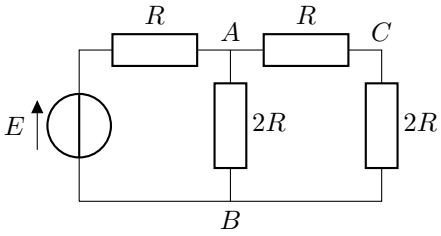
Exercice 7 : Étude de circuits résistifs

Dans le circuit ci-contre, calculer U_{AC}, U_{BC}, I et I_4. On précise $R_1 = 12\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$, $R_4 = 40\,\Omega$, $R_5 = 50\,\Omega$ et $E = 10\,\mathrm{V}$



Exercice 8 : Double pont diviseur de tension

Dans ce circuit les valeurs des composants on a : $R = 10\,\Omega$ et $E = 5\,\mathrm{V}$



Q.1 Calculer la résistance équivalente R_{AB} (R_2, R_3, R_4) entre les points A et B.

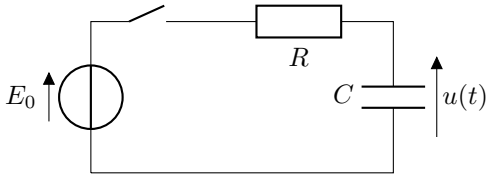
Q.2 En utilisant deux fois la formule du diviseur de tension calculer U_{CB}.

Signaux 2 : Circuits linéaires du premier ordre

Exercice 1 : Charge d'un condensateur

On étudie théoriquement le montage électrique ci-contre :

- la tension E_0 est une fonction constante ;
- l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$;
- le condensateur est initialement déchargé.



Q.1 Sans établir d'équation différentielle, indiquer la valeur de la tension u_∞ après un temps très long.

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

Q.3 Donner en la justifiant la vleur de $u(t = 0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur et résoudre l'équation différentielle.

Q.4 Tracer le graphe de la tension $u(t)$.

Q.5 Calculer $i(t)$ et commenter sa valeur en $t = 0$.

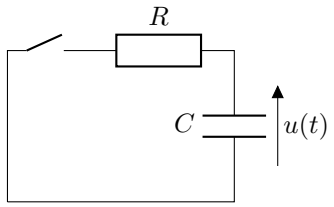
Q.6 Réaliser un bilan de puissance du système et l'interpréter.

Q.7 Calculer les différentes énergies fournies ou reçues au cours de toute la charge.

Exercice 2 : Décharge d'un condensateur

Une fois que le condensateur est chargé depuis longtemps, on ouvre l'interrupteur puis on arrête le générateur et on ferme l'interrupteur. Cela revient à étudier le montage électrique ci-contre :

- l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$;
- le condensateur est initialement chargé à la tension E_0.



Q.1 Sans établir d'équation différentielle, indiquer la valeur de la tension u_∞ après un temps très long.

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

Q.3 Résoudre l'équation différentielle et tracer le graphe de la tension $u(t)$.

Q.4 Réaliser un bilan de puissance du système puis calculer les énergies mises en jeu lors de la décharge. Interpréter les résultats.

Exercice 3 : Circuit inductif

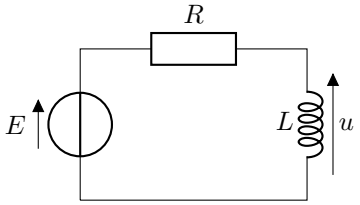
La tension $e(t)$ est nulle pour $t < 0$ et est égale à E pour $t \geqslant 0$.

Q.1 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u la tension aux bornes de la bobine. Quelle est la constante de temps de ce circuit ? On la notera τ.

Q.2 Résoudre cette équation différentielle, on exprimera $u(t)$ en fonction de t, E et τ.

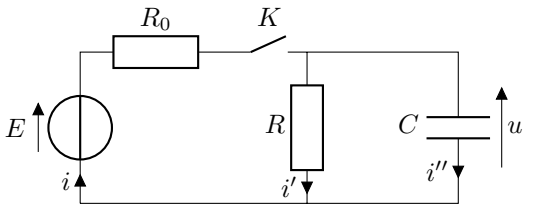
Q.3 Établir un bilan de puissance.

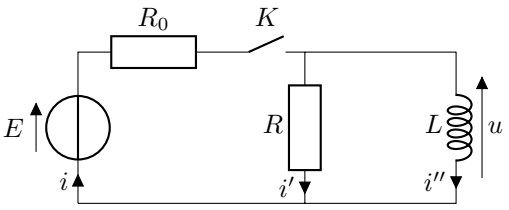
Q.4 Tracer l'allure de $u(t)$.



Exercice 4 : Conditions initiales

On considère les circuits électriques suivant.





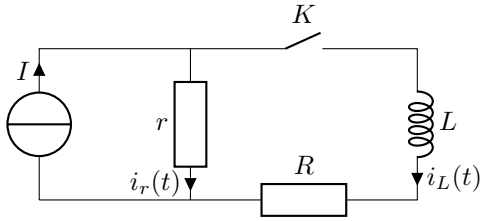
L'interrupteur est ouvert depuis longtemps. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

Q.1 Pour chaque circuit, déterminer les valeurs de i, i', i'' et u à $t = 0^+$.

Q.2 Pour chaque circuit, déterminer les valeurs de i, i', i'' et u en régime permanent.

Exercice 5 : Étude d'un circuit à deux mailles

On considère le montage ci-dessous et on ferme l'interrupteur au temps $t = 0$.



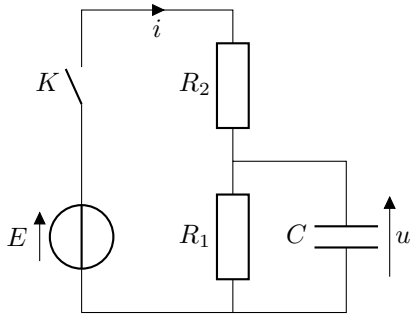
Q.1 Quelles sont les valeurs de $i_r(t)$ et $i_L(t)$ pour $t = 0^+$ et $t \to +\infty$?

Q.2 Trouver l'équation différentielle pour i_L.

Q.3 La résoudre et vérifier le résultat grâce aux valeurs des courants en régime permanent.

Exercice 6 : Charge d'un condensateur

On considère le circuit suivant. Le condensateur de capacité C étant déchargé, on abaisse l'interrupteur K à l'instant $t = 0$.

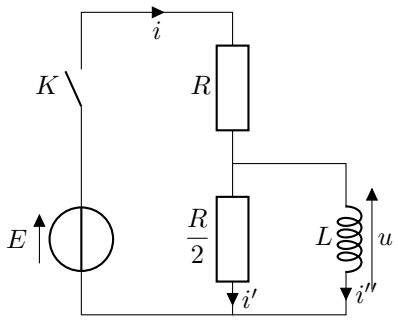


Q.1 Établir, à l'aide des lois de Kirchhoff, l'équation différentielle satisfaite par la tension $u(t)$. Quel est le temps caractéristique ?

Q.2 Quelles sont les expressions de $u(t)$ et $i(t)$?

Exercice 7 : Charge d'une bobine

Dans le circuit représenté ci-dessous le générateur de tension a une force électromotrice constante E. À l'intant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K qui était ouvert depuis très longtemps.



Q.1 Donner les valeurs des intensités i, i' et i'' et de la tension u à $t = 0^+$.

Q.2 Que vaut $u(t)$ quand t tend vers l'infini ?

Q.3 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

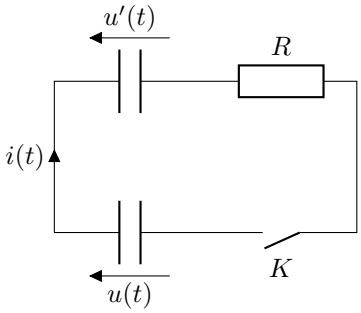
Q.4 En déduire l'expression de $u(t)$ et tracer l'allure de $u(t)$.

Q.5 Exprimer en fonction de L et R le temps t_0 au bout duquel $u(t)$ a été divisée par 10.

Q.6 On mesure $t_0 = 30\,\mu\text{s}$ pour $R = 1000\,\Omega$. En déduire la valeur de L.

Exercice 8 : Décharge d'un condensateur dans un autre

Dans le circuit suivant, les deux condensateurs ont même capacité C. Le condensateur situé en bas est chargé sous la tension $u = U_0$ et le condensateur en haut est déchargé. On ferme alors l'interrupteur K à la date $t = 0$. On pose $\tau = RC$.



Q.1 Exprimer la tension $u'(t)$ en fonction de $u(t)$ et $i(t)$.

Q.2 Exprimer $i(t)$ en fonction de $u(t)$. Exprimer $i(t)$ en fonction de $u'(t)$.

Q.3 En déduire une relation entre $u(t)$ et $u'(t)$.

Q.4 En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour $t \geqslant 0$.

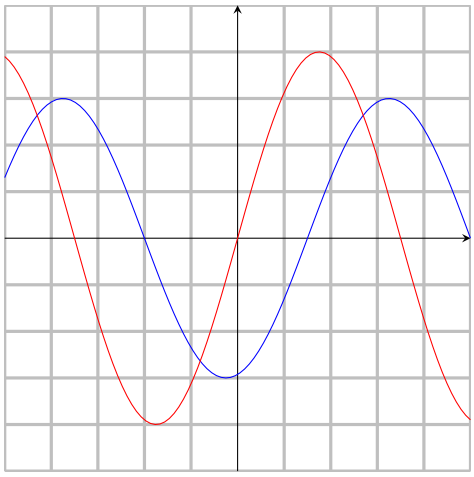
Q.5 En déduire les expressions des tensions $u(t)$ et $u'(t)$. Tracer leur allure sur un même graphe.

Q.6 À partir d'un bilan énergétique, déterminer l'énergie E_R reçue par la résistance au cours du régime transitoire.

Signaux 3 : Circuits linéaires du deuxième ordre

Exercice 1 : Mesure de déphasage

Le figure représente un écran d'oscilloscope avec deux signaux sinusoïdaux de même fréquence $s_1(t)$ (en rouge) et $s_2(t)$ (en bleu). Une division correspond à 20 ms.



Q.1 Déterminer la période T des signaux. En déduire la pulsation ω des signaux ainsi que la fréquence f.

Q.2 Déterminer un instant t_1 où la phase $\Phi_1(t_1)$ du signal s_1 vaut 0.

Q.3 Déterminer un instant t_2 où la phase $\Phi_2(t_2)$ du signal s_2 vaut 0.

Q.4 Déterminer le décalage temporel $\Delta t = t_2 - t_1$ entre les deux signaux.

Q.5 En considérant que $\Phi_1(t) = \omega t$ et $\Phi_2(t) = \omega t + \varphi$, trouver une relation entre φ, ω et Δt.

Q.6 Calculer le déphasage de s_2 par rapport à s_1.

Cet exercice détaillé correspond à une unique question dans les exercices que vous rencontrerez à l'avenir : "Calculer le déphasage entre les deux signaux"

Exercice 2 : Circuit LC

Soit un circuit LC série alimenté par un générateur de tension de f.e.m E. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur :

Q.1 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ la tension aux bornes du condensateur.

Q.2 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement déchargé et la bobine est initialement déchargée.

Q.3 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement chargé tel que $u_C(t = 0) = E$ et la bobine est initialement déchargée.

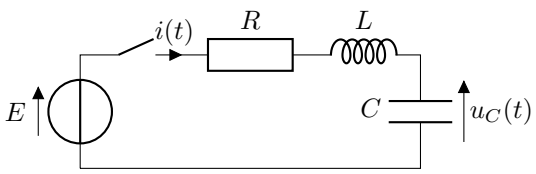
Q.4 Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ le courant délivré par le générateur.

Q.5 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement déchargé et la bobine est initialement déchargée.

Q.6 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement chargé tel que $u_C(t = 0) = E$ et la bobine est initialement déchargée.

Exercice 3 : Réponse d'un circuit RLC à un échelon de tension

On s'intéresse à l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur dans le circuit RLC série ci-dessous. Avant la fermeture de l'interrupteur, le condensateur est supposé déchargé.



Q.1 Que vaut la tension $u_C(t)$ très longtemps après avoir fermé l'interrupteur ?

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$. Donner l'expression du facteur de qualité du circuit Q, de la pulsation propre ω_0 ainsi que la tension d'équilibre u_{eq}.

Q.3 Donner les conditions initiales $u_C(t = 0)$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t = 0)$.

Q.4 On prend $E = 10\,\text{V}$, $R = 1\,\text{k}\Omega$, $L = 10\,\text{mH}$ et $C = 1\,\mu\text{F}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

c) Montrer que l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire est de $\dfrac{5}{\omega_0 Q}$.

d) Tracer $u_C(t)$.

Q.5 On prend $E = 10\,\text{V}$, $R = 0{,}1\,\text{k}\Omega$, $L = 1\,\text{mH}$ et $C = 1\,\text{nF}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

c) Montrer que Q est l'ordre de grandeur du nombre de pseudo-oscillations visibles.

d) Tracer $u_C(t)$.

Q.6 On prend $E = 10\,\text{V}$, $R = 2\,\text{k}\Omega$, $L = 1\,\text{mH}$ et $C = 1\,\text{nF}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

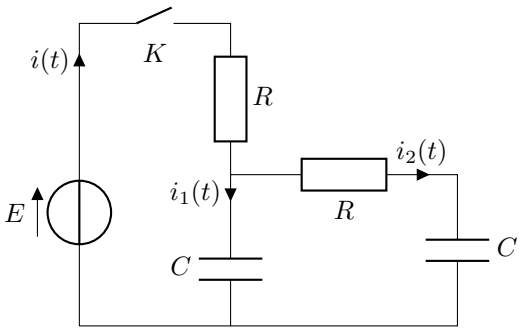
c) Tracer $u_C(t)$.

Q.7 Déterminer l'énergie totale E_G fournie par le générateur ainsi que l'énergie E_{LC} emmagasinée dans la bobine et le condensateur à la fin du régime transitoire en fonction de C et E.

Q.8 En déduire l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance. Ces résultats dépendent-ils du régime dans lequel se trouve le circuit ? Interpréter le cas limite $R \to 0$.

Exercice 4 : Mise en cascade de 2 cellules RC

On met en cascade 2 cellules RC identiques comme l'indique la figure ci-contre. Initialement les deux condensateurs sont déchargés et l'interrupteur K est ouvert. À $t = 0$ on ferme K.



Q.1 Déterminer sans calcul et en le justifiant : $i_1(t = 0^+)$, $i_2(t = 0^+)$ et $i(t = 0^+)$

Q.2 Déterminer sans calcul et en le justifiant : $\lim\limits_{t\to+\infty} i_1(t)$, $\lim\limits_{t\to+\infty} i_2(t)$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} i(t)$

Q.3 Pour $t > 0$, déterminer l'équation différentielle reliant i_1 et i_2.

Q.4 Déterminer l'équation différentielle reliant $i(t)$ et $i_2(t)$.

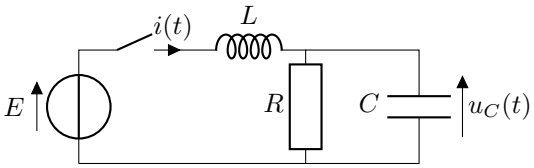
Q.5 Déduire des 2 équations ci-dessus, l'équation différentielle vérifiée par $i_2(t)$.

Q.6 Résoudre l'équation différentielle pour déterminer l'évolution de $i_2(t)$.

Q.7 Tracer $i_2(t)$. À quelle date t_M $i_2(t)$ est-elle maximum ?

Exercice 5 : Influence d'un condensateur sur un circuit RL

Considérons le circuit représenté ci-dessous où le condensateur et la bobine sont initialement déchargés.
Le générateur de tension est idéal de f.e.m E et à $t = 0$ on ferme l'interrupteur.



Q.1 Donner en le justifiant les valeurs de $i(t = 0^+)$, $u_C(t = 0^+)$.

Q.2 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ le courant délivré par le générateur. Mettre l'équation différentielle sous forme canonique en introduisant Q et ω_0.

Q.3 En supposant que $Q < \dfrac{1}{2}$, donner la forme de la solution $i(t)$ de l'équation différentielle. On déterminera les constantes d'intégrations en fonction de C, E, ω_0, et Q.

Q.4 Tracer l'allure de la courbe de $i(t)$.

Q.5 Déterminer l'expression de $u_C(t)$.

Troisième partie

Mécanique

Liste des chapitres Mécanique

1 Cinématique du point matériel **23**
Exercice 1 : Mouvement rectiligne uniformément accéléré . . . 23
Exercice 2 : courbe uniformément accéléré . . . 23
Exercice 3 : Dérivation de vecteurs dans la base cylindrique . . . 23
Exercice 4 : Étude de mouvements circulaires . . . 23
Exercice 5 : Test d'accélération d'une voiture . . . 24
Exercice 6 : Interpellation pour vitesse scessive . . . 24
Exercice 7 : Satellite géostationnaire . . . 24
Exercice 8 : Clothoïde, courbe des autoroutes . . . 24
2 Dynamique du point matériel **25**
Exercice 1 : Chute libre sans frottements . . . 25
Exercice 2 : Chute libre avec frottements fluides linéaires . . . 25
Exercice 3 : Chute libre avec frottements fluides quadratiques . . . 25
Exercice 4 : Le pendule simple . . . 25
Exercice 5 : Plan incliné . . . 26
Exercice 6 : Balle immergée . . . 26
Exercice 7 : Glissade sur un igloo . . . 26
3 Les oscillateurs mécanique **27**
Exercice 1 : Ressort horizontal . . . 27
Exercice 2 : Ressort non amorti horizontal . . . 27
Exercice 3 : Ressort amorti vertical . . . 27
Exercice 4 : Oscillations d'un flotteur sur l'eau . . . 27
Exercice 5 : Amortisseur de voiture . . . 27
Exercice 6 : Étude d'un haut-parleur . . . 28
Exercice 7 : Système à deux ressorts . . . 28
4 Énergie, travail, puissance **29**
Exercice 1 : Applications directes . . . 29
Exercice 2 : Travail d'une force . . . 29
Exercice 3 : Étude du pendule simple . . . 29
Exercice 4 : Curling . . . 30
Exercice 5 : Looping . . . 30
Exercice 6 : Cycliste au Tour de France . . . 30
5 Mouvement de particules chargées **31**
Exercice 1 : Action d'un champ magnétique sur un proton ou sur un électron . . . 31
Exercice 2 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme . . . 31
Exercice 3 : Analyseur à temps de vol linéaire . . . 31
Exercice 4 : Filtre de vitesse . . . 31
Exercice 5 : Imprimante jet d'encre . . . 32
Exercice 6 : Action de 2 champs magnétiques successifs . . . 32
Exercice 7 : Mesure du rapport e/m . . . 32

Mécanique 1 : Cinématique du point matériel

Exercice 1 : Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Considérons un point matéiel défini par une vitesse initiale $\overrightarrow{v}(0)$ de norme v_0 et par une accélération constante de norme a_0, colinéaire au vecteur cinématique vitesse initiale dans le référentiel lié au sol.

Q.1 Définir le repère et le système de coordonnées adaptés à l'étude de ce problème.

Q.2 Donner l'expression du vecteur cinématique accélération dans le repère choisi.

Q.3 En utilisant l'expression du vecteur cinématique accélération donnée dans l'énoncé, obtenir les équations du mouvement.

Q.4 Obtenir le vecteur vitesse en intégrant les équations du mouvement précédemment obtenues. En déduire l'expression de la vitesse, c'est-à-dire la norme du vecteur vitesse.

Q.5 Faire de même pour obtenir le vecteur position en intégrant les expressions obtenues pour les composantes de la vitesse.

Q.6 Représenter sur un schéma la trajectoire du mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Q.7 Représenter la position et la vitesse du point en fonction du temps dans le cas $a_0 > 0$ et $v_0 > 0$.

Q.8 Faire de même dans le cas $a_0 > 0$ et $v_0 < 0$.

Exercice 2 : courbe uniformément accéléré

Considérons un point matériel défini par une vitesse initiale $\overrightarrow{v}(0)$ de norme v_0 et par une accélération constante de norme a_0, orthogonale au vecteur cinématique vitesse initiale dans le référentiel lié au sol.

Q.1 Définir le repère et le système de coordonnées adaptés à l'étude de ce problème, puis donner les expressions des vecteur cinématique vitesse et accélération dans le repère choisi.

Q.2 En utilisant l'expression du vecteur cinématique accélération donnée dans l'énoncé, obtenir les équations du mouvement.

Q.3 Obtenir le vecteur vitesse en intégrant les équations du mouvement précédemment obtenues. On sera particulièrement attentif à la prise en compte du vecteur vitesse initiale, $\overrightarrow{v}(0)$. En déduire l'expression de la vitesse, c'est-à-dire la norme du vecteur vitesse.

Q.4 Faire de même pour obtenir le vecteur position en intégrant les expressions obtenues pour les composantes de la vitesse.

Q.5 Représenter la position et la vitesse du point en fonction du temps dans le cas $a_0 > 0$ et $v_0 > 0$.

Q.6 Déterminer analytiquement l'expression de la trajectoire du point, $y(x)$, dans le plan (x, y). La représenter sur un schéma en faisant apparaître les vecteurs vitesse et accélération à différents instants.

Exercice 3 : Dérivation de vecteurs dans la base cylindrique

Q.1 Représenter la base polaire et exprimer les vecteurs $\overrightarrow{u}_r$ et $\overrightarrow{u}_\theta$ en fonction des vecteurs de la base cartésienne $\overrightarrow{u}_x$ et $\overrightarrow{u}_y$.

Q.2 En se plaçant dans le référentiel où le repère cartésien est fixe, exprimer les dérivées premières des vecteur $\overrightarrow{u}_r$ et $\overrightarrow{u}_\theta$.

Q.3 En déduire l'expression du vecteur vitesse dans le repère cylindrique.

Q.4 En déduire l'expression du vecteur accélération dans le repère cylindrique.

Exercice 4 : Étude de mouvements circulaires

Q.1 Le mouvement étant circulaire, que valent $r(t)$ et $z(t)$ dans le repère cylindrique ? En déduire l'expression du vecteur position.

Q.2 En déduire l'expression du vecteur cinématique vitesse dans ce cas particulier.

On suppose le mouvement uniforme.

Q.3 Justifier que $v(t)$ et $\dot{\theta}(t)$, respectivement la norme de la vitesse et la vitesse angulaire sont constantes. On posera dans la suite $\dot{\theta} = \omega > 0$.

Q.4 En déduire l'expression de T, la période du mouvement, et du vecteur vitesse dans la base polaire.

Q.5 En déduire l'expression du vecteur accélération dans la base polaire.

Q.6 Faire de même dans la base de Frenet. Commenter.

Q.7 On cherche maintenant à caractériser la trajectoire. En supposant la norme du vecteur accélération constante de valeur a_0. Intégrer l'équation du mouvement pour obtenir $\theta(t)$ en utilisant $\theta(0) = 0$. En déduire l'expression du vecteur position dans la base cartésienne.

On suppose maintenant le mouvement non uniforme.

Q.8 Donner l'expression des vecteurs vitesse et accélération dans la base polaire.

Q.9 Faire de même dans la base de Frenet.

Exercice 5 : Test d'accélération d'une voiture

Une voiture est chronométrée pour un test d'accélération en ligne droite avec départ arrêté (vitesse initiale nulle).

Q.1 Elle est chronométrée à 26,6 s au bout d'une distance $D = 180\,\mathrm{m}$. Déterminer l'accélération (supposée constante) et la vitesse atteinte à la distance D.

Q.2 Quelle est alors la distance d'arrêt pour une décélération de $7\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

Exercice 6 : Interpellation pour vitesse scessive

Un conducteur roule à vitesse constante v_0 sur une route rectiligne. Comme il est en excès de vitesse à $100\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$, un gendarme à moto démarre à l'instant où la voiture passe à sa hauteur et accélère uniformément. Le gendarme atteint la vitesse de $90\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$ au bout de 10 s.

Q.1 Quel sera le temps nécessaire au motard pour rattraper la voiture ? Quelle distance aura-t-il parcourue ? Quelle vitesse aura-t-il alors atteinte ?

Exercice 7 : Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre. Il ressent une accélération :

$$a = g_0 \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

où $R = 6400\,\mathrm{km}$ est le rayon de la terre, $g_0 = 9{,}8\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ et r est le rayon de l'orbite. La période de révolution du satellite est égale à la période de rotation de la terre sur elle-même.

Q.1 Calculer la période T de rotation de la Terre en secondes, puis la vitesse angulaire Ω.

Q.2 Déterminer l'altitude de l'orbite géostationnaire.

Q.3 Déterminer sa vitesse sur sa trajectoire et calculer sa norme.

Exercice 8 : Clothoïde, courbe des autoroutes

Pour éviter les secousses et adoucir le transport de passager, les trajectoires de certains moyens de transports ne peuvent pas passer de rectiligne à circulaire en un instant. La variation d'accélération serait très inconfortable pour tout voyageur d'un train, d'une voiture, d'une attraction de type montagne russes.

On doit alors parcourir une courbe intermédiaire entre la partie rectiligne et la partie circulaire. Cette courbe, appelée clothoïde ou courbe de Cornu, est caractérisée par sa courbure qui varie proportionnellement avec le temps :

$$\frac{1}{R(t)} = \alpha t$$

Q.1 Montrer alors que pour un mouvement uniforme, l'accélération varie linéairement avec le temps.

Q.2 Exprimer le vecteur accélération d'un point M parcourant cette courbe à la vitesse v_0 constante dans le repère de Frenet.

Q.3 Exprimer le vecteur tangentielle dans le repère cartésien en fonction de $\overrightarrow{u}_x$, $\overrightarrow{u}_y$, $\dot{x}$, $\dot{y}$ et v_0.

Q.4 Exprimer le vecteur normal dans le repère cartésien en fonction de $\overrightarrow{u}_x$, $\overrightarrow{u}_y$, $\dot{x}$, $\dot{y}$ et v_0.

Q.5 En déduire deux équations différentielles couplées vérifiées par $\dot{x}$ et $\dot{y}$.

Mécanique 2 : Dynamique du point matériel

Exercice 1 : Chute libre sans frottements

On étudie le mouvement d'une particule de masse m lancée avec un certain vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0 \cos(\alpha)\overrightarrow{u}_x + v_0 \sin(\alpha)\overrightarrow{u}_y$ qui n'est soumise qu'à son poids.

Q.1 Réaliser l'étude complète du problème afin d'obtenir les équations scalaires du mouvement.

Q.2 Déduire des équations précédentes les lois horaires du mouvement.

Q.3 Déterminer l'altitude maximale de la particule au cours du mouvement.

Q.4 Déterminer la distance parcourue par la particule au cours du mouvement.

Q.5 Déterminer la trajectoire de la particule au cours du mouvement, et la tracer en faisant apparaître toutes les grandeurs définies plus tôt.

Exercice 2 : Chute libre avec frottements fluides linéaires

On étudie le mouvement d'une particule de masse m lancée avec un certain vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ soumise à une force de frottement fluide. Le mouvement est supposé plan et s'effectue dans le plan xOz.

On fait l'hypothèse de frottements linéaires avec la vitesse c'est-à-dire qu'on suppose que $\overrightarrow{F_f} = -\lambda\overrightarrow{v}$.

Q.1 Écrire l'équation vectorielle du mouvement. La projeter sur les axes adaptés pour obtenir deux équations différentielles scalaires à coefficients constants d'ordre un.

Q.2 Résoudre les deux équations différentielles.

Q.3 En posant une vitesse caractéristique v_∞, un temps caractéristique τ et un vecteur adimensionné $\overrightarrow{u} = \dfrac{\overrightarrow{v}}{v_\infty}$, déterminer l'équation vectorielle adimensionnée à partir de l'équation obtenue précédemment.

Q.4 Quel est le comportement de la particule aux temps longs ?

Q.5 Quel est le comportement de la particule aux temps cours ? On distinguera deux cas.

Exercice 3 : Chute libre avec frottements fluides quadratiques

On étudie le mouvement d'une particule de masse m lancée avec un certain vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ soumise à une force de frottement fluide. Le mouvement est supposé plan et s'effectue dans le plan xOz.

On fait l'hypothèse de frottements quadratiques avec la vitesse c'est-à-dire qu'on suppose que $\overrightarrow{F_f} = -\kappa v\overrightarrow{v}$.

Q.1 Écrire l'équation vectorielle du mouvement.

Q.2 En posant une vitesse caractéristique v_∞, un temps caractéristique τ et un vecteur adimensionné $\overrightarrow{u} = \dfrac{\overrightarrow{v}}{v_\infty}$, déterminer l'équation vectorielle adimensionnée à partir de l'équation obtenue précédemment.

Q.3 Quel est le comportement de la particule aux temps longs ?

Q.4 Quel est le comportement de la particule aux temps cours ? On distinguera deux cas.

Exercice 4 : Le pendule simple

Étudions un pendule simple constitué d'une masse m au bout d'un fil inextensible et sans masse de longueur l, oscillant dans un plan vertical.

Q.1 Réaliser l'étude complète du problème afin d'obtenir les équations scalaires du mouvement. On précisera en particulier de quel type est l'équations différentielle portant sur $\theta(t)$.

Q.2 À partir de l'équation différentielle obtenue, déterminer $\dot{\theta}^2$ en fonction de θ et des conditions initiales.

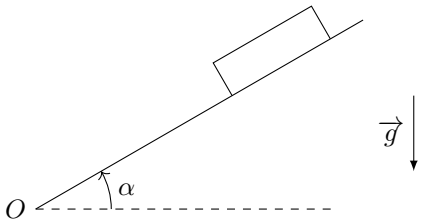
Q.3 En déduire l'expression de la tension du fil T, en fonction de l'angle θ et des conditions initiales.

Q.4 Pour quelle(s) valeur(s) de θ le fil est-il détendu ? Que se passe-t-il alors ?

Q.5 Proposer une solution pour résoudre l'équation différentielle sur $\theta(t)$, au prix d'une approximation que l'on précisera.

Q.6 Quelle est alors la période du mouvement ? De quoi dépend-elle ?

Exercice 5 : Plan incliné



On fait glisser un objet de masse $m = 200\,\mathrm{g}$ sur un plan incliné en lui communiquant une vitesse initiale $v_0 = 2{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ dans le sens de la montée.
Le centre de masse G se trouve initialement en O. La pente du plan incliné est définie par l'angle $\alpha = 20°$. Le référentiel terrestre $\mathscr{R}$ est supposé galiléen et l'accélération de la pesanteur vaut $g = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Nous négligeons tous les frottements.

Q.1 Choisir un repère adapté au problème.

Q.2 Faire un bilan des forces appliquées à l'objet.

Q.3 Appliquer la loi de la quantité de mouvement à la pelle dans $\mathscr{R}$.

Q.4 Projeter l'équation du mouvement sur les vecteurs de base.

Q.5 Déterminer l'équation horaire du mouvement.

Q.6 En déduire la distance maximale parcourue par G dans le sens de la montée.

Q.7 Quelle est la durée Δt nécessaire pour que l'objet revienne à sa position initiale O ?

Exercice 6 : Balle immergée

On considère une balle de masse $m = 2{,}7\,\mathrm{g}$ et de diamètre $d = 40\,\mathrm{mm}$. La balle est lâché sans vitesse initiale au fond du bassin rempli d'eau. La balle remonte à la surface.

Le centre de masse G de la balle est repéré par son altitude z, initialement nulle. Lorsque $z = 30\,\mathrm{cm}$ la partie supérieure de la balle affleure la surface du bain. La balle subit une force de frottement fluide de norme $F_f = hv^2$ proportionnelle au carré de sa vitesse v et opposée à son déplacement vertical.

Nous prendrons $g = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $h = 0{,}30\,\mathrm{USI}$ et $\mu_e = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ (masse volumique de l'eau).

Q.1 Faire un bilan des forces s'exerçant sur la balle lors de sa remontée vers la surface. Quelle est l'unité de h ?

Q.2 Appliquer la loi de la quantité de mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

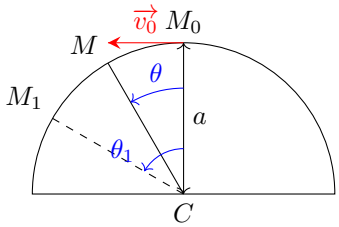
Q.3 Exprimer et calculer l'accélération initiale de la balle.

Q.4 Quelle serait la vitesse de la balle pour $z = 30\,\mathrm{cm}$ s'il n'y avait pas de force de frottement ?

Q.5 Évaluer la durée de la remontée de la balle vers la surface en précisant les éventuelles approximations effectuées.

Exercice 7 : Glissade sur un igloo

Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen. Un pingouin, assimilé à un point matériel M de masse m, mobile sur la surface d'un igloo sphérique S, de centre C et de rayon a, subit de la part de celui-ci une action de contact sans frottements. Le pingouin M quitte le sommet de l'igloo avec la vitesse v_0, il glisse sur l'igloo puis décolle en M_1.



Q.1 Déterminer l'équation du second ordre vérifiée par θ tant que le pingouin reste en contact avec la sphère.

Q.2 On pose $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$. Montrer que l'équation différentielle précédente peut s'écrire $\omega \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta} = \dfrac{g}{a} \sin\theta$. Intégrer l'équation différentielle par rapport à θ. En déduire le calcul de la réaction de l'igloo sur le pinguin.

Q.3 Calculer la réaction à $t = 0$. En déduire que si $v_0 > V_{\mathrm{lim}}$ que l'on déterminera, le pingouin quitte l'igloo dès le sommet. On se place dans le cas $v_0 < V_{\mathrm{lim}}$. Calculer l'angle θ_1 pour lequel le pingouin quitte l'igloo. Calculer le chemin parcouru sur l'igloo par le point lorsque $v_0 = \dfrac{V_{\mathrm{lim}}}{2}$.

Mécanique 3 : Les oscillateurs mécanique

Exercice 1 : Ressort horizontal

Q.1 Représenter un système masse-ressort horizontal :

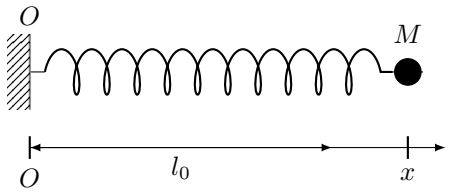
- quand son élongation est maximale,
- un quart de période plus tard,
- une demi-période plus tard.

Q.2 Représenter également par des vecteurs la force de tension sur l'extrémité mobile et le vecteur vitesse de ce point à chacun de ces instants.

Q.3 Si l'élongation du ressort est maximale (notée Δl_{max}) à $t = 0\,\mathrm{s}$, donner une expression de son élongation en fonction du temps.

Exercice 2 : Ressort non amorti horizontal

Considérons un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 fixé à un mur par une de ses extrémités. On attache à l'autre extrémité une masse m. On étire le ressort d'une certaine longueur L puis on lâche la masse sans lui communiquer de vitesse initiale. La masse est posée sur le sol ce qui impose un mouvement horizontal. On néglige tout frottement avec le sol.



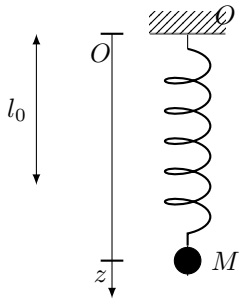
Q.1 Réaliser un bilan des forces s'appliquant sur la masse.

Q.2 En déduire l'équation différentielle vérifiée par la position de la masse $x(t)$.

Q.3 Résoudre cette équation différentielle.

Exercice 3 : Ressort amorti vertical

Considérons cette fois un système masse-ressort mais vertical. Une extrémité du ressort est fixée au plafond tandis que l'autre est libre. Sur cette extrémité libre, on place une masse m. On admet que la masse subit une force de frottement fluide de la forme $-\lambda\overrightarrow{v}$. À l'instant initial, on communique une vitesse initiale v_0 vers le bas à la masse qui était à sa position d'équilibre.



Q.1 Exprimer la position z_{eq} d'équilibre du ressort et vérifier que son expression est bien homogène à une distance.

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$. Donner l'expression du facteur de qualité et de la pulsation propre.

Exercice 4 : Oscillations d'un flotteur sur l'eau

Un flotteur (assimilé à un cylindre de section s, de hauteur h et de masse volumique ρ) flotte à la surface de l'eau (de masse volumique ρ_e). On note $z(t)$ la position du centre de gravité G du flotteur par rapport à la surface de l'eau et on suppose que le flotteur n'est jamais entièrement immergé. On appuie dessus pour enfoncer son centre de gravité d'une profondeur z_0 et on le relâche sans vitesse initiale. On négligera la poussée d'Archimède exercée par l'air.

Q.1 Exprimer la poussée d'Archimède exercée sur le flotteur en fonction de s, h, z, ρ_e et g.

Q.2 Déterminer la période des oscillations du flotteur.

Q.3 Déterminer $z(t)$.

Exercice 5 : Amortisseur de voiture

On modélise l'amortisseur d'une roue de voiture à l'aide d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0, en parallèle avec un amortisseur de coefficient de frottement fluide α. La force de frottement a pour expression $\overrightarrow{F} = -\alpha\overrightarrow{v}$. Une masse $m/4$ est posée sur ce dispositif et peut se déplacer le long de l'axe vertical $\overrightarrow{u}_z$ orienté vers le haut. On prend $m = 1200\,\mathrm{kg}$ et $g = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Étude statique :

Q.1 Déterminer la longueur à l'équilibre de la suspension en fonction de l_0, m, g et k. Justifier physiquement chacun des termes de la formule.

Q.2 Lorsque l'on enlève la roue, le ressort a une longueur totale de 40 cm. En déduire la valeur numérique de l_0.

Q.3 Lors du changement d'une roue, lorsque l'on soulève d'une hauteur $h = 15\,\mathrm{cm}$ la masse $m/4$, le ressort est détendu. En déduire la longueur d'équilibre l_{eq} du ressort puis vérifier que : $k = 5 \times 10^3\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$

Étude dynamique :

Q.4 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la longueur $l(t)$ du ressort. La mettre sous forme canonique.

Q.5 En déduire l'expression du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0.

Q.6 Déterminer et calculer α afin que le dispositif fonctionne en régime critique. On prendra soin de bien donner son unité.

Q.7 On enfonce la masse $m/4$ d'une hauteur $d = 5\,\text{cm}$ par rapport à sa position d'équilibre et on lâche le système à $t = 0$ sans vitesse initiale. Calculer $l(t)$ puis tracer l'allure de la position de la masse au cours du temps dans le cas du régime critique.

Q.8 On charge maintenant l'amortisseur au maximum : la masse totale du véhicule vaut $m = 2200\,\text{kg}$. Déterminer les nouveaux paramètres de l'amortisseur Q et ω_0.

Q.9 Le nombre d'oscillations est-il satisfaisant pour l'utilisation de l'amortisseur ?

Exercice 6 : Étude d'un haut-parleur

Un haut-parleur est constitué d'une bobine et d'un aimant sur lequel on a fixé une membrane. On modélise le système de la façon suivante : une masse $m = 10\,\text{g}$ se déplace horizontalement le long de l'axe Ox, cette masse est reliée à un ressort de raideur $k = 15\,\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ et de longueur à vide l_0, est est soumise à des frottements fluides modélisés par la force $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$. Cette masse est soumise à une force d'excitation proportionnelle à l'intensité du courant qui circule dans la bobine du haut-parleur, force donnée par $\overrightarrow{F} = \beta i(t)\overrightarrow{u}_x$ avec $\beta = 200\,\text{N}\cdot\text{A}^{-1}$.

On impose un courant sinusoïdal $i(t) = I_0\cos(\omega t)$ avec $I_0 = 1\,\text{A}$.

Q.1 Donner l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

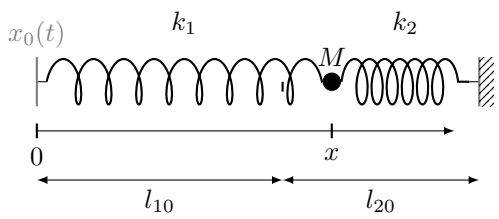
Q.2 On pose $\underline{X}(t) = l_0 + \underline{X_0}e^{j\omega t}$. Donner l'expression de l'amplitude complexe $\underline{X_0}$.

Q.3 Pour quelles valeurs de α le système est-il résonnant ?

Q.4 On se place dans le cas où le système est résonnant, discuter et donner la bande passante du système en fonction du paramètre α, c'est-à-dire la gamme de fréquence pour lesquelles $\left|\underline{X_0}\right| > X_{\max}/\sqrt{2}$.

Exercice 7 : Système à deux ressorts

Un solide M, de masse m, peut se déplacer sur une tige horizontale parallèle à l'axe Ox au sein d'un fluide visqueux qui exerce sur lui la force de frottement $\overrightarrow{f} = -h\overrightarrow{v}$, avec $\overrightarrow{v}$ vitesse de M dans le référentiel galiléen $\mathscr{R}$. Les frottements entre M et l'axe horizontal sont négligeables. On repère M par son abscisse $x(t)$.



M est relié à deux parois verticales par deux ressorts de raideurs k_1 et k_2, de longueurs à vide l_{10} et l_{20}. Celle de droite est immobile en $x = L$, celle de gauche, d'asvcisse $x_0(t)$, est animée d'un mouvement d'équation horaire $x_0(t) = X_{0m}\cos(\omega t)$. On supposera que $L = l_{10} + l_{20}$.

Q.1 Identifier les différentes forces s'exerçant sur M.

Q.2 Déterminer la position d'équilibre x_{eq} de M lorsque la paroi de hauche est immobile en $x = 0$.

Q.3 On introduit $X = x - x_{\text{eq}}$. Établir l'équation différentielle vérifiée par X lorque la paroi bouge.

Pour étudier le régime sinusoïdal forcé, on introduit les grandeurs complexes $\underline{x_0}(t) = X_{0m}e^{j\omega t}$, $\underline{X}(t) = X_m e^{j(\omega t+\varphi)}$ et $\underline{v} = V_m e^{j(\omega t+\phi)}$ associées à $x_0(t)$, $x(t)$ et $v(t) = \dot{X}(t)$.

Q.4 En exprimant ω_0, Q et α, établir la relation :

$$V_m e^{j\phi} = \frac{\alpha X_{0m}}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Q.5 Mettre en évidence l'existence d'une résonance de vitesse.

Mécanique 4 : Énergie, travail, puissance

Exercice 1 : Applications directes

Q.1 Rappeler le nom des unités usuelles de puissance et de travail. Les exprimer avec les unités de base du système international.

Q.2 La puissance d'une force est négative. Est-elle motrice ou résistance ?

Q.3 Citer l'expression de l'énergie potentielle dont dérive la force de rappel élastique.

Q.4 Citer l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur. Le point M est repéré en coordonnées cartésiennes avec l'axe (Ox) orienté vers le bas. Exprimer cette énergie en fonction de l'abscisse x du point M.

Q.5 Les forces de Van der Waals dérivent d'une énergie potentielle dont l'expression en coordonnées sphériques est $\mathscr{E}_\mathrm{p} = -\dfrac{A}{r^6}$ avec A une constante positive. On donne l'expression du gradient en sphériques :

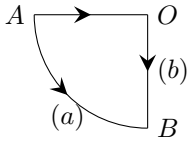
$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\mathscr{E}_\mathrm{p} = \frac{\partial \mathscr{E}_\mathrm{p}}{\partial r}\overrightarrow{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \mathscr{E}_\mathrm{p}}{\partial \theta}\overrightarrow{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \mathscr{E}_\mathrm{p}}{\partial \varphi}\overrightarrow{u}_\varphi$$

Donner la forme de la force associée et préciser s'il s'agit d'une force attractive ou répulsive. Donner également l'unité de A.

Q.6 Un objet accroché à un ressort idéal n'est soumis qu'à son poids et à la force exercée par le ressort. Que peut-on dire de l'énergie mécanique ?

Exercice 2 : Travail d'une force

On considère un point M soumis à une force $\overrightarrow{F}$ qui peut parcourir deux chemins (a) et (b). Le point M est repéré par ses coordonnées polaires r et θ. Le chemin (a) est un arc de cercle de rayon R tandis que le chemin (b) est constitué de deux segments de droite AO et OB de longueur R. Les deux chemins sont issus de A et mènent à B.
La force $\overrightarrow{F}$ s'écrit $\overrightarrow{F} = r^2 d^2 \overrightarrow{u}_\theta$ en coordonnées polaires, où d est une constante.



Q.1 Déterminer le travail W de la force $\overrightarrow{F}$ pour les deux chemins envisagés. Conclure quant au caractère conservatif de $\overrightarrow{F}$.

Q.2 Réitérer avec la force $\overrightarrow{F'} = r^2 d^2 \overrightarrow{u}_r$.

Q.3 Déterminer l'énergie potentielle dont dérive la force envisagée qui est conservative. On pourra par exemple utiliser un déplacement élémentaire sur le chemin OB.

Exercice 3 : Étude du pendule simple

On considère un pendule simple : une masse m est suspendue à un fil sans masse inextensible de longueur l, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On utilisera les coordonnées polaires pour faire cette étude, le mouvement étant supposé contenu dans le plan vertical. On prendra O, origine du repère, comme point d'attache du pendule et on notera x la verticale descendante.

Q.1 Faire l'étude du problème (schéma, bilan des forces, expression du vecteur cinématique vitesse).

Q.2 En utilisant le théorème de la puissance cinétique, retrouver l'équation différentielle du pendule sur $\theta(t)$.

L'équation du mouvement n'est pas linéaire, de plus il n'existe pas de solution analytique de cette équation. On se propose donc d'utiliser la courbe d'énergie potentielle pour étudier la trajectoire.

Q.3 Justifier que le mouvement est conservatif.

Q.4 Déterminer l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de θ. On prendra l'origine des potentiels en $\theta = 0$ et on commentera son comportement avec θ.

Q.5 Tracer le graphe de $\mathscr{E}_\mathrm{p}(\theta)$. Existe-t-il des points d'équilibre ? Sont-ils stables ?

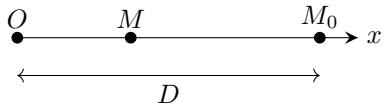
Q.6 Considérons un état initial du pendul lâché à un angle θ_0 sans vitesse initiale. À l'aide de la courbe d'énergie potentielle, décrire le type de mouvement observé. Préciser la répartition de l'énergie mécanique entre énergie potentielle et énergie cinétique.

Q.7 Prenons maintenant θ_0 quelconque mais $\dot{\theta}_0 < 0$ telle que $\mathscr{E}_\mathrm{m} > \mathscr{E}_\mathrm{p,max}$. À l'aide de la courbe d'énergie potentielle, décrire le type de mouvement observé.

Exercice 4 : Curling

Le curling est un sport de précision pratiqué sur la glace avec des pierres en granite, taillées et polies selon un gabarit international. Le but est de placer les pierres le plus près possible d'une cible circulaire dessinée sur la glace, appelée la maison.

Nous envisageons le lancer d'une pierre assimilée à un point M de masse $m = 20\,\text{kg}$ glissant selon l'axe Ox vers le point M_0 visé (la maison). La pierre est lancée de la position initiale O avec une vitesse $\overrightarrow{v}_0 = v_0\overrightarrow{u}_x$, la maison se trouvant à la distance $D = OM_0 = 25\,\text{m}$ du point O.



Nous supposerons que la force de frottement $\overrightarrow{F} = -F_0\overrightarrow{u}_x$ de la glace sur la pierre est constante pendant toute la glissade et s'annule lorsque la vitesse de la pierre s'annule. Nous prendrons $F_0 = 3{,}0\,\text{N}$. Nous négligerons par ailleurs toute force de frottement fluide. Le lancé étudié est supposé gagnant : la pierre atteint la maison et s'y arrête !

Q.1 Que valent les énergies cinétiques initiales $\mathscr{E}_{\text{c,i}}$ et finale $\mathscr{E}_{\text{c,f}}$ de la pierre ?

Q.2 Calculer le travail des forces appliquées sur la pierre pendant la glissade.

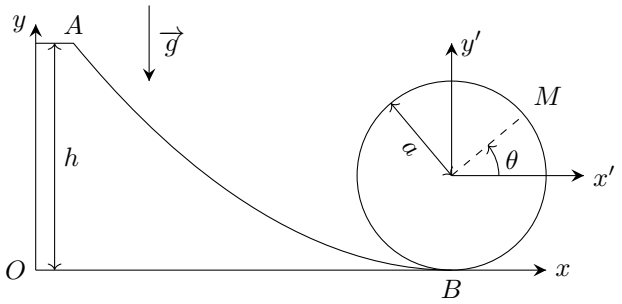
Q.3 Appliquer la loi de l'énergie cinétique à la pierre et en déduire la vitesse v_0 adaptée.

Exercice 5 : Looping

Une voiture de manège de masse $m = 24\,\text{kg}$ est assimilée à un point matériel. Cette voiture est posée sur deux rails parallèles et glisse sans frottement selon la trajectoire constituée en partie d'un cercle de rayon $a = 4{,}7\,\text{m}$ de la figure ci-contre.

La voiture est abandonnée sans vitesse au point A d'altitude $h > a$.

h est suffisamment grande pour que la voiture reste constamment en constact avec les rails.



Q.1 Exprimer la vitesse v_B en B de la voiture en fonction de g et h.

Q.2 Exprimer la vitesse $v_M(\theta)$ en M de la voiture en fonction de g, h, a et θ.

Soit $\overrightarrow{R}$ la réaction exercée par les rails sur la voiture.

Q.3 Exprimer $\overrightarrow{R}$ en M en fonction de g, h, m, a et θ.

Q.4 Pour quel point M_0 du cercle la norme de $\overrightarrow{R}$ est-elle minimale ?

Q.5 Donner l'expression littérale puis calculer la hauteur h minimale pour laquelle la voiture ne décolle pas des rails.

Exercice 6 : Cycliste au Tour de France

Un cycliste assimilé à un point matériel se déplace en ligne droite. Il fournit une puissance mécanique constante P, les forces de frottement de l'air sont proportionnelles au carré de la vitesse v du cycliste ($\overrightarrow{F} = -kv\overrightarrow{v}$) où k est une constante positive. On néglige les forces de frottement du sol sur la roue et on choisit un axe horizontal (Ox) orienté dans la direction du mouvement du cycliste.

Q.1 En appliquant le théorème de la puissance cinétique, établir une équation différentielle en v et montrer qu'on peut la mettre sous la forme :

$$mv^2\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = k(v_l^3 - v^3)$$

où v_l est une constante dont on cherchera la signification physique.

Q.2 On pose $f(x) = k(v_l^3 - v^3)$, déduire des résultats précédent l'équation différentielle vérifiée par f.

Q.3 Déterminer l'expression de la vitesse en fonction de x, s'il aborde la ligne droite avec une vitesse v_0.

Q.4 Application numérique : lors d'un sprint, la puissance développée vaut $P = 2\,\text{kW}$ et la vitesse limite vaut $v_l = 20\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Déterminer la valeur de k et en déduire la distance caractéristique pour qu'un coureur de masse $m = 85\,\text{kg}$ avec son vélo atteigne cette vitesse. Conclure.

Mécanique 5 : Mouvement de particules chargées

Exercice 1 : Action d'un champ magnétique sur un proton ou sur un électron

Un électron et un proton de même énergie cinétique décrivent des trajectoires circulaires dans un champ magnétique uniforme. Comparer :

Q.1 Leur vitesse ;

Q.2 Le rayon de leur trajectoire ;

Q.3 Leur période.

Exercice 2 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme

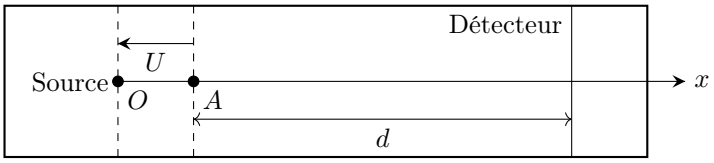
On considère une particule de charge $q > 0$ de masse m animée à l'instant $t = 0$, d'une vitesse initiale $\overrightarrow{v}_0$. Elle fait un angle α avec l'axe (Ox) tel que $\overrightarrow{v}_0 = v_0(\cos\alpha\,\overrightarrow{u}_x + \sin\alpha\,\overrightarrow{u}_z)$. Elle est plongée dans un champ $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{u}_z$ avec $E_0 = C^{te} > 0$ uniforme.

Q.1 Déterminer les équations horaires du mouvement.

Q.2 En déduire la trajectoire de la particule.

Exercice 3 : Analyseur à temps de vol linéaire

L'analyse d'un faisceau ionique consiste à séparer les ions les uns des autres selon leur rapport m/q. Dans son principe, l'analyseur à temps de vol linéaire est le plus simple de tous.



La source d'ions fournit des ions de masse m et de charge positive q qui entrent en O avec une vitesse négligeable dans une zone d'accélération (comprise entre O et A) où une tension électrique $U = 15\,\text{kV}$ est appliquée. Les ions parcourent librement la région suivante jusqu'au détecteur situé à la distance $d = 1{,}0\,\text{m}$ de la zone d'accélération. On mesure le "temps de vol" t_v mis par la particule pour parcourir la distance d.

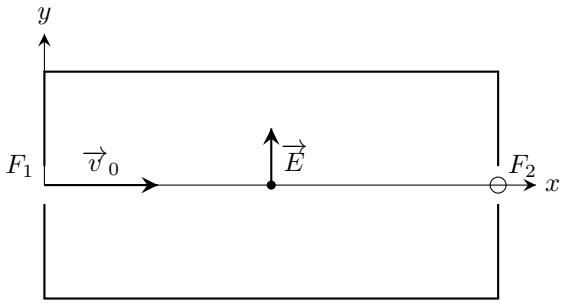
Q.1 Déterminer la vitesse $\overrightarrow{v}_A$ de l'ion en A.

Q.2 Montrer que la mesure du temps de volt t_v permet de déduire le rapport m/q. Calculer t_v dans le cas d'un ion de masse $m = 3{,}8 \times 10^{-26}\,\text{kg}$ et de charge $q = e = 1{,}60 \times 10^{-19}\,\text{C}$.

Exercice 4 : Filtre de vitesse

Afin de diminuer la dispersion des vitesses des ions dans un spectromètre de masse, il est nécessaire de réaliser un filtrage de vitesse. Le filtre de Wien présenté sur le schéma ci-dessous combine l'action d'un champ électrique $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u}_y$ et d'un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u}_z$ perpendiculaires entre eux.

Les deux champs sont uniformes et permanents.



Q.1 Un ion de masse m et de charge q pénètre dans le filtre par la fente F_1 avec une vitesse $\overrightarrow{v}_0$. Écrire la force de Lorentz alors ressentie par l'ion.

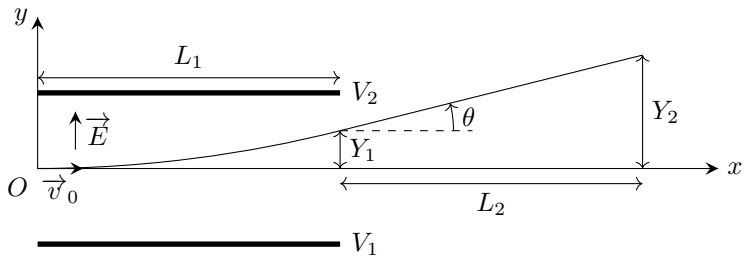
Q.2 À quelle condition l'ion peut-il avoir une trajectoire rectiligne l'amenant à la fente F_2 ?

Q.3 Exprimer en fonction de E et B la vitesse v_0 de l'ion lui permettant d'atteindre la fente F_2.

Exercice 5 : Imprimante jet d'encre

Dans un dispositif d'impression industriel, les gouttelettes d'encre sont chargées puis déviées de manière contrôlée par un déflecteur électrostatique avant d'atteindre le support d'impression.

Une gouttelette de volume $V = 10\,\text{pL}$, de charge $q = 3{,}4\times10^{-15}\,\text{C}$ et de vitesse $v_0 = 20\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ entre en O dans le déflecteur constitué de deux électrodes planes portées aux potentiels électriques V_1 et V_2 générant un champ électrostatique uniforme $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u}_y$ avec $E = 5{,}0\times10^5\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$. La longueur du déflecteur est $L_1 = 5{,}0\,\text{cm}$. Le support d'impression se trouve à la distance $L_2 = 20\,\text{cm}$ de la sortie du déflecteur. L'encre est enssentiellement consituée d'eau de masse volumique $\mu = 1{,}0\times10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.



Q.1 Quel est le signe de $V_1 - V_2$ pour que la gouttelette d'encre soit effectivement déviée dans le sens des y croissants ?

Q.2 Calculer la masse m de la gouttelette et montrer que l'on peut négliger son poids devant la force électrique de Lorentz. On donne $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Q.3 Appliquer la loi de la quantité de mouvement à la gouttelette entre les électrodes et déterminer l'équation de sa trajectoire. En déduire le déplacement Y_1 en sortie du déflecteur.

Q.4 Caractériser la trajectoire de la gouttelette après sa sortie du déflecteur, en négligeant son poids.

Q.5 Exprimer puis calculer la déflexion angulaire θ. En déduire le déplacement Y_2

Exercice 6 : Action de 2 champs magnétiques successifs

Dans le demi-espace $x > 0$, règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}_1 = B_0\overrightarrow{u}_z$ et dans le demi-espace $x < 0$, règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}_2 = \dfrac{B_0}{2}\overrightarrow{u}_z$. Une particule de masse m de charge $q > 0$ est placée au point origine O du référentiel d'étude galiléen $\mathscr{R}(O, \overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$, à $t = 0$ avec une vitesse $\overrightarrow{v}_{M/\mathscr{R}}(t = 0) = v_0\overrightarrow{u}_x$, $v_0 > 0$.

Q.1 Décrire et dessiner la trajectoire de la particule pour $x > 0$.

Q.2 Décrire et dessiner la trajectoire de la particule pour $x < 0$.

Q.3 Quelle est la vitesse moyenne de la particule suivant (Oy), appelée vitesse de dérive $\overrightarrow{D}$.

Q.4 Reprendre les questions précédentes avec dans les demi-espace $x < 0$ un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_2} = -B_0\overrightarrow{u}_z$.

Exercice 7 : Mesure du rapport e/m

Les bobines d'Helmholtz, du nom d'Hermann Ludwig von Helmholtz, sont un dispositif constitué de deux bobines circulaires de même rayon, parallèles, et placées l'une en face de l'autre à une distance égale à leur rayon. En faisant circuler du courant électrique dans ces bobines, un champ magnétique est créé dans leur voisinage, qui a la particularité d'être relativement uniforme au centre du dispositif dans un volume plus petit que les bobines elles-mêmes.

Un canon à électrons délivre des électrons accélérées sous une tension de $U = 200\,\text{V}$. Ils sont injectés perpendiculairement au champ $\overrightarrow{B}$ entre les bobines de Helmholtz.

Q.1 Calculer la vitesse v_0 de sortie des électrons.

Q.2 Décrire leur trajectoire entre les bobines.

Q.3 Donner le rayon de cette trajectoire en fonction de v_0, e, m, B puis en fonction de $\dfrac{e}{m}$, U et B.

Q.4 Calculer le rapport $\dfrac{e}{m}$ pour un champ de $1{,}0\times10^{-3}\,\text{T}$ et un rayon mesuré de $4{,}7\,\text{cm}$. La tension est toujours de $200\,\text{V}$

Quatrième partie

Chimie

Liste des chapitres Chimie

1 Molécules et solvants **35**
Exercice 1 : Déterminer le nombre d'électrons de valence d'un atome . . . 35
Exercice 2 : Moment dipolaire de liaison . . . 35
Exercice 3 : Schéma de Lewis et géométrie d'une molécule . . . 35
Exercice 4 : Représentation de Lewis d'ions simples . . . 35
Exercice 5 : Structure hypervalentes . . . 35
Exercice 6 : Expliquer les différences de miscibilité . . . 35
Exercice 7 : Déterminer la polarité de molécules . . . 36
Exercice 8 : Éléments de la famille de l'azote : les pnictogènes . . . 36
Exercice 9 : Composé du soufre . . . 36
Exercice 10 : Schéma de Lewis moins simples . . . 36
2 Transformation de la matière **37**
Exercice 1 : Établir et utiliser un tableau d'avancement . . . 37
Exercice 2 : Expression d'un quotient réactionnel . . . 37
Exercice 3 : Sens d'évolution spontanée . . . 37
Exercice 4 : Décomposition du pentachlorure de phosphore . . . 37
Exercice 5 : Formation du tétrafluorure d'uranium . . . 37
Exercice 6 : Réaction acide-base en solution aqueuse . . . 37
Exercice 7 : Oxydation de l'ammoniac . . . 38
Exercice 8 : Synthèse de l'ammoniac . . . 38
3 Cinétique chimique **39**
Exercice 1 : Utilisation de la dégénérescence de l'ordre . . . 39
Exercice 2 : Oxydation d'un alcool secondaire . . . 39
Exercice 3 : Détermination des ordres globaux et partiels de la synthèse de la bromacétone . . . 39
Exercice 4 : Décomposition de l'ozone . . . 40

Chimie 1 : Molécules et solvants

Exercice 1 : Déterminer le nombre d'électrons de valence d'un atome

Q.1 Déterminer la configuration électronique dans l'état fondamental et le nombre d'électrons de valence pour les éléments du tableau périodique :

a) le silicium Si est situé à la 3e période et à la 14e colonne ;

b) le calcium Ca est situé à la 4e période et à la 2e colonne ;

Q.2 Lequel de ces deux éléments est le plus élecronégatif ?

Exercice 2 : Moment dipolaire de liaison

On étudie les molécules de la série des halogénures d'hydrogène H−X.

Molécule	H−F	H−Cl	H−Br	H−I
Énergie de liaison ($kJ \cdot mol^{-1}$)	566	431	366	298
Longueur de liaison (pm)	92	127	142	161
Norme du moment dipolaire (D)	1,83	1,11	0,83	0,45
T_{fus}(°C)	-83	-114	-87	-51
T_{eb}(°C)	20	-85	-67	-35

Q.1 Commennt varie l'électronégativité de l'iode, au brome, au chlore et au fluor ?

Q.2 Représenter le moment dipolaire associé à ces molécules.

Q.3 Déterminer le pourcentage d'ionicité δ de chacune de ces liaisons. Commenter.

Q.4 Quels molécules présente des liaisons hydrogènes intermoléculaires ? En déduire une interprétation des température de changement d'état.

Q.5 Comment évolue la polarisabilité des molécules ?

Q.6 Comment évolue les contributions aux interactions de van der Waals pour chaque molécules ?

Exercice 3 : Schéma de Lewis et géométrie d'une molécule

Q.1 Déterminer le schéma de Lewis du chlorure de thionyle SO_2Cl_2, sachant que l'atome de soufre est l'atome central.

Q.2 Déterminer autour de l'atome de soufre central : la notation VSEPR, la géométrie.

Exercice 4 : Représentation de Lewis d'ions simples

Calculer les nombres de paires de valence et donner la représentation de Lewis des ions suivants :

Q.1 L'ion oxonium H_3O^+, et l'ion H_3S^+.

Q.2 L'ion ammonium NH_4^+ et l'ion PH_4^+.

Q.3 L'ion tétrahydruroborate BH_4^- et l'ion tétrafluoroborate BF_4^-.

Q.4 L'ion hypobromite BrO^-, l'ion peroxyde O_2^{2-} et l'ion hydrazinium $N_2H_5^+$.

Exercice 5 : Structure hypervalentes

Pour chacun des ions suivants, donner une représentation de Lewis, déterminer ses formes mésomères les plus représentatives :

Q.1 L'ion sulfate SO_4^{2-} (le soufre est l'atome central).

Q.2 L'ion phosphate PO_4^{3-} (le phosphore est l'atome central).

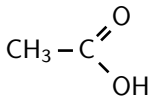
Q.3 L'ion triiodure I_3^- (structure non cyclique).

Q.4 Les ions ICl_2^- et ICl_4^- (l'iode est l'atome central).

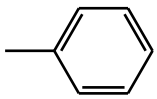
Exercice 6 : Expliquer les différences de miscibilité

Q.1 Expliquer pourquoi l'eau et l'acide éthanoïque sont miscibles, alors que l'eau et le toluène ne le seont pas.

On donne la formule semi-développée de l'acide éthanoïque et la formule topologique du toluène :



Acide éthanoïque



Toluène

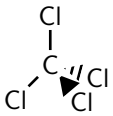
Exercice 7 : Déterminer la polarité de molécules

Q.1 Préciser la direction et le sens du moment dipolaire de chaucun des molécules suivantes. Pour schématiser la géométrie de la molécule, seuls les doublets liants ont été représentés (représentation de Cram), en omettant les éventuels doublets non liants et les lacunes électroniques.

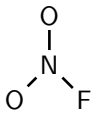
OCS

H_2S

CCl_4



NO_2F



Données : sur l'échelle de Pauling, $\chi(\mathrm{H}) = 2,2$; $\chi(\mathrm{C}) = 2,6$; $\chi(\mathrm{N}) = 3,0$; $\chi(\mathrm{O}) = 3,4$; $\chi(\mathrm{F}) = 4,0$; $\chi(\mathrm{S}) = 2,6$ et $\chi(\mathrm{Cl}) = 3,2$

Exercice 8 : Éléments de la famille de l'azote : les pnictogènes

L'azote N, le phosphore P et l'arsenic As sont situés dans la colonne 15 de la classification périodique et respectivement dans les 2e, 3e et 4e périodes.

Q.1 Comparer l'électronégativité de ces trois éléments.

Q.2 Combien de liaisons covalentes peuvent être établies par ces trois éléments en imposant une charge formelle nulle pour N, P ou As ?

Q.3 Donner les formules de Lewis des composés : NO (radical), $NO_2{}^-$, N_2O_2, N_2O_3 , N_2O_4.

Q.4 Donner la formule de Lewis ainsi que la géométrie prévue par la théorie VSEPR de $AsBr_3$. La molécule est-elle polaire ?

Q.5 Le composé PBr_5 peut-il exister ? Si oui, proposer une formule de Lewis.

Exercice 9 : Composé du soufre

Q.1 Donner la configuration électronique de l'oxygène ($Z = 8$) et du soufre ($Z = 16$) et comparer leur électronégativité.

Q.2 Écrire les schéma de Lewis des entités H_2S, SO_2, SO_3 et SO_4^{2-}.

Q.3 Prévoir leur géométrie et les représenter dans l'espace.

Q.4 Parmi les molécules précédentes, lesquelles sont polaires ? Représenter alors leur vecteur moment dipolaire.

Q.5 La norme du moment dipolaire d'une seule liaison S−H dans H_2S est de 0,6 D (1 D=$3{,}33 \times 10^{-30}\,\mathrm{C \cdot m^{-1}}$). Sachant que $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C et que la longueur de la liaison S−H est de 132 pm, déterminer le pourcentage d'ionicité δ de la liaison S−H.

Exercice 10 : Schéma de Lewis moins simples

Représenter la formule de Lewis pour :

Q.1 BH_3

Q.2 H_3PO_4 : P est central, et tous les H sont liés à des O. Pas de charge formelle.

Q.3 C_6H_6 : molécule cyclique

Q.4 $HCO_3{}^-$: pas de liaison O−O, H fixé à un O.

Q.5 CH_3NO_2 : N est central, les H sont autour de C.

Q.6 CN^-

Chimie 2 : Transformation de la matière

Exercice 1 : Établir et utiliser un tableau d'avancement

Soit la transformation chimique totale à laquelle on associe la réaction d'équation :

$$4\mathrm{Al(s)} + 3\mathrm{O_2(g)} = 2\mathrm{Al_2O_3(s)}$$

Dans l'état initial, considérons que le système est composé de 16 mol d'aluminium Al(s), et 9,0 mol de dioxygène O_2(g).

Q.1 Établir un tableau d'avancement décrivant l'évolution du système.

Q.2 Identifier le réactif limitant, et déterminer la composition final du système.

Exercice 2 : Expression d'un quotient réactionnel

Exprimer le quotient réactionnel associé aux équations de réactions suivantes :

Q.1 $NH_4^+(aq) + H_2O(l) = NH_3(aq) + H_3O^+(aq)$

Q.2 $Ag_3PO_4(s) = 3Ag^+(aq) + PO_4^{3-}(aq)$

Q.3 $N_2(g) + 3H_2(g) = 2NH_3(g)$

Exercice 3 : Sens d'évolution spontanée

On considère une solution aqueuse d'acide méthanoïque de concentration $C = 1{,}0 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Cette solution est siège d'une transformation modélisée par la réaction d'équation :

$$\mathrm{HCOOH(aq) + H_2O(l) = HCOO^-(aq) + H_3O^+(aq)} \qquad K^\circ = 10^{-3{,}8} \text{ à } 25\,^\circ\mathrm{C}$$

Q.1 Quel est le sens spontané d'évolution du système ?

Q.2 Déterminer la composition du système à l'état final en considérant la réaction comme très peu avancée. S'agit-il d'un état d'équilibre ?

Q.3 Calculer le taux d'avancement final. Commenter le résultat.

Exercice 4 : Décomposition du pentachlorure de phosphore

On étudie l'équilibre de dissociation en phase gaz de PCl_5 selon la réaction :

$$\mathrm{PCl_5(g) = PCl_3(g) + Cl_2(g)}$$

La constante d'équilibre $K = 0,45$ à 230 °C.

Q.1 On introduit dans une enceinte thermostatée à 230 °C et initialement vide, $n_0 = 0{,}10$ mol de PCl_5(g). Déterminer la composition de la phase gazeuse présente dans l'enceinte lorsque l'équilibre chimique s'établit sachant que la pression totale est fixée à $p = p^\circ$.

Q.2 L'équilibre de la question 1 étant établi, on augmente la pression totale jusqu'à $p' = 5p^\circ$ à température constante. Observe-t-on une évolution de la composition de l'enceinte ? Si oui, indiquer le sens d'évolution des quantités de matière des différents constituants.

Q.3 L'équilibre de la question 1. étant établi, on ajoute du diazote gazeux (gaz inerte) à température et pression totale constantes. Observe-t-on une évolution de la composition de l'enceinte ? Si oui, indiquer le sens d'évolution des quantités de matière des différents constituants.

Exercice 5 : Formation du tétrafluorure d'uranium

On considère la réaction :

$$\mathrm{UO_2(s) + 4\,HF(g) = UF_4(s) + 2\,H_2O(g)}$$

On maintient la température égale à 700 K et la pression totale à 1,0 bar. La constante d'équilibre à 700 K est égale à $K^\circ = 6{,}8 \times 10^4$.

Q.1 On part de 1,0 mol de dioxyde d'uranium UO_2 et de 1,0 mol de fluorure d'hydrogène HF. Quelle est la composition finale du système ?

Q.2 On part de 0,10 mol de dioxyde d'uranium UO_2 et de 1,0 mol de fluorure d'hydrogène HF. Quelle est la composition finale du système ? Commenter.

Exercice 6 : Réaction acide-base en solution aqueuse

L'acide éthanoïque réagit avec l'eau pour donner l'ion éthanoate :

$$\mathrm{CH_3COOH(aq) + H_2O(l) = CH_3COO^-(aq) + H_3O^+(aq)} \text{ de constant d'équilibre } K_1^\circ$$

Le chlorure d'ammonium (NH_4Cl) est un solide ionique soluble dans l'eau et donnant en solution aqueuse les ions chlorure Cl^- et ammonium ${NH_4}^+$. L'ion ammonium est un acide qui réagit avec l'eau pour donner l'ammoniac :

$$ {NH_4}^+(aq) + H_2O(l) = NH_3(aq) + H_3O^+(aq) \text{ de constant d'équilibre } K_2^\circ $$

Les constantes d'équilibre des deux réactions précédentes sont $K_1 = 1{,}7 \times 10^{-5}$ et $K_2 = 5{,}7 \times 10^{-10}$. On envisage la réaction entre l'acide éthanoïque et l'ammoiac :

$$ CH_3COOH(aq) + NH_3(aq) = CH_3COO^-(aq) + {NH_4}^+(aq) \text{ de constant d'équilibre } K_3^\circ $$

L'ammoniac NH_3 est un gaz à température ambiante et pression atmosphérique. Il est très soluble dans l'eau (environ $25\,\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$). Une solution aqueuse d'ammoniac (appelée ammoniaque) perd progressivement ses molécules de NH_3 au contact de l'air. Il faut donc la doser pour contrôler sa concentration. L'ammoniac étant une base, l'acide éthanoïque est un condidat pour ce dosage, mais il faut pour cela que le taux d'avancement de la réaction soit supérieur à 99%, lorsque le réactif titrant et le réactif titré sont apportés en proportions stœchiométriques.

Q.1 Calculer la constante d'équilibre K_3. La réaction envisagée est-elle thermodynamiquement favorisée ?

Q.2 On considère un mélange stœchiométrique de NH_3 et de CH_3COOH. Calculer le taux d'avancement à l'équilibre et conclure.

Exercice 7 : Oxydation de l'ammoniac

L'acide nitrique HNO_3 est produit en grande quantité, principalement pour être utilisé dans la fabrication des engrais de l'ammoniac :

$$ 4NH_3(g) + 5O_2(g) = 4NO(g) + 6H_2O(g) $$

La réaction est réalisée à la température 800 °C et à une pression constante $P = 1{,}0$ bar. À cette température, le logarithme népérien de la constante d'équilibre de cette réaction est $\ln(K^\circ) = 123$. Dans un réacteur opérant en système fermé à pression constante, on mélange un volume d'air avec un volume d'ammoniac. L'air contient 20% de O_2 et 80% de N_2 (un gaz chimiquement inerte).

Q.1 Si NH_3 et O_2 étaient apportés en proportions stœchimétriques, quelles seraient les proportions molaires des gaz NH_3, O_2 et N_2 dans le mélange initial (à donner en % à 1% près) ?

Q.2 Pour un mélange gazeux contenant initialement 100 mol, calculer les quantités de matière initiales si la fraction molaire de NH_3 dans le mélange est 10%. Faire un tableau d'avancement et en déduire le réactif limitant.

Q.3 Écrire l'équation vérifiée par l'avancement ξ_{eq} à l'équilibre. Que vaut ξ_{eq} ?

Q.4 En déduire les pressions partielles des gaz dans le mélange à l'équilibre, avec une précision de 10 mbar.

Exercice 8 : Synthèse de l'ammoniac

L'ammoniac NH_3 est fabriqué industriellement en très grande quantité. Sa principale application est la fabrication d'engrais azotés. Le procédé de Haber-Bosch consiste à faire réagir du diazote N_2 avec du dihydrogène H_2 (obtenu par vaporéformage du méthane issu du gaz naturel). La réaction est :

$$ 3H_2(g) + N_2(g) = 2NH_3(g) $$

Elle est réalisée en système fermé, à une pression constante $P = 100$ bar et une température constante de 400 °C. La constante d'équilibre à cette température est $K = 2{,}9 \times 10^{-4}$. Initialement, on introduit dans le réacteur N_2 et H_2 en proportions stœchiométriques.

Q.1 Soit n_0 le nombre de moles initial de N_2. Écrire un tableau d'avancement.

Q.2 Obtenir l'équation vérifiée par le taux de N_2 restant, défini comme le rapport de la quantité de N_2 à l'équilibre par la quantité initiale. Résoudre cette équation.

Q.3 En déduire le taux de conversion de N_2. Quel serait ce taux pour une pression $P = 1{,}0$ bar ?

Chimie 3 : Cinétique chimique

Exercice 1 : Utilisation de la dégénérescence de l'ordre

La réduction de Hg^{2+} par Hg^{2+} s'effectue selon la réaction :

$$2Hg^{2+} + 2Fe^{2+} = Hg_2^{2+} + 2Fe^{3+}$$

On supposera la loi de vitesse de la forme : $r = k\left[Fe^{2+}\right]^p\left[Hg^{2+}\right]^q$

On suit la réaction par spectrophotométrie avec différentes concentrations initiales $\left[Fe^{2+}\right]_0$ et $\left[Hg^{2+}\right]_0$, on obtient les résultats suivants (le temps est mesuré en unités arbitraires u.a. non précisées).

Expérience n°1 : $\left[Fe^{2+}\right]_0 = 0{,}1\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$ et $\left[Hg^{2+}\right]_0 = 0{,}1\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$

t en (u.a.)	0	1	2	3	$+\infty$
$\left[Hg^{2+}\right] / \left[Hg^{2+}\right]_0$	1	0,50	0,33	0,25	0

Expérience n°2 : $\left[Fe^{2+}\right]_0 = 0{,}1\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$ et $\left[Hg^{2+}\right]_0 = 0{,}001\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$

t en (u.a.)	0	1	2	4	$+\infty$
$\left[Hg^{2+}\right] / \left[Hg^{2+}\right]_0$	1	0,66	0,45	0,20	0

Q.1 Expliquer l'intérêt du choix $\left[Fe^{2+}\right]_0 = \left[Hg^{2+}\right]_0$ dans la première expérience, et l'intérêt du choix $\left[Fe^{2+}\right]_0 \gg \left[Hg^{2+}\right]_0$ dans la seconde.

Q.2 Montrer que l'ordre global de la réaction est 2.

Q.3 Montrer que l'on peut estimer que les ordres partiels vérifient $p = q = 1$.

Exercice 2 : Oxydation d'un alcool secondaire

En présence d'un initiateur I, un alcool secondaire s'oxyde en phase liquide selon la réaction :

$$RCH(OH)R + O_2 = COR + H_2O_2$$

L'étude expérimentale est réalisée à 100 °C en mesurant la vitesse initiale de la réaction r_0 pour différentes concentrations en réactifs et en initiateur I.

On suppose une loi de vitesse (initiale) de la réaction du type :

$$r_0 = k\,[RCH(OH)R]_0^a\,p(O_2)_0^b\,[I]_0^c$$

Q.1 Détermination expérimentale de b : pour des pressions en dioxygène comprises entre 0,40 bar et 0,67 bar, la vitesse initiale r_0 ne varie pas. Que peut-on en conclure sur b ?

Q.2 Détermination expérimentale de c : Pour une série d'expériences, on impose $p(O_2) = 0{,}53\,\mathrm{bar}$; $[\mathrm{alcool}]_0 = 10\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$. On mesure r_0 pour différentes valeurs $[I]_0$:

$[I]_0$ en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$	0,015	0,030	0,060	0,090
$10^6 r_0$ en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}\cdot s^{-1}}$	40,4	57,1	80,8	99,0

Déuire grâce à une régression linéaire l'ordre partiel c de la réaction par rapport à I.

Q.3 Détermination expérimentale de a : Pour une série d'expériences, on impose $p(O_2) = 0{,}53\,\mathrm{bar}$; $[I]_0 = 0{,}03\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$. On mesure r_0 pour différentes valeurs $[\mathrm{alcool}]_0$:

$[\mathrm{alcool}]_0$ en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$	2	4	6	8	10
$10^6 r_0$ en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}\cdot s^{-1}}$	11,5	22,8	34,5	45,6	57,1

Déduire grâce à une régression linéaire l'ordre partiel de la réaction a par rapport à l'alcool.

Q.4 Déterminer la constante de vitesse de la réaction.

Exercice 3 : Détermination des ordres globaux et partiels de la synthèse de la bromacétone

On considère la propanone (CH_3COCH_3).

Cette cétone peut réagir sur le dibrome (Br_2) en milieu aqueux basique selon la réaction totale :

$$CH_3COCH_{3(aq)} + Br_{2(aq)} + HO^-_{(aq)} = CH_2BrCOCH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} + Br^-_{(aq)}$$

Soit F le composé organique final.

La réaction est étudiée en milieu de pH constant. On réalise trois expériences :

Expérience 1 : $[\text{propanone}]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $[\text{Br}_2]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $\left[\text{HO}^-\right]_0 = C^{te} = 0{,}01\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

t en (s)	0	20	40	60	100	140	200
$[\text{Br}_2]$ en $(\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	0,1	0,08	0,067	0,055	0,037	0,025	0,014
$\ln\dfrac{[\text{Br}_2]}{c^\circ}$	−2,3	−2,53	−2,7	−2,9	−3,3	−3,69	−4,27
$\dfrac{1}{[\text{Br}_2]}$ $(\text{L}\cdot\text{mol}^{-1})$	10	12,5	14,9	18,2	27,0	40	71,4

Expérience 2 : $[\text{propanone}]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $[\text{Br}_2]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $\left[\text{HO}^-\right]_0 = C^{te} = 0{,}02\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

t en (s)	0	10	20	30	45	60	80
$[\text{Br}_2]$ en $(\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	0,1	0,082	0,068	0,056	0,041	0,031	0,02
$\ln\dfrac{[\text{Br}_2]}{c^\circ}$	−2,3	−2,5	−2,69	−2,88	−3,19	−3,47	−3,91
$\dfrac{1}{[\text{Br}_2]}$ $(\text{L}\cdot\text{mol}^{-1})$	10	12,2	14,7	17,9	24,4	32,3	50

Expérience 3 : $[\text{propanone}]_0 = 1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $[\text{Br}_2]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $\left[\text{HO}^-\right]_0 = C^{te} = 0{,}02\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

t en (s)	0	1	2	3	4	5
$[\text{Br}_2]$ en $(\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	0,1	0,080	0,061	0,042	0,025	0,0074
$\ln\dfrac{[\text{Br}_2]}{c^\circ}$	−2,3	−2,5	−2,80	−3,17	−3,69	−4,91
$\dfrac{1}{[\text{Br}_2]}$ $(\text{L}\cdot\text{mol}^{-1})$	10	12,2	16,4	23,8	40	135,1

On cherche si elle existe, une loi de vitesse de la forme :

$$r = k\,[\text{CH}_3\text{COCH}_3]^\alpha\,[\text{Br}_2]^\beta\,\left[\text{HO}^-\right]^\gamma$$

Q.1 Montrez que l'expérience 1 permet d'étudier les éventuels ordres partiels par rapport à la propanone et au dibrome.

Q.2 Montrez que les expériences 1 et 2 permettent d'étudier l'influence des ions hydroxyde sur la loi de vitesse.

Q.3 Qu'apporte l'expérience 3 ?

Q.4 En justifiant votre démarche déterminez les exposants α, β et γ. Donnez sa constante de vitesse k en précisant bien les unités utilisées.

Exercice 4 : Décomposition de l'ozone

L'ozonation est une méthode de traitement de l'eau potable consistant à dissoudre de l'ozone O_3 dans l'eau. L'ozone est un oxydant puissant qui détruit les matières organiques et tue les bactéries. L'ozone en solution aqueuse est instable. Il se décompose selon un mécanisme complexe, en produisant en particulier des radicaux hydroxyles, dont le pouvoir oxydant permet la dégradation de matières organiques. Pour simplifier, on envisage une dégradation en dioxygène suivant l'équation :

$$\text{O}_{3\,(\text{aq})} \rightarrow \frac{3}{2}\text{O}_{2\,(\text{aq})}$$

Le tableau ci-dessous donne le temps de demi-vie de l'ozone pour différentes températures (à pH = 7). Le temps de demi-vie ne dépend pas de la concentration initiale en ozone. Soit $c(t=0)$ la concentration initiale de O_3 et $c(t)$ sa concentration à un instant t. On suppose que la réaction admet un ordre α par rapport à O_3 et on note k sa constante de vitesse.

T (°C)	15	20	25	30	35
$t_{\frac{1}{2}}$ (min)	30	20	15	12	8

Données : $R = 8{,}314\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $0\,°\text{C} = 273\,\text{K}$.

Q.1 Dans l'hypothèse $\alpha = 1$, déterminer $c(t)$ et en déduire l'expression du temps de demi-vie.

Q.2 Dans l'hypothèse $\alpha = 2$, déterminer $c(t)$ et en déduire l'expression du temps de demi-vie.

Q.3 Quelle hypothèse faut-il retenir ? En déduire la constante de vitesse k pour les différentes températures.

Q.4 Déterminer l'énergie d'activation de la réaction.