Exercices de physique-chimie
PTSI1 2025-2026

Quentin Roveillo

17 octobre 2025

Table des matières

Première partie

Ondes

Liste des chapitres Ondes

Ondes 1 : Lois de l'optique géométrique

Exercice 1 : Doublage de fréquence

Le rayon laser utilisé à l'observatoire du CERGA pour mesurer la distance Terre-Lune est obtenu par doublage de fréquence à partir d'un laser de longueur d'onde $\lambda_1 = 1{,}064\,\mu\text{m}$.

Q.1 Quelle est la longueur d'onde λ_2 de la lumière envoyée vers la Lune ? Quelle est sa couleur ?

Q.2 On envoie en fait des impulsions durant 0,1 ns. Calculer le nombre d'oscillations du signal lumineux dans une impulsion.

Exercice 2 : Expression de l'angle limite de réflexion totale

Considérons un dioptre séparant deux milieux transparents d'indices n_1 et $n_2 < n_1$. Un rayon lumineux se propageant dans le milieu d'indice n_1 fait un angle i_1 avec la normale au dioptre.

Q.1 Faire un schéma en faisant apparaître le dioptre, la normale au dioptre, l'angle incident, le rayon réfléchi et le rayon réfracté ainsi que les angles d'incidence i_1, de réflexion r et de réfraction i_2. Est-ce que le rayon réfracté s'approche ou s'écarte de la normale au dioptre ?

Q.2 Montrer que le rayon réfracté n'existe que tant que l'angle d'incidence est plus petit qu'un angle i_l dont on donnera l'expression.

Q.3 L'angle i_l est appelé «angle limite de réflexion totale». Expliquer cette dénomination. Que se passe-t-il pour $i_1 > i_l$?

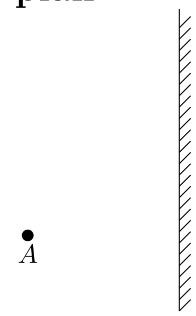
Q.4 Calculer l'angle limite de réflexion totale dans le cas d'une interface eau ($n_v = 1{,}33$)-air ($n_a = 1{,}00$) et diamant ($n_d = 2{,}54$)-air ($n_a = 1{,}00$).

Exercice 3 : Image d'un point au travers d'un miroir plan

On considère un point objet A situé devant un miroir plan.

Q.1 En exploitant la loi de la réflexion de Snell-Descartes, trouver graphiquement la position de l'image A' de A par le miroir plan. Cette image est-elle réelle ou virtuelle ?

Q.2 Montrer que A' est le symétrique de A par le plan du miroir.



Exercice 4 : Déviation d'un rayon lumineux

On considère une goutte d'eau sphérique d'indice $n = 1{,}33$. On se place dans un plan passant par le centre O de la goutte. Un rayon pénètre au point I dans la goutte avec un angle d'incidence i_1. Il se réfracte une nouvelle fois au point J où il émerge de la goutte. Le rayon incident est dirigé par le vecteur $\overrightarrow{u_1}$ et le rayon émergent par le vecteur $\overrightarrow{u_3}$.

Q.1 Exprimer l'angle de déviation $D = (\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_3})$ du rayon lumineux en fonction de i_1 et de r_1.

Q.2 Calculer D pour $i_1 = -45°$.

Exercice 5 : Incidence de Brewster

Un dioptre plan sépare l'air d'indice égal à $n_{air} = 1{,}00$ d'un autre milieu d'indice n. Un rayon lumineux arrive avec un angle d'incidence i sur ce dioptre.

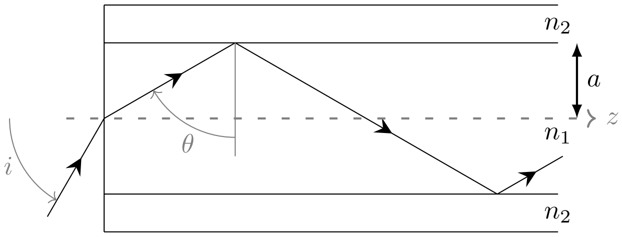
Q.1 Exprimer en fonction de i et de l'angle de réfraction i' l'angle α formé par le rayon partiellement réfléchi avec le rayon réfracté.

Q.2 En déduire en fonction de n l'expression de l'angle d'incidence i_b tel que le rayon partiellement réfléchi soit perpendiculaire au rayon réfracté.

Exercice 6 : Fibre optique à saut d'indice

On considère un guide d'ondes diélectrique constitué de deux cylindres concentriques de section circulaire, et constitués l'un et l'autre de matériau isolant (la silice). L'indice de réfraction de la partie centrale, appelée cœur, est noté n_1 ; l'indice de la partie périphérique, appelée gaine, est noté n_2, avec $n_2 < n_1$. Le milieu extérieur est l'air, assimilé au vide et donc d'indice égal à 1 (valeur qu'on prendra dans les calculs littéraux).

Dans ce problème, on s'intéresse essentiellement à un type de fibre optique particulier : les fibres à saut d'indice. Dans une fibre à saut d'indice, le coeur et la gaine sont des milieux homogènes : $n_1 = 1{,}456$ et $n_2 = 1{,}410$ sont uniformes. On note z la direction générale de propagation. Le diamètre du coeur vaut $a = 50\,\mu\text{m}$.



Q.1 Montrer que le rayon lumineux est guidé par réflexion totale dans le coeur (c'est-à-dire qu'il n'en sort pas) si θ est supérieur à une certaine valeur θ_L que l'on exprimera en fonction de n_1 et de n_2. Calculer θ_L.

Q.2 On note i l'ange d'entrée du rayon à l'extérieur de la fibre.

a) Montrer que la valeur maximale de i (notée i_{max}) pour que le guidage soit assuré dans la fibre, vaut :

$$i_{max} = \arcsin \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

b) Calculer numériquement $N = \sin i_{max}$ appelée ouverture numérique de la fibre, puis i_{max}.

Q.3 Schématiser le trajet de la lumière le plus court à travers la fibre.

Q.4 Exprimer la durée τ_1 de ce parcours.

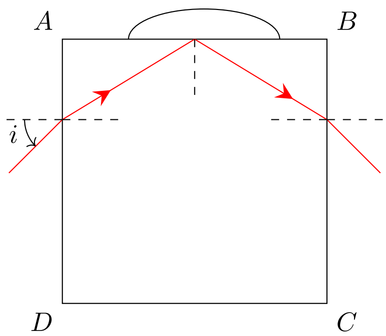
Q.5 Schématiser le trajet de la lumière le plus long à travers la fibre.

Q.6 Exprimer la durée τ_2 de ce parcours.

Q.7 Exprimer la différence de durée de parcours $\Delta t_{max} = \tau_2 - \tau_1$.

Exercice 7 : Réfractomètre de Pulfrich

On veut mesurer l'indice de réfraction n d'un liquide. On dépose une goutte de ce liquide sur un cube de verre transparent d'indice $N = 1{,}50$. On éclaire ce cube par un faisceau lumineux d'incidence i variable sur la face d'entrée AD. On mesure la valeur de l'angle limite d'incidence i_l pour lequelle la goutte apparaît lumineuse.



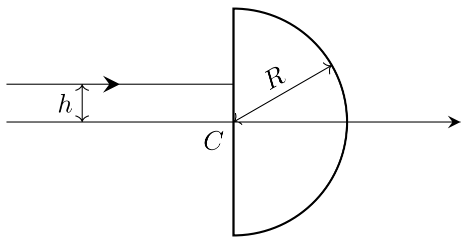
Q.1 Justifier pourquoi pour $i \geqslant i_l$, la goutte est si lumineuse.

Q.2 Déterminer alors l'indice de réfraction n en fonction de N et i_l.

Q.3 Montrer que ce réfractomètre mesure des indices n compris entre deux valeurs à déterminer.

Exercice 8 : Demi-Boule de verre :

On considère une demi-boule de verre de centre C et de rayon, d'indice n. On éclaire cette boule par un faisceau de rayons lumineux parallèle à cet axe. On observe les rayons transmis par le dispositif.



Q.1 Reproduire et légender le schéma ci-dessus.

Q.2 On considère un rayon lumineux proche de l'axe. Dessiner la marche de ce rayon lumineux. On définit le point F' comme l'intersection entre le rayon émergeant de la demi-boule et l'axe de la demi-boule. A quelle distance de C se trouve-t-il ?

Q.3 Montrer que si $h \ll R$ la position de F' est indépendante de h.

Q.4 On considère un rayon lumineux éloigné de l'axe. Quel phénomène observe-t-on ?

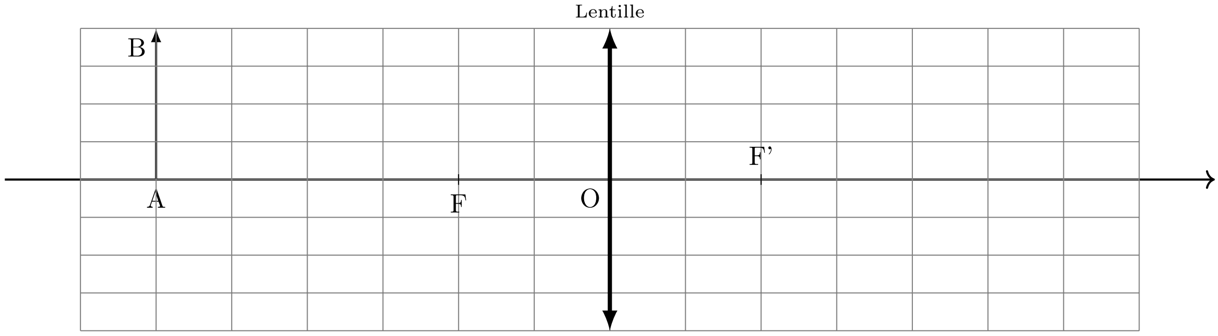
Q.5 En déduire la distance à l'axe à partir de laquelle un rayon incident ne sera pas observé par un observateur placé de l'autre côté du dispositif ?

Ondes 2 : Formation des images

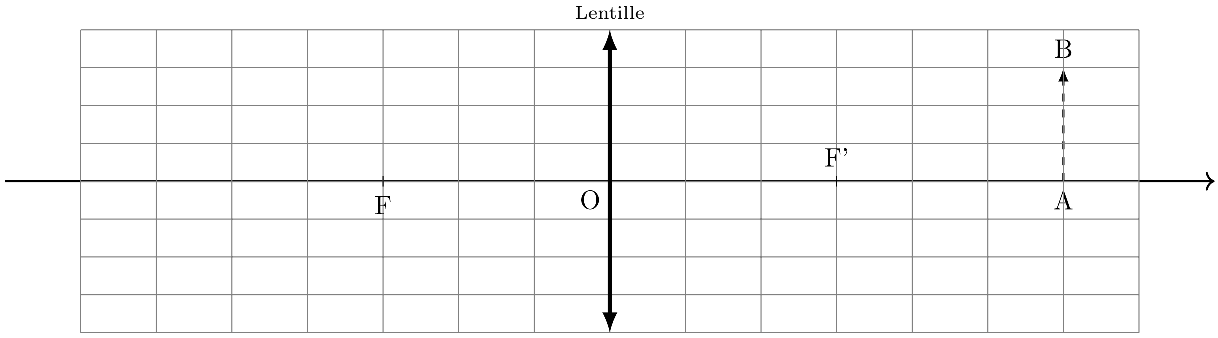
Exercice 1 : Constructions graphiques

Reproduire sur votre feuille et réaliser les constructions demandées à l'aide de trois rayons chaque fois :

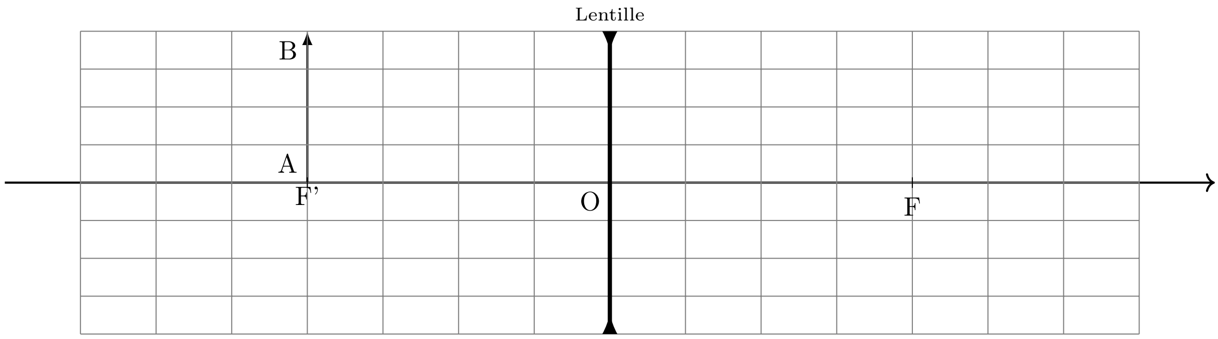
Q.1 Construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille suivante et donner la nature de l'objet :



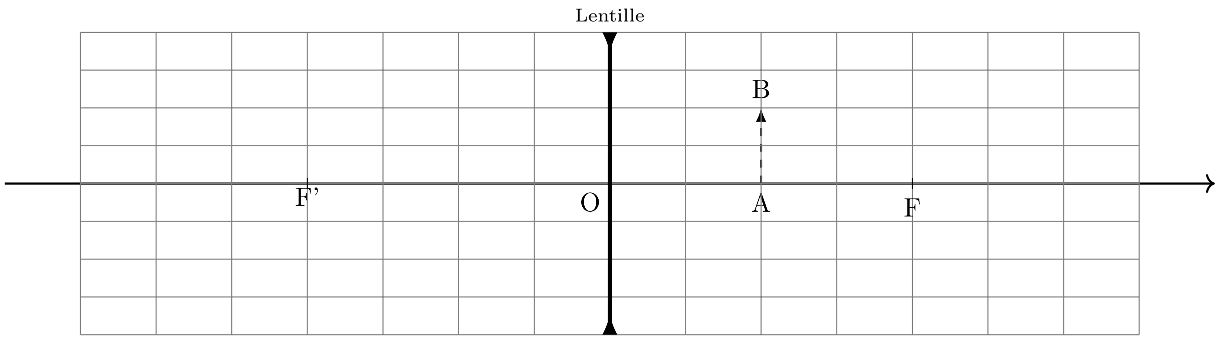
Q.2 Construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille suivante et donner la nature de l'objet :



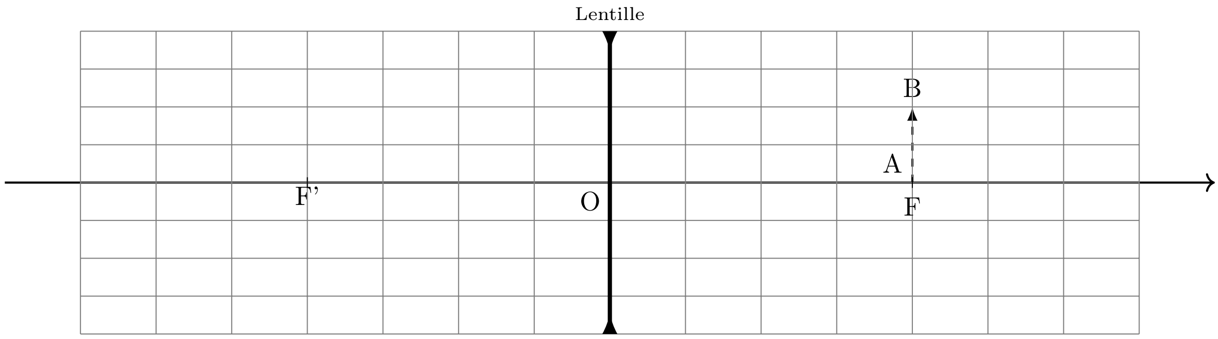
Q.3 Construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille suivante et donner la nature de l'image :



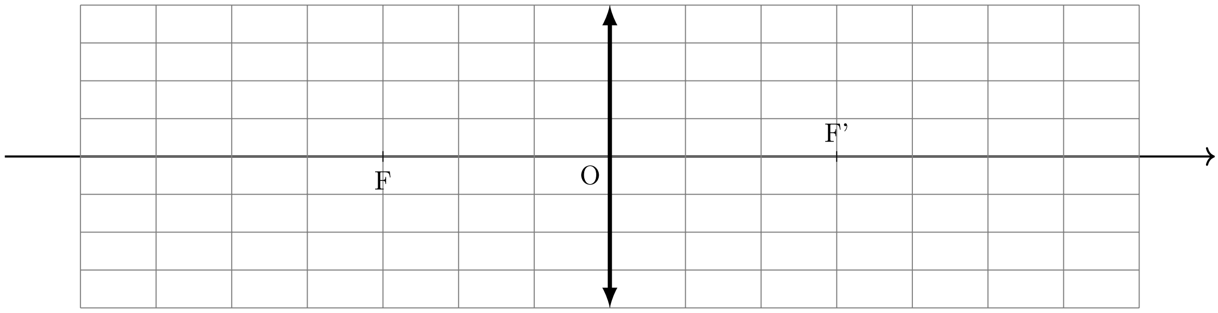
Q.4 Construire graphiquement l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers la lentille suivante et donner la nature de l'image :



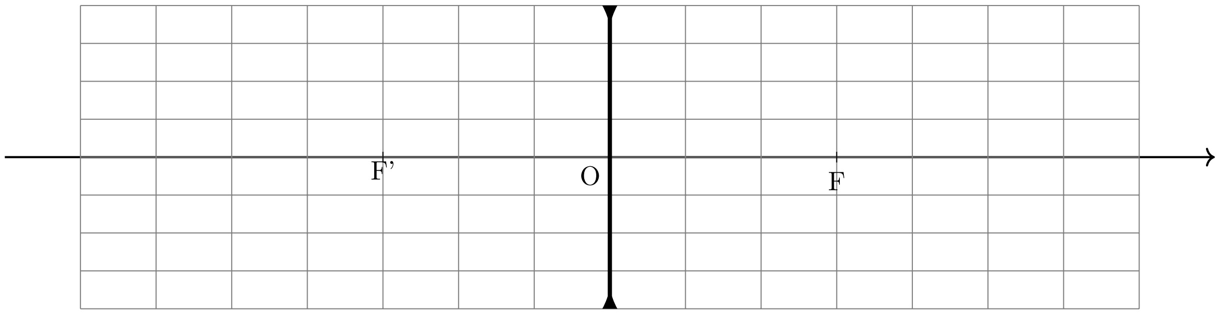
Q.5 Construire graphiquement l'objet AB de l'image $A'B'$ à travers la lentille suivante et donner la nature de l'objet :



Q.6 Construire graphiquement l'image $A'B'$ d'un objet AB situé à l'infini à travers la lentille suivante et donner la nature de l'image :



Q.7 Construire graphiquement l'image $A'B'$ d'un objet AB situé à l'infini à travers la lentille suivante et donner la nature de l'image :



Exercice 2 : Image à l'infini ?

Q.1 On dispose d'une lentille divergente L dont la distance focale est égale à -40 mm. Quelle doit être la position d'un objet AB de taille égale à 2,0 mm pour que son image $A'B'$ par la lentille soit à l'infini ?

Q.2 Préciser la nature de AB.

Q.3 Sous quel diamètre apparent (le diamètre apparent est l'angle sous lequel on voit un objet lointain), un observateur plaçant son œil derrière la lentille L verra-t-il l'image $A'B'$?

Exercice 3 : Distance entre objet et image

Un objet (AB) et un écran (E) sont fixes et distants de D.

Entre l'objet et l'écran, on déplace une lentille mince convergente de distance focale image f'.

Q.1 Montrer qu'il existe une valeur minimale de D pour laquelle on ne peut pas former d'image sur (E).

Q.2 Calculer la ou les positions de la lentille convergente pour lesquelles on peut former une image nette sur l'écran. Exprimer la différence entre ces deux positions qu'on notera d.

Q.3 Exprimer f' en fonction de D et d.

Exercice 4 :

Une lentille mince donne d'un objet AB réel une image A'B' réelle deux fois plus grande. La distance AA' est de 90 cm.

Q.1 Identifier la nature de la lentille.

Q.2 Faire une construction graphique pour placer AB, A'B', la lentille, F et F'.

Q.3 Déterminer $\overline{OA}$, $\overline{OA'}$ et f' par le calcul.

Ondes 3 : Systèmes optiques

Exercice 1 : Pouvoir séparateur de l'œil

Q.1 Par quoi modélise-t-on l'œil ?

Q.2 Déterminer la distance minimale séparant deux point objets pour que leurs images puissent être vues séparément lorsqu'ils se trouvent à 30 m et 60 m.

Exercice 2 : Doublet de Huygens

On appelle doublet un ensemble de deux lentilles minces de même axe optique. En appelant L_1 et L_2 les deux lentilles (la première lentille rencontrée par la lumière est L_1), on note O_1 et O_2 leurs centres optiques, F_1 et F_2 leurs foyers objets, F_1' et F_2' leurs foyers images. Un doublet est caractérisé par les distances focales image des deux lentilles f_1' et f_2' et son épaisseur $e = \overline{O_1O_2}$.

Le doublet de Huygens est tel que : $f_1' = 3a$, $e = 2a$, $f_2' = a$, où a est une longueur quelconque.

Q.1 Déterminer graphiquement la position du foyer image F' du doublet de Huygens (on pourra prendre l'échelle $a = 2\,\text{cm}$).

Q.2 Retrouver ce résultat par un calcul en déterminant l'expression de $\overline{F_2'F'}$.

Q.3 Déterminer graphiquement la position du foyer objet F du doublet de Huygens.

Q.4 Retrouver ce résultat par un calcul en déterminant l'expression de $\overline{F_1F}$.

Exercice 3 : Étude d'un téléobjectif d'appareil photographique

Un téléobjectif est constitué de deux lentilles minces dont les axes optiques coïncident. La lentille d'entrée L_1 a une vergence $C_1 = 10\,\delta$ et est suivie d'une lentille L_2 de vergence $C_2 = -40\,\delta$. La distance O_1O_2 séparant les deux lentilles vaut 8 cm. Un objet AB de hauteur égale à 0,5 m est placé à une distance $d = 100\,\text{m}$ de O_1 sur l'axe optique.

Q.1 Déterminer les caractéristiques de l'image intermédiaire A_1B_1 donnée par L_1.

Q.2 Quel rôle joue cette image pour la seconde lentille ? Déterminer les caractéristiques de l'image définitive $A'B'$.

Q.3 Les résultats de la question précédente sont-ils conformes aux propriétés attendues pour l'image donnée par un téléobjectif sur la pellicule photographique ?

Q.4 Déterminer la position de la lentille convergente unique qui permettrait d'arriver au même résultat. Préciser sa distance focale.

Q.5 Conclure quant à l'intérêt du téléobjectif.

Exercice 4 : Lentilles de contact

La distance cristallin - rétine dans un œil vaut environ 1,50 cm.

Q.1 L'œil normal peut voir nettement les objets entre l'infini et une distance minimale 25 cm du cristallin. Quelles sont donc les valeurs extrémales f_{PP}' et f_{PR}' de la focale du cristallin.

Q.2 un œil myope ne voit pas nettement les objets au-delà de $L = 2\,\text{m}$. Que dire de son cristallin ?

On veut corriger la vision de cet œil afin que ses caractéristiques soient celles d'un œil normal.

Q.3 Montrer que deux lentilles minces L_1 et L_2, de focales f_1 et f_2' accolées en O se comportent comme une unique lentille dont on précisera la focale f'.

Q.4 La correction de la vision de l'œil considéré se fait au moyen de verres de contact, assimilables à des lentilles minces au contact de la lentille modélisant le cristallin. Préciser la nature de ces lentilles. Quelle est leur vergence V_c ?

Exercice 5 : Lunette astronomique

On considère une lunette astronomique formée :

- d'un objectif constitué d'une lentille mince convergente $\mathscr{L}_1$ de distance focale image $f_1' = 25\,\text{cm}$;
- d'un oculaire consitué d'une lentille mince convergente $\mathscr{L}_2$ de distance focale $f_2' = 5\,\text{cm}$.

Ces deux lentilles ont le même axe optique. Cette lunette astronomique est utilisée pour observer Mars. L'axe optique de l'instrument est pointé vers le centre de Mars, on note A et B les points objets situés à deux extrémités opposées de la planète. Les rayons issus de A et B arrivant au niveau de la lunette forment un angle α au niveau de la Terre, appelé angle apparent. On rappelle qu'un œil emmétrope, c'est-à-dire sans défaut, voit net un objet sans accomoder quand celui-ci est placé à l'infini.

Q.1 Quelle doit être la distance entre les centres optiques des lentilles pour que l'utilisateur puisse observer la planète sans accomoder ?

Q.2 Faire le schéma de la lunette. Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux formé de rayons issus de la planète. On appellera $\overline{A_1B_1}$ l'image intermédiaire.

Q.3 On souhaite photographier cette planète. Où faut-il placer la pellicule ?

Q.4 On note α' l'angle que forment les rayons émergents en sortie de la lunette. L'image finale est-elle droite ou renversée ?

Q.5 La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Exprimer G en fonction de f_1' et f_2'.

Exercice 6 : Distance hyperfocale

On modélise l'objectif d'un appareil photo par une lentille convergente L, de centre O et de distance focale image f'.

Q.1 Lorsque l'appareil est mis au point à l'infini (objet à l'infini), où doit-on placer la pellicule ?

Q.2 On considère un point objet A à la distance d_A devant la lentille. La pellicule est dans la position de la question (1).

a) Exprimer la position $\overline{OA'}$ de l'image A' de A.

b) On note D_L le diamètre utile de la lentille (diamètre du faisceau au niveau de la lentille) et D_A le diamètre de la tache du faisceau sur la pellicule. Exprimer D_A en fonction de D_L, f' et d_A.

c) La pellicule est formée de grains de diamètre ϵ. Quelle est la condition sur ϵ pour que l'image d'un point A situé à une distance d_A soit net ?

d) Calculer la distance d_A minimale (appelée distance hyperfocale) qui donnera une image nette sur la pellicule. Application numérique pour $f' = 3{,}0\,\text{cm}$; $D_L = 2\,\text{mm}$ et $\epsilon = 2\,\mu\text{m}$.

Exercice 7 : Photocopieur

On considère un photocopieur, qui forme l'image d'un document à photocopier sur un récepteur, qui est une surface photosensible. On place à 180 mm du récepteur une lentille L_1 de focale $f_1' = -90$ mm. (figure 1)

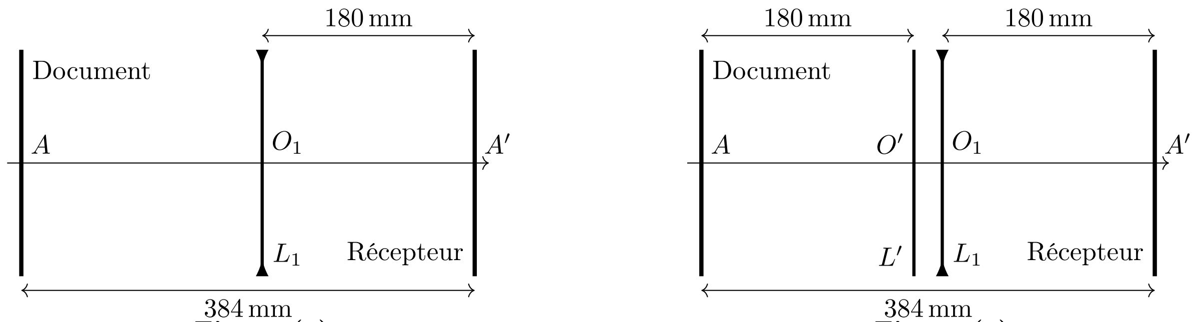


Figure (1) **Figure (2)**

Q.1 Est-il possible de voir quelque chose sur le récepteur ?

Q.2 On place ensuite une lentille L' à 180 mm du document (figure 2). Déterminer sa focale pour obtenir une image sur le récepteur.

Q.3 Quelle est la taille de l'image pour un document en format A4 ?

Q.4 L' est en réalisté un système de deux lentilles L_2 et L_3 accolées, avec L_2 identique à L_1. On déplace L_3 pour l'accoler à L_1. Montrer que cette position permet de former l'image sur le récepteur. Quelle est alors la taille de l'image pour un document en format A4 ?

Ondes 4 : Propagation d'un signal

Exercice 1 : Téléphonie mobile

Q.1 La distance entre un téléphone mobile et une antenne-relais est de $2\,\mathrm{km}$. Évaluer le temps qui s'écoule entre l'émission d'un signal par le téléphone et sa réception par l'antenne.

Q.2 Estimer un ordre de grandeur de la longueur d'onde des ondes émises par le téléphone mobile.

Exercice 2 : Ondes progressives

Q.1 Donner la période, la fréquence, la pulsation, le nombre d'onde, le vecteur d'onde, la longueur d'onde et la phase à l'origine de l'onde décrite par

$$s_1(x,t) = 5\sin(2{,}4 \times 10^3 \pi t - 7{,}0\pi x + 0{,}7\pi)$$

En déduire sa célérité.

Q.2 Une onde sinusoïdale se propage dans la direction des x positifs avec la célérité c. En $x = 0\,\mathrm{m}$, on a :

$$s_2(x=0,t) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Donner l'expression de $s_2(x,t)$ et tracer l'allure du signal temporel perçu en $x = \frac{\lambda}{4}$.

Q.3 Une onde sinusoïdale se propage dans la direction des x négatifs avec la célérité c. En $t = 0\,\mathrm{s}$, on a :

$$s_3(x,t=0) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Donner l'expression de $s_3(x,t)$ et tracer l'allure du signal temporel perçu en $t = \frac{T}{4}$.

Q.4 En $x = 0\,\mathrm{m}$ on excite un train d'ondes :

$$s_4(x=0,t) = S_0 \exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right)\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

avec $T = 0{,}2\,\mathrm{s}$ et $\tau = 1\,\mathrm{s}$. L'onde se propage dans la direction des x positifs à la célérité $c = 2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Donner l'expression de $s_4(x,t)$.

Exercice 3 : Évolution temporelle d'une onde

On considère une onde sonore d'expression :

$$p(x,t) = p_0\cos(\omega t - kx)$$

où ω, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ et p_0 sont des constantes.

Q.1 Quelles sont la direction et le sens de propagation de l'onde ?

Q.2 Tracer l'allure spatiale de l'onde aux instants $t = 0\,\mathrm{s}$, $t = \frac{T}{4}$, $t = \frac{T}{2}$ et $t = T$ où T est la période de l'onde.

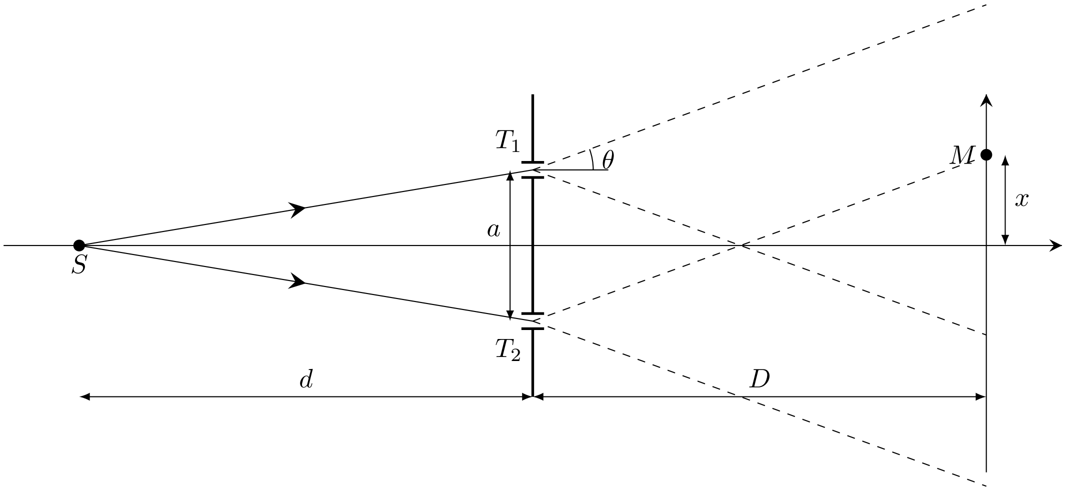
Q.3 Un microphone est placé en $x = \frac{7\pi}{2k}$. Il restitue une tension $u(t)$ similaire à la surpression p régnant en x. Exprimer puis représenter la tension $u(t)$.

Exercice 4 : Expérience des trous de Young

On considère un dispositif de trous de Young permettant d'observer des interférences lumineuses. Ce dispositif est constitué de deux trous T_1 et T_2 percés dans un écran opaque de rayon $r = 5{,}0\,\mathrm{\mu m}$, séparés d'une distance $a = 50\,\mathrm{\mu m}$. Dans l'expérience considérée ici, les trous sont éclairés par une onde lumineuse de longueur d'onde $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$ émise par une source ponctuelle S d'intensité I_0 située à une distance $d = 1{,}0\,\mathrm{m}$ des trous sur l'axe optique, qui correspond à la bisectrice de T_1T_2 perpendiculaire à l'écran contenant les trous. L'indice optique de l'air est supposé égal à 1.

Lorsque la lumière incidente passe au travers d'un trou de petite dimension, un péhnomène de diffraction a lieu. Le faisceau en sortie du trou présente alors un demi-angle d'ouverture θ tel que $\sin(\theta) \sim \frac{\lambda}{2r}$.

La faible valeur du rayon r des trous T_1 et T_2 par rapport à λ conduit à des faisceaux de grande ouverture en sortie des trous, permettant aux ondes de se superposer dans un volume de l'espace. La zone où une onde passant par T_1 et une onde passant par T_2 se superposent est appelée **champ d'interférences**. Un écran est placé dans cette zone à une distance $D = 1{,}0\,\mathrm{m}$ du plan des trous. On y observe des interférences qui se manifestent par une alternance de zones de forte intensité appelées **franges brillantes** et de zones de faible intensité appelées **franges sombres**.



Q.1 Associer aux franges brillantes et sombres le caractère constructif ou destructif de l'interférence lumineuse.

Q.2 Justifier que la frange située sur l'écran au niveau de l'axe optique (au point O) est une frange brillante.

On considère un point M de l'écran d'abscisse x. La différence de marche $\delta(M)$ en M entre les ondes passant par T_2 et par T_1 s'écrit :

$$\delta(M) = (ST_2M) - (ST_1M)$$

où $(ST_iM) = (ST_i) + (T_iM)$ représente le chemin optique entre S et M en passant par le trou T_i.

Q.3 Reproduire le schéma et ajouter les rayons lumineux correspondant aux chamins suivis par les deux ondes se superposant en M.

Q.4 Exprimer $\delta(M)$ en fonction de a, x et D.

Q.5 Montrer que dans l'approximation paraxiale où l'on impose $a, x \ll D$, la différence de marché s'écrit au premier ordre en x/D :

$$\delta(M) \simeq \frac{ax}{D}$$

Pour cela on donne le DL_1 : pour $\epsilon \ll 1$, $\sqrt{1+\epsilon} \simeq 1 + \dfrac{\epsilon}{2}$.

Q.6 En utilisant la formule de Fresnel exprimer l'éclairement $I(x)$ sur l'écran :

$$I(x) = 2I_0(1 + \cos(\Delta\varphi))$$

Q.7 On appelle **interfrange** i, la distance séparant deux franges brillantes sur l'écran. Déterminer l'expression de l'interfrange i et calculer sa valeur.

Q.8 Déterminer le diamètre d_e du champ d'interférences au niveau de l'écran et calculer sa valeur.

Q.9 En déduire le nombre de franges brillantes observables sur l'écran.

Deuxième partie

Signaux

Liste des chapitres Signaux

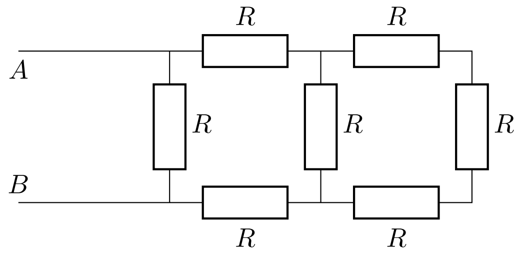
Signaux 1 : Lois de l'électrocinétique

Exercice 1 : Association de résistances

Q.1 Démontrer que deux résistances en séries sont équivalentes à une unique résistance dont on donnera l'expression.

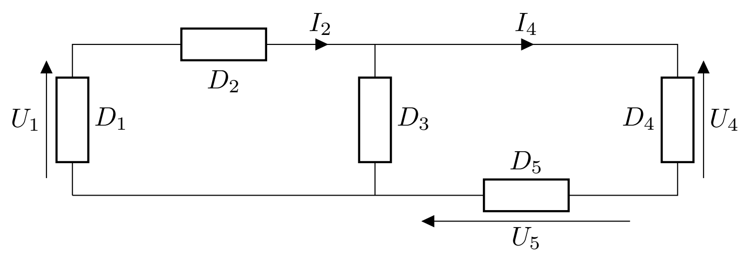
Q.2 Démontrer que deux résistances en parallèle sont équivalentes à une unique résistance dont on donnera l'expression.

Q.3 Calculer la résistance équivalente du circuit ci-dessous :



Exercice 2 : Caractère récepteur ou générateur de dipôles inconnus

Dans le circuit ci-dessous, on donne $U_1 = -2\,\mathrm{V}$, $U_4 = -3\,\mathrm{V}$, $U_5 = 1\,\mathrm{V}$, $I_2 = -1\,\mathrm{mA}$ et $I_4 = 1\,\mathrm{mA}$.



Q.1 Reproduire le schéma en représentant toutes les tensions et tous les courants inconnus.

Q.2 Déduire la valeur de ces courants et tensions.

Q.3 Calculer la puissance reçue pour chacun des dipôles.

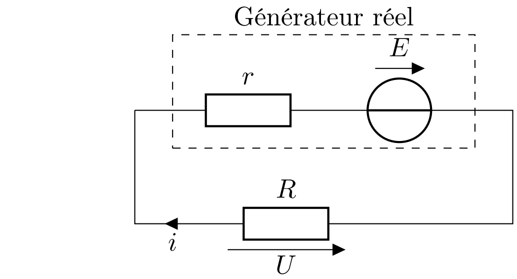
Q.4 En déduire le caractère générateur ou récepteur de chacun des dipôles.

Exercice 3 : Résistance de sortie d'un générateur

Prenons un générateur réel pour alimenter une résistance de charge R, on note U la tension à ses bornes. La tension commandée est la tension E. La résistance interne r est appelée «résistance de sortie du générateur».

Q.1 Exprimer la tension mesurée U en fonction des résistances et de la tension commandée E.

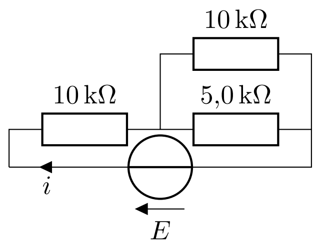
Q.2 Quelle condition sur la résistance de charge R par rapport à la résistance interne pour que la tension U soit égale à la tension de commande E ?



Générateur de tension réel débitant sur une résistance.

Exercice 4 : Détermination d'un courant

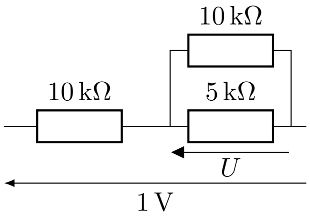
Q.1 Déterminer le courant i dans le circuit avec $E_0 = 1\,\mathrm{V}$.



Exercice 5 : Ponts diviseurs

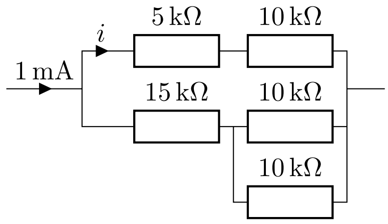
Q.1 Démontrer la formule du pont diviseur de tension.

Q.2 Combien vaut la tension U dans le circuit ci-dessous ?



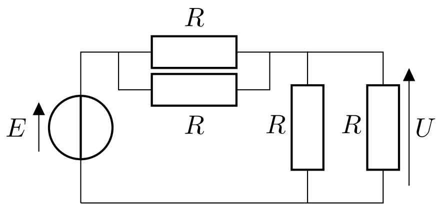
Q.3 Démontrer la formule du pont diviseur de courant.

Q.4 Combien vaut le courant i dans le circuit ci-dessous ?

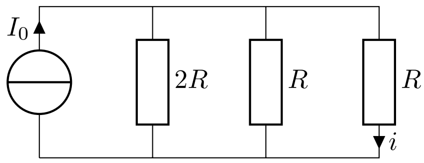


Exercice 6 : Ponts diviseurs

Q.1 Calculer U dans le montage suivant :

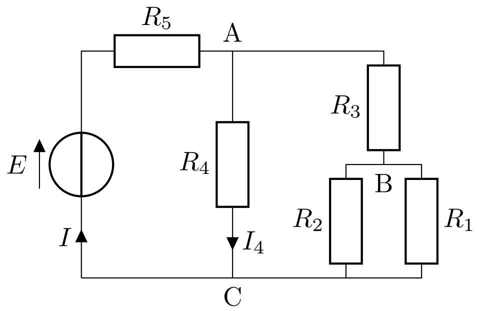


Q.2 Calculer i dans le montage suivant :



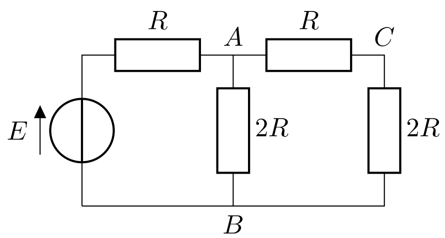
Exercice 7 : Étude de circuits résistifs

Dans le circuit ci-contre, calculer U_{AC}, U_{BC}, I et I_4. On précise $R_1 = 12\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$, $R_4 = 40\,\Omega$, $R_5 = 50\,\Omega$ et $E = 10\,\mathrm{V}$



Exercice 8 : Double pont diviseur de tension

Dans ce circuit les valeurs des composants on a : $R = 10\,\Omega$ et $E = 5\,\mathrm{V}$



Q.1 Calculer la résistance équivalente R_{AB} (R_2, R_3, R_4) entre les points A et B.

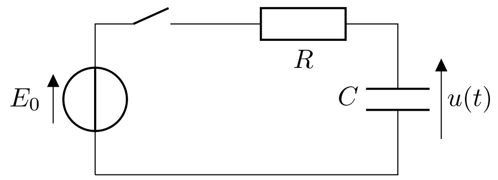
Q.2 En utilisant deux fois la formule du diviseur de tension calculer U_{CB}.

Signaux 2 : Circuits linéaires du premier ordre

Exercice 1 : Charge d'un condensateur

On étudie théoriquement le montage électrique ci-contre :

- la tension E_0 est une fonction constante ;
- l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$;
- le condensateur est initialement déchargé.



Q.1 Sans établir d'équation différentielle, indiquer la valeur de la tension u_∞ après un temps très long.

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

Q.3 Donner en la justifiant la vleur de $u(t = 0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur et résoudre l'équation différentielle.

Q.4 Tracer le graphe de la tension $u(t)$.

Q.5 Calculer $i(t)$ et commenter sa valeur en $t = 0$.

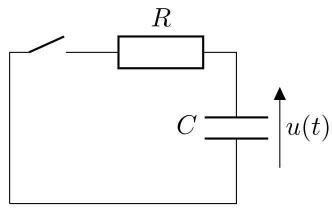
Q.6 Réaliser un bilan de puissance du système et l'interpréter.

Q.7 Calculer les différentes énergies fournies ou reçues au cours de toute la charge.

Exercice 2 : Décharge d'un condensateur

Une fois que le condensateur est chargé depuis longtemps, on ouvre l'interrupteur puis on arrête le générateur et on ferme l'interrupteur. Cela revient à étudier le montage électrique ci-contre :

- l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$;
- le condensateur est initialement chargé à la tension E_0.



Q.1 Sans établir d'équation différentielle, indiquer la valeur de la tension u_∞ après un temps très long.

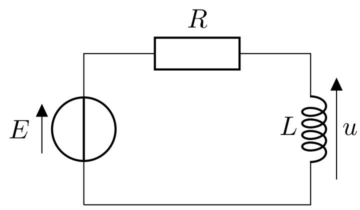
Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

Q.3 Résoudre l'équation différentielle et tracer le graphe de la tension $u(t)$.

Q.4 Réaliser un bilan de puissance du système puis calculer les énergies mises en jeu lors de la décharge. Interpréter les résultats.

Exercice 3 : Circuit inductif

La tension $e(t)$ est nulle pour $t < 0$ et est égale à E pour $t \geqslant 0$.



Q.1 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u la tension aux bornes de la bobine. Quelle est la constante de temps de ce circuit ? On la notera τ.

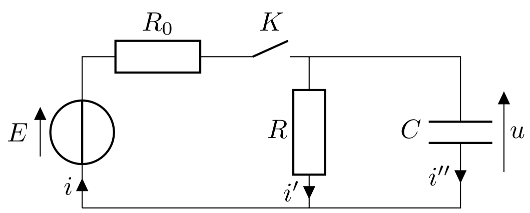
Q.2 Résoudre cette équation différentielle, on exprimera $u(t)$ en fonction de t, E et τ.

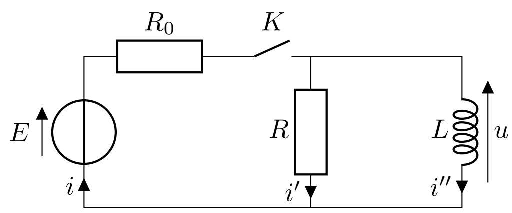
Q.3 Établir un bilan de puissance.

Q.4 Tracer l'allure de $u(t)$.

Exercice 4 : Conditions initiales

On considère les circuits électriques suivant.





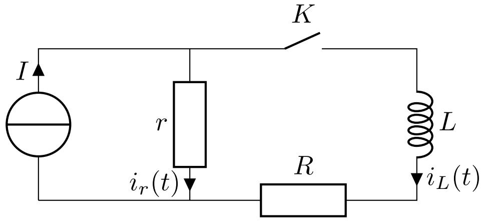
L'interrupteur est ouvert depuis longtemps. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

Q.1 Pour chaque circuit, déterminer les valeurs de i, i', i'' et u à $t = 0^+$.

Q.2 Pour chaque circuit, déterminer les valeurs de i, i', i'' et u en régime permanent.

Exercice 5 : Étude d'un circuit à deux mailles

On considère le montage ci-dessous et on ferme l'interrupteur au temps $t = 0$.



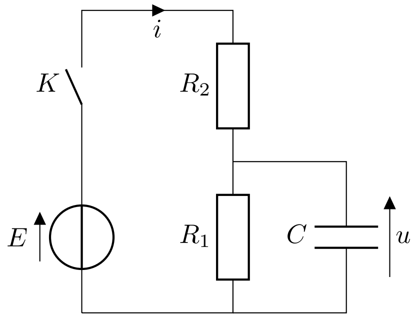
Q.1 Quelles sont les valeurs de $i_r(t)$ et $i_L(t)$ pour $t = 0^+$ et $t \to +\infty$?

Q.2 Trouver l'équation différentielle pour i_L.

Q.3 La résoudre et vérifier le résultat grâce aux valeurs des courants en régime permanent.

Exercice 6 : Charge d'un condensateur

On considère le circuit suivant. Le condensateur de capacité C étant déchargé, on abaisse l'interrupteur K à l'instant $t = 0$.

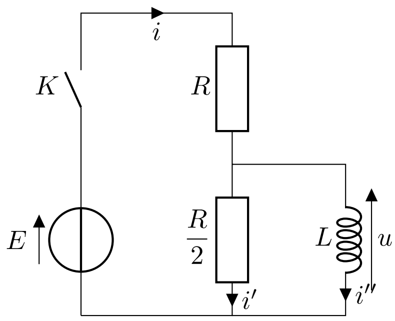


Q.1 Établir, à l'aide des lois de Kirchhoff, l'équation différentielle satisfaite par la tension $u(t)$. Quel est le temps caractéristique ?

Q.2 Quelles sont les expressions de $u(t)$ et $i(t)$?

Exercice 7 : Charge d'une bobine

Dans le circuit représenté ci-dessous le générateur de tension a une force électromotrice constante E. À l'intant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K qui était ouvert depuis très longtemps.



Q.1 Donner les valeurs des intensités i, i' et i'' et de la tension u à $t = 0^+$.

Q.2 Que vaut $u(t)$ quand t tend vers l'infini ?

Q.3 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

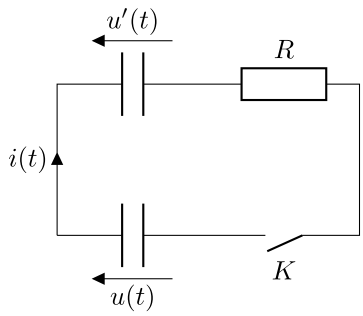
Q.4 En déduire l'expression de $u(t)$ et tracer l'allure de $u(t)$.

Q.5 Exprimer en fonction de L et R le temps t_0 au bout duquel $u(t)$ a été divisée par 10.

Q.6 On mesure $t_0 = 30\,\mu s$ pour $R = 1000\,\Omega$. En déduire la valeur de L.

Exercice 8 : Décharge d'un condensateur dans un autre

Dans le circuit suivant, les deux condensateurs ont même capacité C. Le condensateur situé en bas est chargé sous la tension $u = U_0$ et le condensateur en haut est déchargé. On ferme alors l'interrupteur K à la date $t = 0$. On pose $\tau = RC$.



Q.1 Exprimer la tension $u'(t)$ en fonction de $u(t)$ et $i(t)$.

Q.2 Exprimer $i(t)$ en fonction de $u(t)$. Exprimer $i(t)$ en fonction de $u'(t)$.

Q.3 En déduire une relation entre $u(t)$ et $u'(t)$.

Q.4 En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour $t \geqslant 0$.

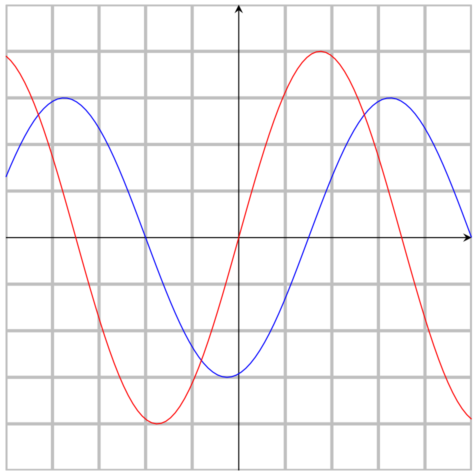
Q.5 En déduire les expressions des tensions $u(t)$ et $u'(t)$. Tracer leur allure sur un même graphe.

Q.6 À partir d'un bilan énergétique, déterminer l'énergie E_R reçue par la résistance au cours du régime transitoire.

Signaux 3 : Circuits linéaires du deuxième ordre

Exercice 1 : Mesure de déphasage

Le figure représente un écran d'oscilloscope avec deux signaux sinusoïdaux de même fréquence $s_1(t)$ (en rouge) et $s_2(t)$ (en bleu). Une division correspond à 20 ms.



Q.1 Déterminer la période T des signaux. En déduire la pulsation ω des signaux ainsi que la fréquence f.

Q.2 Déterminer un instant t_1 où la phase $\Phi_1(t_1)$ du signal s_1 vaut 0.

Q.3 Déterminer un instant t_2 où la phase $\Phi_2(t_2)$ du signal s_2 vaut 0.

Q.4 Déterminer le décalage temporel $\Delta t = t_2 - t_1$ entre les deux signaux.

Q.5 En considérant que $\Phi_1(t) = \omega t$ et $\Phi_2(t) = \omega t + \varphi$, trouver une relation entre φ, ω et Δt.

Q.6 Calculer le déphasage de s_2 par rapport à s_1.

Cet exercice détaillé correspond à une unique question dans les exercices que vous rencontrerez à l'avenir : "Calculer le déphasage entre les deux signaux"

Exercice 2 : Circuit LC

Soit un circuit LC série alimenté par un générateur de tension de f.e.m E. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur :

Q.1 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ la tension aux bornes du condensateur.

Q.2 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement déchargé et la bobine est initialement déchargée.

Q.3 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement chargé tel que $u_C(t = 0) = E$ et la bobine est initialement déchargée.

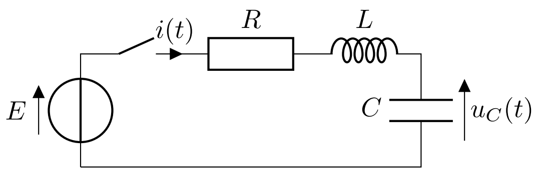
Q.4 Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ le courant délivré par le générateur.

Q.5 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement déchargé et la bobine est initialement déchargée.

Q.6 Résoudre l'équation différentielle en sachant que le condensateur est initialement chargé tel que $u_C(t = 0) = E$ et la bobine est initialement déchargée.

Exercice 3 : Réponse d'un circuit RLC à un échelon de tension

On s'intéresse à l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur dans le circuit RLC série ci-dessous. Avant la fermeture de l'interrupteur, le condensateur est supposé déchargé.



Q.1 Que vaut la tension $u_C(t)$ très longtemps après avoir fermé l'interrupteur ?

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$. Donner l'expression du facteur de qualité du circuit Q, de la pulsation propre ω_0 ainsi que la tension d'équilibre u_{eq}.

Q.3 Donner les conditions initiales $u_C(t = 0)$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t = 0)$.

Q.4 On prend $E = 10\,\text{V}$, $R = 1\,\text{k}\Omega$, $L = 10\,\text{mH}$ et $C = 1\,\mu\text{F}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

c) Montrer que l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire est de $\dfrac{5}{\omega_0 Q}$.

d) Tracer $u_C(t)$.

Q.5 On prend $E = 10\,\text{V}$, $R = 0{,}1\,\text{k}\Omega$, $L = 1\,\text{mH}$ et $C = 1\,\text{nF}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

c) Montrer que Q est l'ordre de grandeur du nombre de pseudo-oscillations visibles.

d) Tracer $u_C(t)$.

Q.6 On prend $E = 10\,\mathrm{V}$, $R = 2\,\mathrm{k\Omega}$, $L = 1\,\mathrm{mH}$ et $C = 1\,\mathrm{nF}$.

a) Donner les valeurs numériques de Q et ω_0. Comment s'appelle le régime transitoire dans ce cas ?

b) Résoudre l'équation différentielle pour donner $u_C(t)$. On donnera la solution en fonction des valeurs numériques données.

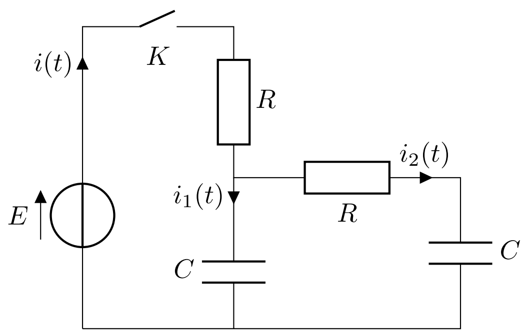
c) Tracer $u_C(t)$.

Q.7 Déterminer l'énergie totale E_G fournie par le générateur ainsi que l'énergie E_{LC} emmagasinée dans la bobine et le condensateur à la fin du régime transitoire en fonction de C et E.

Q.8 En déduire l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance. Ces résultats dépendent-ils du régime dans lequel se trouve le circuit ? Interpréter le cas limite $R \to 0$.

Exercice 4 : Mise en cascade de 2 cellules RC

On met en cascade 2 cellules RC identiques comme l'indique la figure ci-contre. Initialement les deux condensateurs sont déchargés et l'interrupteur K est ouvert. À $t = 0$ on ferme K.



Q.1 Déterminer sans calcul et en le justifiant : $i_1(t = 0^+)$, $i_2(t = 0^+)$ et $i(t = 0^+)$

Q.2 Déterminer sans calcul et en le justifiant : $\lim\limits_{t\to+\infty} i_1(t)$, $\lim\limits_{t\to+\infty} i_2(t)$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} i(t)$

Q.3 Pour $t > 0$, déterminer l'équation différentielle reliant i_1 et i_2.

Q.4 Déterminer l'équation différentielle reliant $i(t)$ et $i_2(t)$.

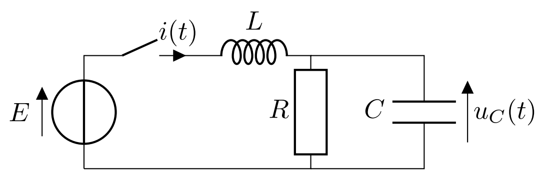
Q.5 Déduire des 2 équations ci-dessus, l'équation différentielle vérifiée par $i_2(t)$.

Q.6 Résoudre l'équation différentielle pour déterminer l'évolution de $i_2(t)$.

Q.7 Tracer $i_2(t)$. À quelle date t_M $i_2(t)$ est-elle maximum ?

Exercice 5 : Influence d'un condensateur sur un circuit RL

Considérons le circuit représenté ci-dessous où le condensateur et la bobine sont initialement déchargés.
Le générateur de tension est idéal de f.e.m E et à $t = 0$ on ferme l'interrupteur.



Q.1 Donner en le justifiant les valeurs de $i(t = 0^+)$, $u_C(t = 0^+)$.

Q.2 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ le courant délivré par le générateur. Mettre l'équation différentielle sous forme canonique en introduisant Q et ω_0.

Q.3 En supposant que $Q < \dfrac{1}{2}$, donner la forme de la solution $i(t)$ de l'équation différentielle. On déterminera les constantes d'intégrations en fonction de C, E, ω_0, et Q.

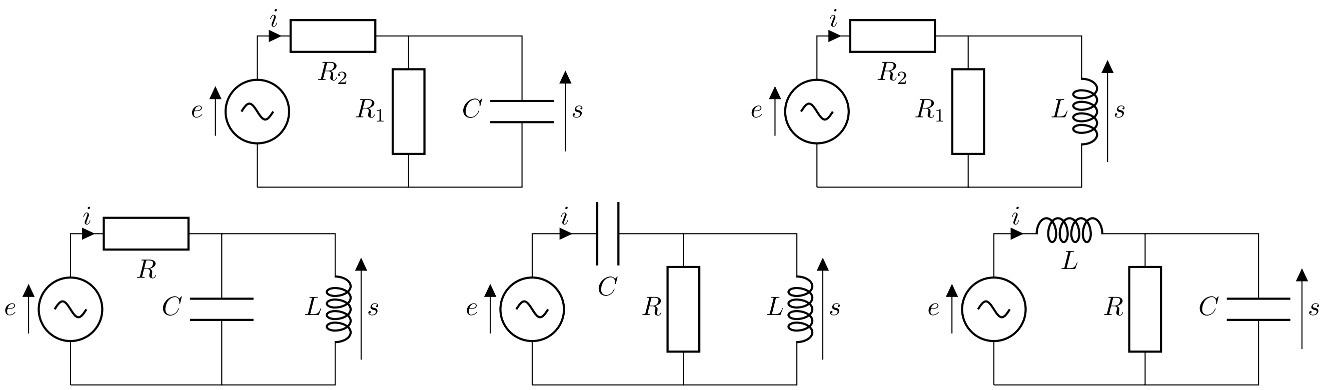
Q.4 Tracer l'allure de la courbe de $i(t)$.

Q.5 Déterminer l'expression de $u_C(t)$.

Signaux 4 : Régime des oscillations forcées

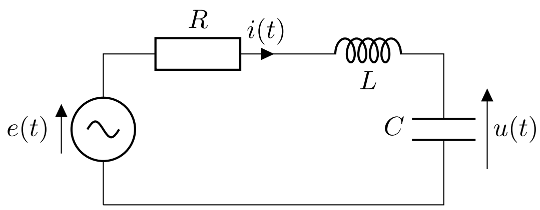
Exercice 1 : Circuits équivalents :

Q.1 Quels sont les circuits équivalents en basse et en haute fréquences ? Déterminer i et u dans chaque cas.



Exercice 2 : Circuit RLC série et résonance

Soit le circuit suivant avec $e(t) = E_m \cos(\omega t)$:



Q.1 Exprimer l'impédance totale du circuit $\underline{Z}_{\text{eq}}$ puis en déduire $I_m(\omega)$ l'amplitude du courant.

Q.2 Démontrer que la résonance en intensité est toujours possible et exprimer la pulsation de résonance en intensité $\omega_{\text{r}1}$ et l'intensité de résonance $I_{\max}$.

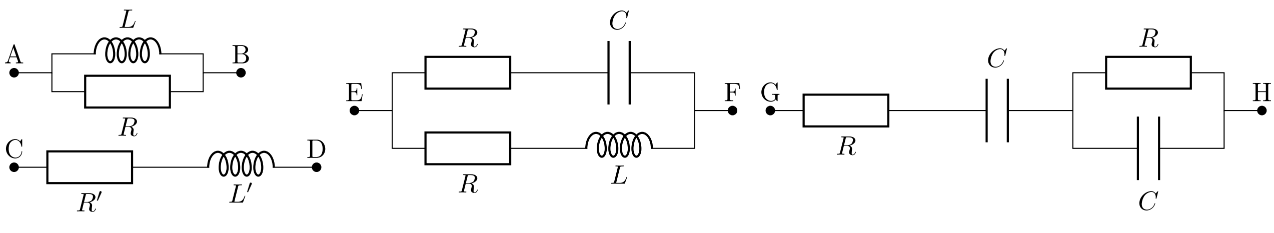
Q.3 Rappeler la définition de l'acuité et établir la relation entre $\Delta\omega$, ω_0 et Q.

Q.4 Obtenir l'expression de de $U_m(\omega)$ par un pont diviseur de tension.

Q.5 Établir la condition de résonance en tension et calculer $\omega_{\text{r}2}$.

Exercice 3 : Calculs d'impédances

On considère les dipôles suivants :



Q.1 Déterminer les expression de R' et L' en fonction de R, L et ω pour que les dipôles AB et CD ci-dessus aient la même impédance. Peut-on avoir $\dfrac{L}{R} = \dfrac{L'}{R'}$?

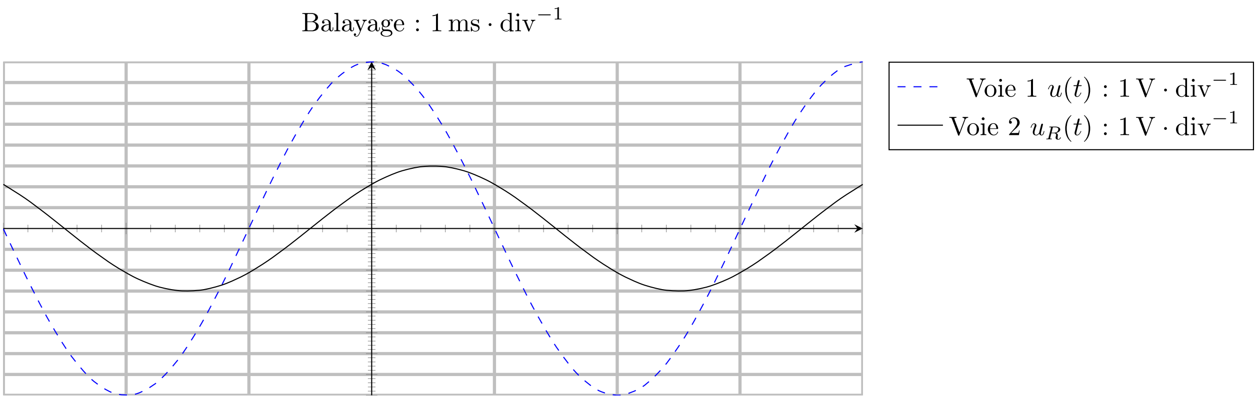
Q.2 Exprimer l'impédance $\underline{Z}_{EF}$ équivalente au dipôle EF ci-dessus. Que vaut $\underline{Z}_{EF}$ si $\omega = 0$? Et si ω tend vers l'infini. Montrer que $\underline{Z}_{EF}$ est réelle pour une certaine pulsation.

Q.3 Exprimer l'impédance $\underline{Z}_{GH}$ en fonction de R, C et ω.

Exercice 4 : Détermination des caractéristique d'une bobine

On considère un circuit RLC série alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(\omega t)$.

On suppose la bobine et le condensateur idéaux. Un oscilloscope permet d'observer les tensions $u(t)$ et $u_R(t)$. On donne $R = 20\,\Omega$ et $C = 10\,\mu\text{F}$.



Q.1 À partir du graphe ci-dessous, déterminer l'amplitude U_m, l'amplitude I_m de l'intensité du courant, la période T et la pulsation ω.

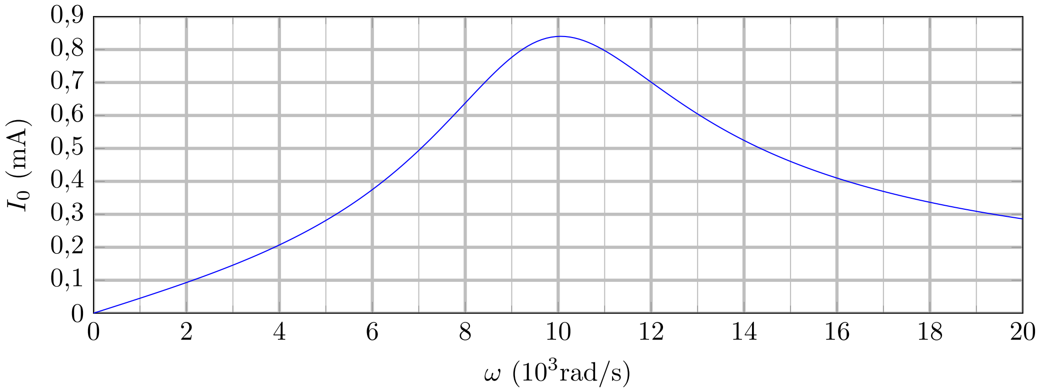
Q.2 Montrer que les valeurs mesurées sont incompatibles avec le modèle de L idéal.

Q.3 On suppose maintenant que la bobine a une résistance interne r. Calculer r.

Q.4 En déduire la valeur numérique de L.

Exercice 5 : Analyse d'une courbe de résonance

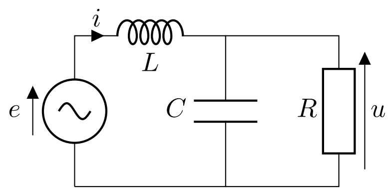
Un circuit RLC série est alimenté par une source idéale de tension sinusoïdale, de f.é.m. $e(t) = E\cos(\omega t)$, avec $E = 2{,}5\,\mathrm{V}$. La figure ci-dessous représente la courbe de résonance en intensité obtenue expérimentalement avec I_0 l'amplitude de l'intensité du courant.



Q.1 En exploitant cette courbe, déterminer les valeurs de la résistance R, de la capacité C et de l'inductance L utilisées.

Exercice 6 : Résonance d'un circuit R, L, C parallèle

Le circuit ci-dessous est alimenté par une source de tension sinusoïdale de f.é.m. $e(t) = E_0\cos(\omega t)$. On s'intéresse à la tension $u(t)$ aux bornes de la résistance et de la capacité montés en parallèle.



On pose : $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$; $\xi = \dfrac{1}{2}R\sqrt{\dfrac{C}{L}}$ et $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

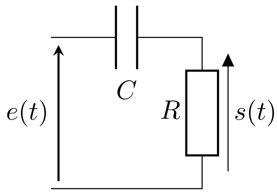
Q.1 Établir l'expression $\underline{u}$ en fonction de E_0, jx et ξ.

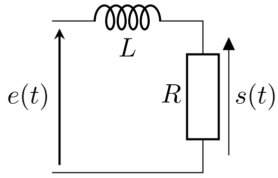
Q.2 Étudier l'existence éventuelle d'une résonance pour la tension $u(t)$, établir la pulsation de résonance si elle existe.

Signaux 5 : Filtrage

Exercice 1 : Circuits à 1 maille

Q.1 Déterminer à l'aide d'une étude qualitative la nature des filtres suivants :





Q.2 Déterminer les fonctions de transferts deux filtres.

Q.3 Exprimer le gain en décibel G_{dB} pour ces deux filtres. On prendra soin d'établir les équations des droites asymptotiques puis les pentes en HF et BF.

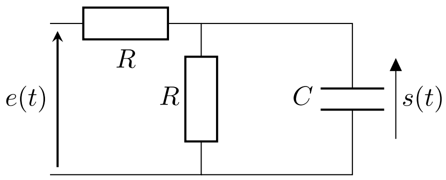
Q.4 Exprimer le déphase φ pour ces deux filtres. On prendra de calculer les valeurs asymptotiques en HF et BF.

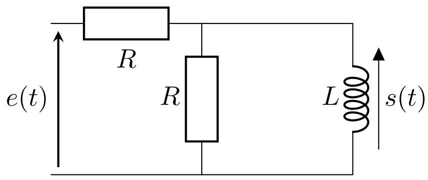
Q.5 Calculer l'expression de la pulsation de coupure ω_c pour chacun de ces deux filtres. En déduire les valeurs de $G_{\text{dB}}(\omega_c)$ et $\varphi(\omega_c)$.

Q.6 Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode et tracer l'allure du diagramme réel en plaçant les valeurs à ω_c.

Exercice 2 : Circuits à deux mailles

Q.1 Déterminer à l'aide d'une étude qualitative la nature des filtres suivants :





Q.2 Déterminer les fonctions de transferts deux filtres.

Q.3 Exprimer le gain en décibel G_{dB} pour ces deux filtres. On prendra soin d'établir les équations des droites asymptotiques puis les pentes en HF et BF.

Q.4 Exprimer le déphase φ pour ces deux filtres. On prendra de calculer les valeurs asymptotiques en HF et BF.

Q.5 Calculer l'expression de la pulsation de coupure ω_c pour chacun de ces deux filtres. En déduire les valeurs de $G_{\text{dB}}(\omega_c)$ et $\varphi(\omega_c)$.

Q.6 Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode et tracer l'allure du diagramme réel en plaçant les valeurs à ω_c.

Exercice 3 : Détermination d'un signal de sortie

Soit un filtre de fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$.

Q.1 Déterminer le signal de sortie correspondant au signal d'entrée : $e(t) = E + E\cos(\omega_1 t)$.

Q.2 Donner un exemple de circuit ayant une telle fonction de transfert.

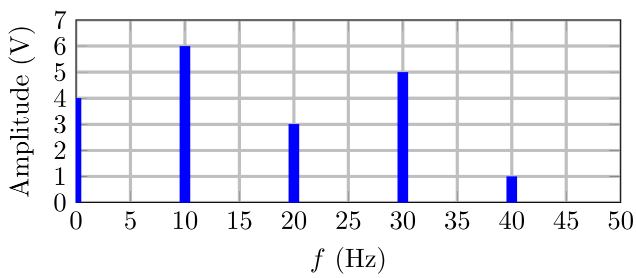
Exercice 4 : Caractéristiques d'un signal périodique

On représente ci-contre le spectre d'un signal périodique.

Q.1 Combien vaut la valeur moyenne de ce signal ?

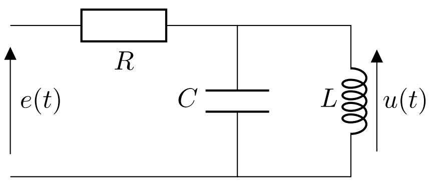
Q.2 Quelle est la fréquence fondamentale du signal ?

Q.3 Donner l'amplitude et la fréquence de chacune des harmoniques.



Exercice 5 : Étude d'un filtre passe-bande à deux mailles

On étudie le circuit ci-contre, avec $e(t) = E_m\cos(\omega t)$. On note $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ la tension aux bornes de l'association LC parallèle. On définit les amplitudes complexes $\underline{E}$ et $\underline{U}$ des tensions $e(t)$ et $u(t)$. On pose $H = \dfrac{U_m}{E_m}$.



Q.1 Déterminer à l'aide d'une étude qualitative la nature du filtre.

Q.2 Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre.

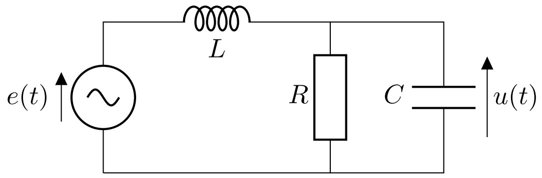
Q.3 Tracer l'allure du diagramme de Bode du filtre.

Q.4 Existe-t-il un phénomène de résonance de tension ? On tracera l'évolution de H et φ avec ω.

Q.5 Si oui, déterminer l'expression de la fréquence de résonance f_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R, L et C. Faire l'application numérique avec $R = 1{,}0 \times 10^3\,\Omega$, $L = 0{,}10\,\mathrm{H}$ et $C = 0{,}10\,\mu\mathrm{F}$.

Exercice 6 : Étude d'un filtre à deux mailles

On étudie le circuit ci-contre, avec $e(t) = E_m \cos(\omega t)$. On note $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ la tension aux bornes de l'association LC parallèle. On définit les amplitudes complexes $\underline{E}$ et $\underline{U}$ des tensions $e(t)$ et $u(t)$. On pose $H = \dfrac{U_m}{E_m}$.



Q.1 Déterminer à l'aide d'une étude qualitative la nature du filtre.

Q.2 Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre.

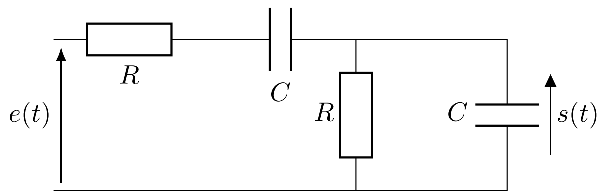
Q.3 Tracer l'allure du diagramme de Bode du filtre.

Q.4 Existe-t-il un phénomène de résonance de tension ? On tracera l'évolution de H et φ avec ω.

Q.5 Si oui pour quelles valeurs de Q ? Déterminer l'expression de la fréquence de résonance f_r et du facteur de qualité Q en fonction de R, L et C.

Exercice 7 : Filtre de Wien

On considère le filtre suivant :



Q.1 Déterminer sans calculs la nature du filtre.

Q.2 Montrer que la fonction de transfert peut s'écrire :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ où ω_0 est à définir. On donnera également les expression de Q et H_0.

Q.3 Calculer la pulsation de résonance ω_r de la tension de sortie $s(t)$. En déduire l'amplitude S_r à la résonance.

Q.4 Tracer l'allure des diagramme de Bode du filtre en précisant les asymptotes.

Q.5 Retrouver la bande passante ainsi que les pulsations de coupure.

Q.6 La tension d'entrée est $e(t) = E_m \cos(\omega t) + E_m \cos(10\omega t) + E_m \cos(100\omega t)$. À l'aide du diagramme de Bode asymptotique, donner une estimation de la tension de sortie. On prendra $\omega = 200\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ et $\dfrac{1}{RC} = 2000\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

Signaux 6 : Champ magnétique et ses actions

Exercice 1 : Questions de cours

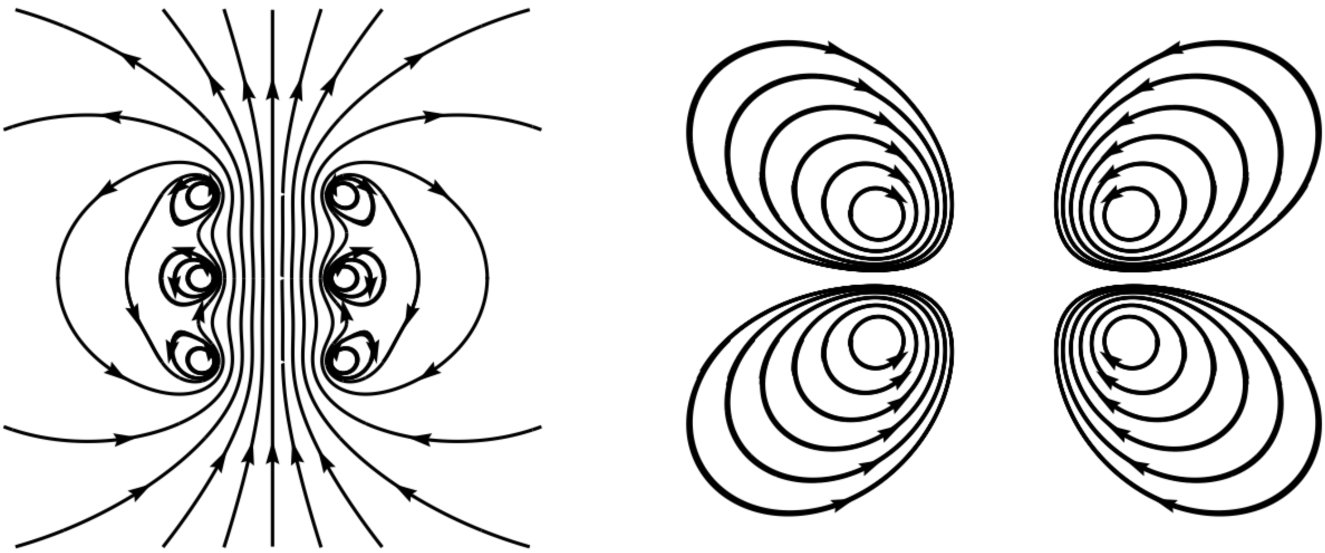
Q.1 Tracer l'allure de la carte de champ magnétique créé par une spire circulaire. Préciser les orientations du courant et du champ.

Q.2 Même question pour un solénoïde puis un aimant.

Q.3 Soit une spire circulaire de rayon R, parcourue par un courant d'intensité i. Préciser l'expression de son vecteur moment magnétique, en indiquant les unités.

Exercice 2 : Cartes de champ

Q.1 Dans les cartes de champs magnétique suivantes, où le champ est-il le plus intense ? Où sont placées les sources ? Le courant sort-il ou rentre-t-il du plan de la figure ?



Exercice 3 : Champ magnétique terrestre

La Terre génère un champ magnétique dont on pense que l'origine est la circulation de particules chargés dans le manteau. En première approximation, on peut considérer la Terre comme un dipôle magnétique.

Pour mesurer approximativement la composante horizontale du champ magnétique terrestre, on utilise le dispositif suivant :

- une petite aiguille aimantée est placée au centre d'un solénoïde, l'ensemble étant horizontal,
- en l'absence de courant traversant le solénoïde, l'aiguille est orthogonal à l'axe du solénoïde,
- en présence d'un courant $I = 96\,\text{mA}$ traversant le solénoïde, l'aiguille tourne de $37°$.
- le solénoïde utilisé comporte 130 spires, sa longueur est $60\,\text{cm}$ et son rayon $3\,\text{cm}$

Intensité champ magnétique créé par un solénoïde infini en son sein : $B = \mu_0 n I$ où n est le nombre de spires par unité de longueur et $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$

Q.1 Déterminer la valeur de la composante B_H horizontale du champ magnétique terrestre.

Exercice 4 : Moment magnétique orbital

Une particule de masse m et de charge q décrit un mouvement circulaire uniforme à la vitesse v. On note T la période de ce mouvement et R son rayon.

Q.1 Exprimer l'intensité moyenne I résultant du mouvement de la charge.

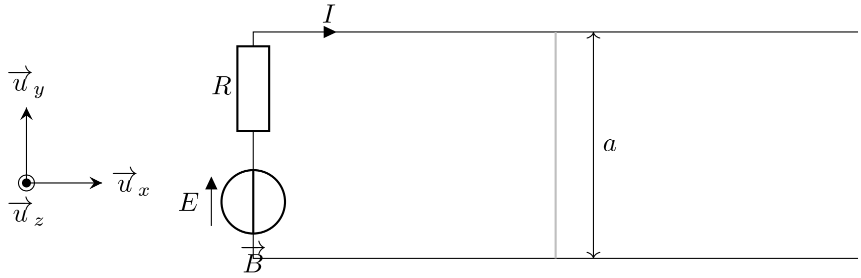
Q.2 En déduire le moment magnétique de ce système.

Q.3 Calculer le moment cinétique de la particule et comparer à son moment magnétique. *On admet que cette propriété se généralise.*

Q.4 Dans l'atome d'hydrogène, le moment cinétique de l'électron vaut $\hbar = 1{,}05 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$. Que vaut son moment magnétique ? Ce moment est appelé magnéton de Bohr.

Exercice 5 : Force de Laplace

Une tige conductrice de masse $m = 5{,}0\,\mathrm{g}$ et de longueur $a = 5{,}0\,\mathrm{cm}$ est posée sur des rails de Laplace alimentés par un générateur de tension continue de f.e.m E. La résistance électrique totale du circuit est $R = 4{,}0\,\Omega$.



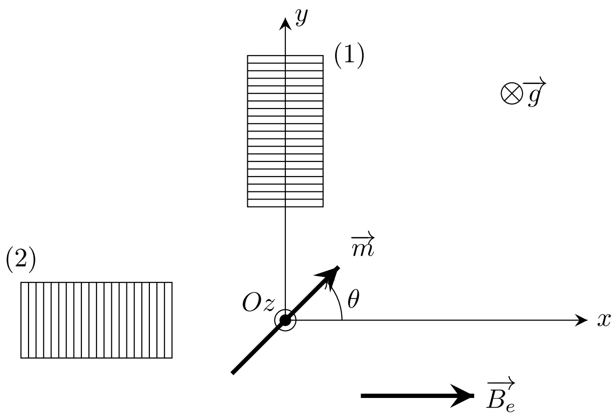
Un champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B_e}$ est appliqué, avec $B_e = 50\,\mathrm{mT}$.
La valeur de l'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Q.1 Déterminer la direction et le sens de $\overrightarrow{B_e}$ pour lesquels la force de Laplace exercée sur la tige est verticale ascendante.

Q.2 Calculer la f.e.m minimale E_{min} pour que la tige quitte le rail.

Exercice 6 : Couple de Laplace

L'aiguille aimantée d'une boussole peut tourner librement autour de son axe (Oz)



Son moment magnétique $\overrightarrow{m}$ appartient au plan xOy ; il est repéré par l'angle θ. L'aiguille est soumise à un champ magnétique uniforme et permanent $\overrightarrow{B_e} = B_e\overrightarrow{u}_x$ avec $B_e = 1{,}0\,\mathrm{mT}$.
Les deux bobines (1) et (2) génèrent dans la région de l'agiguille respectivement les champs magnétiques :

$$\overrightarrow{B_1} = B_0\sin(\omega t)\overrightarrow{u}_y \quad \text{et} \quad \overrightarrow{B_2} = B_0\cos(\omega t)\overrightarrow{u}_x$$

L'aiguille possède un moment d'inertie $J = 3{,}0\times10^{-8}\,\mathrm{kg\cdot m^{-2}}$ par rapport à (Oz) et ne subit aucun frottement.

Q.1 Dans un premier temps, les bobines (1) et (2) ne sont parcourues par aucun courant. Exprimer le moment du couple $\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m}\wedge\overrightarrow{B_e}$ subi par l'aiguille aimantée en fonction de B_e, m, θ et d'un vecteur unitaire à préciser. Déterminer les valeurs de θ correspondant aux positions d'équilibre et préciser la stabilité de ces dernières.

Q.2 L'aiguille est écartée de sa position d'équilibre stable d'un petit angle θ_0 sans vitesse angulaire initiale. Appliquer la loi du moment cinétique à l'aiguille et en déduire l'équation différentielle vérifiée par θ. On pose $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mB_e}{J}}$.

Q.3 Résoudre l'équation différentielle.

Q.4 Les deux bobines sont maintenant branchées. Montrer que le champ magnétique créé par ces deux bobines est un champ magnétique tournant que l'on caractérisera.

Q.5 Une résonance est observée lorsque $\omega = \omega_0$. La fréquence du courant circulant dans les bobines est alors $f = 4{,}6\,\mathrm{Hz}$. Calculer m.

Signaux 7 : Circuit fixe dans un champ magnétique variable

Exercice 1 : Spire autour d'un solénoïde

Un solénoïde de rayon $R_1 = 2\,\text{cm}$, constitué de $n = 10$ spires par cm, est alimenté par un générateur de f.e.m. $U = 30\,\text{V}$. La résistance interne du générateur est de $1{,}2\,\Omega$ et celle du fil du solénoïde est $6{,}8\,\Omega$. Une spire conductrice $\mathscr{S}$, de rayon $R_2 = 4\,\text{cm}$, est placée autour du solénoïde ; elle a le même axe que celui-ci. Le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde vaut $B = \mu_0 nI$ à l'intérieur et est nul à l'extérieur.

Q.1 Quel est la valeur numérique du flux magnétique à travers la spire ?

Q.2 L'intensité du courant qui traverse le solénoïde décroît à partir de $t = 0$ selon la loi $i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$. Quelle est l'unité de τ ?

Q.3 Quelle est la f.e.m. induite dans la spire pour $t > 0$?

Exercice 2 : Mutuelle entre une spire et un solénoïde

Une spire conductrice de rayon a_1 est placée autour d'un solénoïde de rayon $a_2 < a_1$, dont le nombre de spires par unité de longueur est n. La spire et le solénoïde ont même axe (Oz). Les intensités i_1 dans la spire et i_2 dans le solénoïde sont comptées positivement dans le sens positif autour de (Oz).

Q.1 Exprimer le flux magnétique envoyé par le solénoïde à travers la spire. Le champ magnétique créé par un solénoïde est $B = \mu_0 nI$ dans celui-ci et est nul à l'extérieur.

Q.2 Exprimer le flux magnétique envoyé par la spire à travers le solénoïde.

Q.3 L'intensité dans le solénoïde est $i_2(t) = I_0 \cos(\omega t)$. On note R et L la résistance et l'auto-inductance de la spire. Déterminer l'intensité $i_1(t)$ en régime permanent.

Exercice 3 : Écrantage d'un champ magnétique

On utilisera les coordonnées cylindriques (r, θ, z) et la base locale $(\overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta, \overrightarrow{u}_z)$.

On considère deux solénoïdes Σ_1 et Σ_2 coaxiaux, d'axe (Oz), de même longueur $L = 20\,\text{cm}$, de rayons $r_1 = 10\,\text{cm}$ et $r_2 = 5\,\text{cm}$ et comportant respectivement $N_1 = 700$ et $N_2 = 500$ spires jointives, enroulées dans le même sens.

On négligera les effets de bord ; on considérera donc les solénoïdes comme très longs. Ces deux bobines ont pour résistance respectivement R_1 et $R_2 = 50\,\Omega$. On pourra introduire les nombres de spires par unité de longueur $n_i = N_i/L$. Le champ magnétique créé par un solénoïde est $\mu_0 nI$ à l'intérieur et est nul à l'extérieur.

Le solénoïde Σ_1 est parcouru par un courant d'intensité i, Σ_2 étant en circuit ouvert.

Q.1 Exprimer le champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ créé dans tout l'espace.

Q.2 En déduire que le coefficient d'inductance L_1 de Σ_1 vaut $\mu_0 \dfrac{N_1^2}{L} \pi r_1^2$; donner l'expression de L_2, inductance de Σ_2 et calculer sa valeur numérique.

Q.3 Définir le coefficient de mutuelle inductance M entre les deux solénoïdes. Montrer que $M = \mu_0 \dfrac{N_1 N_2}{L} \pi r_2^2$.

Le solénoïde Σ_1 est alimenté par un générateur idéal de courant $i_0(t) = I_0 \cos(\omega t)$ avec $I_0 = 1{,}0\,\text{A}$; les deux extrémités du solénoïde Σ_2 sont reliées par un fil sans résistance.

Q.4 Déterminer l'amplitude complexe du courant $i_2(t)$ circulant dans Σ_2 en fonction de M, L_2 et R_2. La mettre sous la forme :

$$\underline{i_2} = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \underline{i_0}$$

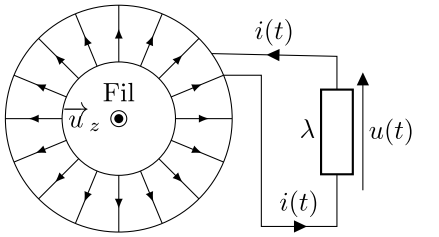
On donnera l'expression de K en fonction de N_1 et N_2 et celle de ω_c en fonction de R_2 et L_2.

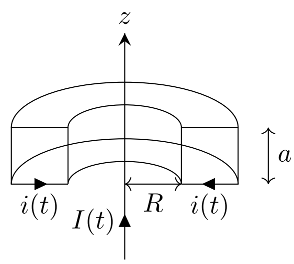
Q.5 En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{B_2}$ du champ magnétique total à l'intérieur du solénoïde Σ_2. Montrer que ce champ tend vers 0 à haute fréquence. Commenter.

Q.6 Application numérique : calculer ω_c ainsi que les amplitudes de i_2 et de B_2 pour une fréquence de $11\,\text{kHz}$. Calculer le rapport des amplitudes B_2/B_1.

Exercice 4 : Pince ampèremétrique

Pour des fils parcourus par un courant électrique très important, un ampèremètre n'est pas utilisable pour en mesurer l'intensité. On peut alors utiliser une pince ampèremétrique si le courant est variable.





Q.1 Champ magnétique engendré par un fil parcourant par un courant électrique. Localement, le champ magnétique engendré par un fil s'écrit :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{u}_\theta$$

où le fil est orienté suivant le vecteur $\overrightarrow{u}_z$, r est la distance au fil et I l'intensité électrique du courant le parcourant.

a) Commenter l'expression du champ magnétique.

b) Représenter le fil et quelques lignes de champs.

Q.2 La pince ampèremétrique est un enroulement torique de N spires carrées d'inductance propre L qu'on ferme sur le fil de façon à ce que son axe soit confondu avec celui du fil. Le fil est parcouru par un courant harmonique de pulsation ω. On néglige la résistance du bobinage devant la résistance λ.

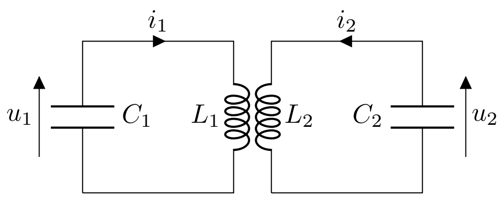
a) Écrire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. On pourra exprimer l'inductance mutuelle du système et admettre que $L = N \times M$.

b) Exprimer la fonction de transfert du système $\underline{T} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{I}}$. Pour quel domaine de fréquence la mesure de I via u est possible ?

c) Écrire alors le lien entre la valeur efficace de $u(t)$ et celle de $I(t)$.

Exercice 5 : Oscillateurs couplés par induction mutuelle

Deux circuits électriques son couplés par induction mutuelle. On néglige la résistance électrique de chacun et on précise les relations suivantes : $L_1 = L_2 = L = 100\,\text{mH}$, $C_1 = C_2 = C = 1\,\mu\text{F}$. On note M l'inductance mutuelle entre les deux circuits.



Q.1 Soit q_1 et q_2 les charges des condensateurs à l'instant t, établir le système d'équations différentielles vérifié par q_1 et q_2. On posera $k = \frac{M}{L} \leqslant 1$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Q.2 En posant, $u = \dfrac{1}{2}(q_1 + q_2)$ et $v = \dfrac{1}{2}(q_1 - q_2)$, écrire puis résoudre le système d'équations différentielles vérifié par u et v. On suppose $q_1(0) = Q$, $q_2(0) = 0$, $\dot{q_1}(0) = \dot{q_2}(0) = 0$.

Q.3 En déduire les expressions des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ aux bornes des condensateurs en posant $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{C(L+M)}}$ et $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{C(L-M)}}$.

Q.4 Si $M \ll L$, montrer que ω_1 et ω_2 s'écrivent :

$$\omega_1 = \omega_0\left(1 - \frac{M}{nL}\right) \text{ et } \omega_2 = \omega_0\left(1 + \frac{M}{nL}\right)$$

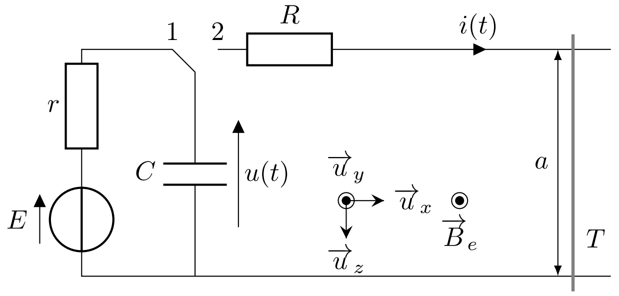
où n est un entier à préciser. En déduire l'expression de $u_{C1}(t)$ sous la forme d'un produit de cosinus, puis une méthode qui permette de mesurer expérimentalement le rapport $\frac{M}{L}$ à l'oscilloscope.

Q.5 En pratique, quels phénomènes vont limiter la durée des oscillations ?

Signaux 8 : Conversion électromécanique de puissance

Exercice 1 : Coup de frein

Nous souhaitons utiliser l'énergie stockée dans un condensateur pour donner un «coup de frein» au déplacement d'une tige conductrice posée sur des rails de Laplace distants de $a = 5{,}0\,\text{cm}$.



La tige conductrice T de masse $m = 5{,}0\,\text{g}$ se déplace à la vitesse $\overrightarrow{v}_0 = v_0\overrightarrow{u}_x$. Le champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B}_e = B_e\overrightarrow{u}_y$. est imposé, avec $B_e = 50\,\text{mT}$.
La résistance électrique totale du circuit est $R = 1{,}0\,\Omega$.

À l'instant initial $t = 0^+$, l'interrupteur à deux voies bascule instantanément en position 2. À cer instant, la vitesse de la tige est $v_0 = 10\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

On néglige tout frottement ainsi que le phénomène d'auto-induction. L'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Q.1 Quelle est la tension $u(t = 0^+)$ aux bornes du condensateur juste après la bascule de l'interrupteur ?

Q.2 Exprimer la f.e.m. induite dans le circuit en fonction de B_e, a et de la vitesse $v(t)$ de la tige. Représenter le schéma électrique équivalent au dispositif et en déduire une équation différentielle reliant $i(t)$ et $v(t)$ (équation électrique).

Q.3 Exprimer la force de Laplace s'exerçant sur la tige puis appliquer à celle-ci la loi de la résultante cinétique. En déduire une deuxième équation différentielle couplant $i(t)$ et $v(t)$ (équation mécanique).

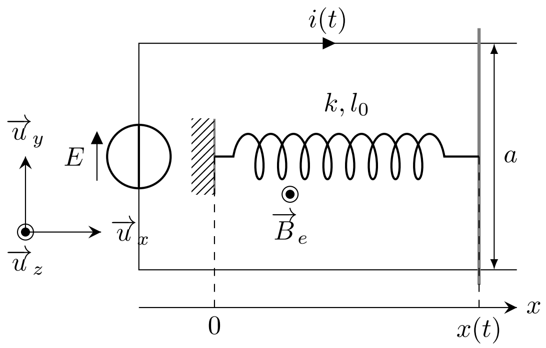
Q.4 Déduire du système couplé une équation différentielle vérifiée par $i(t)$ et mettre en évidence un temps caractéristique τ que l'on exprimera en fonction des données. Résoudre l'équation différentielle après avoir précisé la valeur initiale $i(0)$. Montrer que $i(t)$ tend vers une valeur limite i_{lim} que l'on précisera.

Q.5 En déduire l'expression de $v(t)$. Montrer que la vitesse de la tige tend vers une valeur limite v_{lim} que l'on calculera.

Q.6 Faire un bilan énergétique de l'opération «coup de frein».

Exercice 2 : Principe du haut-parleur

On modélise un haut-parleur par une barre conductrice, de longueur a et de masse m, posée sur des rails conducteurs horizontaux. Cette barre est assujettie à se déplacer en translation suivant $\overrightarrow{u}_x$. ELle est reliée à un bâti fixe dans le référentiel d'étude par un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0. Ce ressort modélise l'élasticité de la membrane du haut-parleur. Les frottements de la membrane sont traduit par la force $\overrightarrow{f} = -\mu\dot{x}\overrightarrow{u}_x$.



Le circuit constitué des rails et de la barre est alimenté par un générateur imposant une tension $E(t)$. La résistance totale du circuit, supposée constante, est notée R. Les propriétés électriques de la bobine du haut-parleur sont prises en compte sous la forme d'une inductance propre L, non négligeable.
Le tout est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{u}_z$ stationnaire et uniforme.
Enfin, on néglige tout frottement solide.

Q.1 Écrire l'équation mécanique couplant $i(t)$ et $X(t) = x(t) - l_0$ notée (M).

Q.2 Proposer un modèle électrique du haut-parleur puis écrire l'équation électrique couplant $i(t)$ et $x(t)$ notée (E).

Q.3 Exprimer l'énergie totale U du système {haut-parleur} puis, à partir des équations (E) et (M) déterminer l'équation différentielle vérifiée par U. Commenter.

Q.4 Pour $E(t) = E_0\cos(\omega t)$, proposer une expression pour $X(t)$ et $i(t)$.

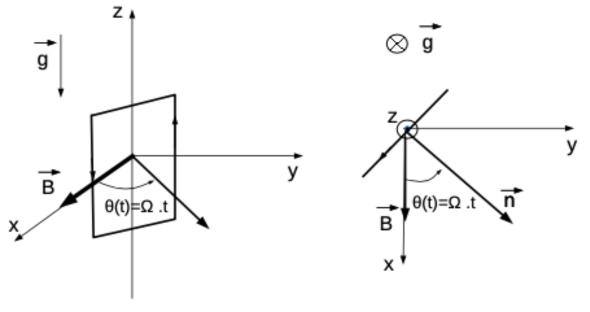
Q.5 Montrer que l'impédance $\underline{Z} = \dfrac{\underline{E}}{\underline{i}}$ s'écrit :

$$\underline{Z} = R + jL\omega + \underline{Z}_m$$

où on exprimera $\underline{Z}_m$, dite impédance motionnelle.

Q.6 Tracer l'allure de Z en supposant les frottements faibles.

Exercice 3 : Principe de l'alternateur



(a) Perspective (b) Vue de dessus

On considère une bobine plate à section carré de côté a et constitués de N spires : le rotor. Il est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{u}_x$ et entraîné à la vitesse angulaire Ω constante autour de l'axe Oz.
La résistance du rotor vaut R, son inductance propre L est négligeable et son moment d'inertie par rapport à Oz vaut J.

Q.1 Exprimer le moment magnétique du rotor.

Q.2 Analyser qualitativement le comportement du système.

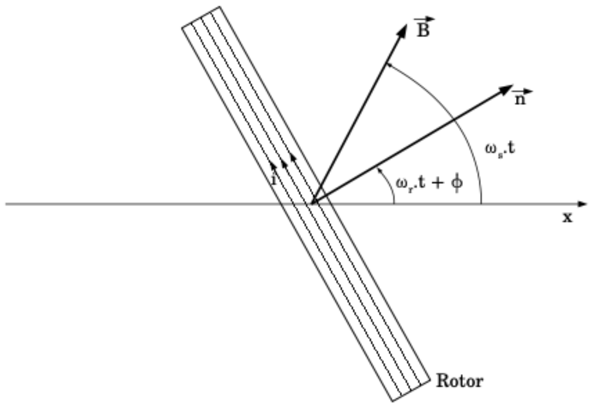
Q.3 Calculer le courant électrique $i(t)$ traversant le rotor.

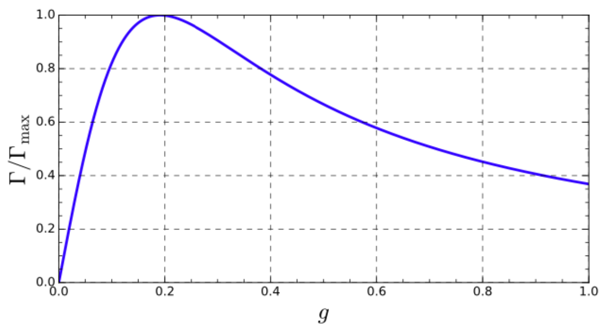
Q.4 Expliquer pourquoi les forces de Laplace exerce nécessairement un couple Γ résistant sur le rotor et calculer ce couple.

Q.5 Calculer la puissance électrique reçue par le rotor. D'où provient-elle ? Un calcul est attendu.

Exercice 4 : Principe du moteur asynchrone

On modélise le rotor par une bobine de résistance R, d'inductance propre L, de surface S et constitué de N spires. On suppose qu'en régime établi le champ magnétique tourne à la vitesse angulaire ω_s et que le rotor tourne à la vitesse angulaire ω_r.





Couple moteur en fonction du glissement $g = \frac{\omega_g}{\omega_s}$

Q.1 Quelle est l'origine physique du moment magnétique du rotor ?

Q.2 Proposer un modèle électrique du rotor et exprimer le courant $i(t)$ qui le parcourt en régime établi. On posera $\omega_g = \omega_s - \omega_r$. On posera $\phi_0 = NB_0S$ et $\tan(\psi) = \frac{R}{L\omega_g}$.

Q.3 En déduire la valeur du couple Γ subi par le rotor. Exprimer sa valeur moyenne $\langle\Gamma\rangle$, en fonction de ϕ_0, L, R et ω_g.

Q.4 On donne la représentation graphique $\langle\Gamma\rangle$. Le moteur est relié à une charge qui impose un couple résistant $-\Gamma_r$ inférieur à la valeur maximale de $\langle\Gamma\rangle$.

a) Montrer qu'il existe deux valeurs possi bles pour la vitesse ω_r du rotor.

b) Justifier le qualificatif «asynchrone» pour ce moteur.

c) Identifier sur la courbe la zone de fonctionnement stable et la zone de fonctionnement instable du moteur.

Troisième partie

Mécanique

Liste des chapitres Mécanique

Mécanique 1 : Cinématique du point matériel

Exercice 1 : Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Considérons un point matéiel défini par une vitesse initiale $\overrightarrow{v}(0)$ de norme v_0 et par une accélération constante de norme a_0, colinéaire au vecteur cinématique vitesse initiale dans le référentiel lié au sol.

Q.1 Définir le repère et le système de coordonnées adaptés à l'étude de ce problème.

Q.2 Donner l'expression du vecteur cinématique accélération dans le repère choisi.

Q.3 En utilisant l'expression du vecteur cinématique accélération donnée dans l'énoncé, obtenir les équations du mouvement.

Q.4 Obtenir le vecteur vitesse en intégrant les équations du mouvement précédemment obtenues. En déduire l'expression de la vitesse, c'est-à-dire la norme du vecteur vitesse.

Q.5 Faire de même pour obtenir le vecteur position en intégrant les expressions obtenues pour les composantes de la vitesse.

Q.6 Représenter sur un schéma la trajectoire du mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Q.7 Représenter la position et la vitesse du point en fonction du temps dans le cas $a_0 > 0$ et $v_0 > 0$.

Q.8 Faire de même dans le cas $a_0 > 0$ et $v_0 < 0$.

Exercice 2 : courbe uniformément accéléré

Considérons un point matériel défini par une vitesse initiale $\overrightarrow{v}(0)$ de norme v_0 et par une accélération constante de norme a_0, orthogonale au vecteur cinématique vitesse initiale dans le référentiel lié au sol.

Q.1 Définir le repère et le système de coordonnées adaptés à l'étude de ce problème, puis donner les expressions des vecteur cinématique vitesse et accélération dans le repère choisi.

Q.2 En utilisant l'expression du vecteur cinématique accélération donnée dans l'énoncé, obtenir les équations du mouvement.

Q.3 Obtenir le vecteur vitesse en intégrant les équations du mouvement précédemment obtenues. On sera particulièrement attentif à la prise en compte du vecteur vitesse initiale, $\overrightarrow{v}(0)$. En déduire l'expression de la vitesse, c'est-à-dire la norme du vecteur vitesse.

Q.4 Faire de même pour obtenir le vecteur position en intégrant les expressions obtenues pour les composantes de la vitesse.

Q.5 Représenter la position et la vitesse du point en fonction du temps dans le cas $a_0 > 0$ et $v_0 > 0$.

Q.6 Déterminer analytiquement l'expression de la trajectoire du point, $y(x)$, dans le plan (x, y). La représenter sur un schéma en faisant apparaître les vecteurs vitesse et accélération à différents instants.

Exercice 3 : Dérivation de vecteurs dans la base cylindrique

Q.1 Représenter la base polaire et exprimer les vecteurs $\overrightarrow{u}_r$ et $\overrightarrow{u}_\theta$ en fonction des vecteurs de la base cartésienne $\overrightarrow{u}_x$ et $\overrightarrow{u}_y$.

Q.2 En se plaçant dans le référentiel où le repère cartésien est fixe, exprimer les dérivées premières des vecteur $\overrightarrow{u}_r$ et $\overrightarrow{u}_\theta$.

Q.3 En déduire l'expression du vecteur vitesse dans le repère cylindrique.

Q.4 En déduire l'expression du vecteur accélération dans le repère cylindrique.

Exercice 4 : Étude de mouvements circulaires

Q.1 Le mouvement étant circulaire, que valent $r(t)$ et $z(t)$ dans le repère cylindrique ? En déduire l'expression du vecteur position.

Q.2 En déduire l'expression du vecteur cinématique vitesse dans ce cas particulier.

On suppose le mouvement uniforme.

Q.3 Justifier que $v(t)$ et $\dot{\theta}(t)$, respectivement la norme de la vitesse et la vitesse angulaire sont constantes. On posera dans la suite $\dot{\theta} = \omega > 0$.

Q.4 En déduire l'expression de T, la période du mouvement, et du vecteur vitesse dans la base polaire.

Q.5 En déduire l'expression du vecteur accélération dans la base polaire.

Q.6 Faire de même dans la base de Frenet. Commenter.

Q.7 On cherche maintenant à caractériser la trajectoire. En supposant la norme du vecteur accélération constante de valeur a_0. Intégrer l'équation du mouvement pour obtenir $\theta(t)$ en utilisant $\theta(0) = 0$. En déduire l'expression du vecteur position dans la base cartésienne.

On suppose maintenant le mouvement non uniforme.

Q.8 Donner l'expression des vecteurs vitesse et accélération dans la base polaire.

Q.9 Faire de même dans la base de Frenet.

Exercice 5 : Test d'accélération d'une voiture

Une voiture est chronométrée pour un test d'accélération en ligne droite avec départ arrêté (vitesse initiale nulle).

Q.1 Elle est chronométrée à 26,6 s au bout d'une distance $D = 180\,\mathrm{m}$. Déterminer l'accélération (supposée constante) et la vitesse atteinte à la distance D.

Q.2 Quelle est alors la distance d'arrêt pour une décélération de $7\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Exercice 6 : Interpellation pour vitesse scessive

Un conducteur roule à vitesse constante v_0 sur une route rectiligne. Comme il est en excès de vitesse à $100\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$, un gendarme à moto démarre à l'instant où la voiture passe à sa hauteur et accélère uniformément. Le gendarme atteint la vitesse de $90\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ au bout de 10 s.

Q.1 Quel sera le temps nécessaire au motard pour rattraper la voiture ? Quelle distance aura-t-il parcourue ? Quelle vitesse aura-t-il alors atteinte ?

Exercice 7 : Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre. Il ressent une accélération :

$$a = g_0 \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

où $R = 6400\,\mathrm{km}$ est le rayon de la terre, $g_0 = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et r est le rayon de l'orbite. La période de révolution du satellite est égale à la période de rotation de la terre sur elle-même.

Q.1 Calculer la période T de rotation de la Terre en secondes, puis la vitesse angulaire Ω.

Q.2 Déterminer l'altitude de l'orbite géostationnaire.

Q.3 Déterminer sa vitesse sur sa trajectoire et calculer sa norme.

Exercice 8 : Clothoïde, courbe des autoroutes

Pour éviter les secousses et adoucir le transport de passager, les trajectoires de certains moyens de transports ne peuvent pas passer de rectiligne à circulaire en un instant. La variation d'accélération serait très inconfortable pour tout voyageur d'un train, d'une voiture, d'une attraction de type montagne russes.

On doit alors parcourir une courbe intermédiaire entre la partie rectiligne et la partie circulaire. Cette courbe, appelée clothoïde ou courbe de Cornu, est caractérisée par sa courbure qui varie proportionnellement avec le temps :

$$\frac{1}{R(t)} = \alpha t$$

Q.1 Montrer alors que pour un mouvement uniforme, l'accélération varie linéairement avec le temps.

Q.2 Exprimer le vecteur accélération d'un point M parcourant cette courbe à la vitesse v_0 constante dans le repère de Frenet.

Q.3 Exprimer le vecteur tangentielle dans le repère cartésien en fonction de $\overrightarrow{u}_x$, $\overrightarrow{u}_y$, $\dot{x}$, $\dot{y}$ et v_0.

Q.4 Exprimer le vecteur normal dans le repère cartésien en fonction de $\overrightarrow{u}_x$, $\overrightarrow{u}_y$, $\dot{x}$, $\dot{y}$ et v_0.

Q.5 En déduire deux équations différentielles couplées vérifiées par $\dot{x}$ et $\dot{y}$.

Mécanique 2 : Dynamique du point matériel

Exercice 1 : Chute libre sans frottements

On étudie le mouvement d'une particule de masse m lancée avec un certain vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0\cos(\alpha)\overrightarrow{u}_x + v_0\sin(\alpha)\overrightarrow{u}_y$ qui n'est soumise qu'à son poids.

Q.1 Réaliser l'étude complète du problème afin d'obtenir les équations scalaires du mouvement.

Q.2 Déduire des équations précédentes les lois horaires du mouvement.

Q.3 Déterminer l'altitude maximale de la particule au cours du mouvement.

Q.4 Déterminer la distance parcourue par la particule au cours du mouvement.

Q.5 Déterminer la trajectoire de la particule au cours du mouvement, et la tracer en faisant apparaître toutes les grandeurs définies plus tôt.

Exercice 2 : Chute libre avec frottements fluides linéaires

On étudie le mouvement d'une particule de masse m lancée avec un certain vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ soumise à une force de frottement fluide. Le mouvement est supposé plan et s'effectue dans le plan xOz.

On fait l'hypothèse de frottements linéaires avec la vitesse c'est-à-dire qu'on suppose que $\overrightarrow{F_f} = -\lambda\overrightarrow{v}$.

Q.1 Écrire l'équation vectorielle du mouvement. La projeter sur les axes adaptés pour obtenir deux équations différentielles scalaires à coefficients constants d'ordre un.

Q.2 Résoudre les deux équations différentielles.

Q.3 En posant une vitesse caractéristique v_∞, un temps caractéristique τ et un vecteur adimensionné $\overrightarrow{u} = \dfrac{\overrightarrow{v}}{v_\infty}$, déterminer l'équation vectorielle adimensionnée à partir de l'équation obtenue précédemment.

Q.4 Quel est le comportement de la particule aux temps longs ?

Q.5 Quel est le comportement de la particule aux temps cours ? On distinguera deux cas.

Exercice 3 : Chute libre avec frottements fluides quadratiques

On étudie le mouvement d'une particule de masse m lancée avec un certain vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ soumise à une force de frottement fluide. Le mouvement est supposé plan et s'effectue dans le plan xOz.

On fait l'hypothèse de frottements quadratiques avec la vitesse c'est-à-dire qu'on suppose que $\overrightarrow{F_f} = -\kappa v\overrightarrow{v}$.

Q.1 Écrire l'équation vectorielle du mouvement.

Q.2 En posant une vitesse caractéristique v_∞, un temps caractéristique τ et un vecteur adimensionné $\overrightarrow{u} = \dfrac{\overrightarrow{v}}{v_\infty}$, déterminer l'équation vectorielle adimensionnée à partir de l'équation obtenue précédemment.

Q.3 Quel est le comportement de la particule aux temps longs ?

Q.4 Quel est le comportement de la particule aux temps cours ? On distinguera deux cas.

Exercice 4 : Le pendule simple

Étudions un pendule simple constitué d'une masse m au bout d'un fil inextensible et sans masse de longueur l, oscillant dans un plan vertical.

Q.1 Réaliser l'étude complète du problème afin d'obtenir les équations scalaires du mouvement. On précisera en particulier de quel type est l'équations différentielle portant sur $\theta(t)$.

Q.2 À partir de l'équation différentielle obtenue, déterminer $\dot{\theta}^2$ en fonction de θ et des conditions initiales.

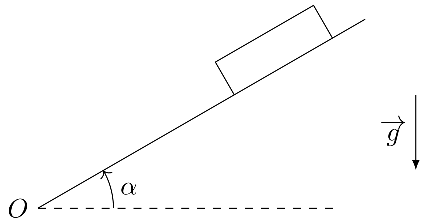
Q.3 En déduire l'expression de la tension du fil T, en fonction de l'angle θ et des conditions initiales.

Q.4 Pour quelle(s) valeur(s) de θ le fil est-il détendu ? Que se passe-t-il alors ?

Q.5 Proposer une solution pour résoudre l'équation différentielle sur $\theta(t)$, au prix d'une approximation que l'on précisera.

Q.6 Quelle est alors la période du mouvement ? De quoi dépend-elle ?

Exercice 5 : Plan incliné



On fait glisser un objet de masse $m = 200\,\mathrm{g}$ sur un plan incliné en lui communiquant une vitesse initiale $v_0 = 2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ dans le sens de la montée.

Le centre de masse G se trouve initialement en O. La pente du plan incliné est définie par l'angle $\alpha = 20°$. Le référentiel terrestre $\mathscr{R}$ est supposé galiléen et l'accélération de la pesanteur vaut $g = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Nous négligeons tous les frottements.

Q.1 Choisir un repère adapté au problème.

Q.2 Faire un bilan des forces appliquées à l'objet.

Q.3 Appliquer la loi de la quantité de mouvement à la pelle dans $\mathscr{R}$.

Q.4 Projeter l'équation du mouvement sur les vecteurs de base.

Q.5 Déterminer l'équation horaire du mouvement.

Q.6 En déduire la distance maximale parcourue par G dans le sens de la montée.

Q.7 Quelle est la durée Δt nécessaire pour que l'objet revienne à sa position initiale O ?

Exercice 6 : Balle immergée

On considère une balle de masse $m = 2{,}7\,\mathrm{g}$ et de diamètre $d = 40\,\mathrm{mm}$. La balle est lâché sans vitesse initiale au fond du bassin rempli d'eau. La balle remonte à la surface.

Le centre de masse G de la balle est repéré par son altitude z, initialement nulle. Lorsque $z = 30\,\mathrm{cm}$ la partie supérieure de la balle affleure la surface du bain. La balle subit une force de frottement fluide de norme $F_f = hv^2$ proportionnelle au carré de sa vitesse v et opposée à son déplacement vertical.

Nous prendrons $g = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $h = 0{,}30\,\mathrm{USI}$ et $\mu_e = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ (masse volumique de l'eau).

Q.1 Faire un bilan des forces s'exerçant sur la balle lors de sa remontée vers la surface. Quelle est l'unité de h ?

Q.2 Appliquer la loi de la quantité de mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

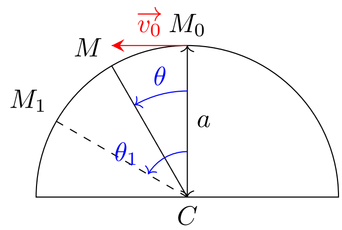
Q.3 Exprimer et calculer l'accélération initiale de la balle.

Q.4 Quelle serait la vitesse de la balle pour $z = 30\,\mathrm{cm}$ s'il n'y avait pas de force de frottement ?

Q.5 Évaluer la durée de la remontée de la balle vers la surface en précisant les éventuelles approximations effectuées.

Exercice 7 : Glissade sur un igloo

Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen. Un pingouin, assimilé à un point matériel M de masse m, mobile sur la surface d'un igloo sphérique S, de centre C et de rayon a, subit de la part de celui-ci une action de contact sans frottements. Le pingouin M quitte le sommet de l'igloo avec la vitesse v_0, il glisse sur l'igloo puis décolle en M_1.



Q.1 Déterminer l'équation du second ordre vérifiée par θ tant que le pingouin reste en contact avec la sphère.

Q.2 On pose $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$. Montrer que l'équation différentielle précédente peut s'écrire $\omega\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta} = \dfrac{g}{a}\sin\theta$. Intégrer l'équation différentielle par rapport à θ. En déduire le calcul de la réaction de l'igloo sur le pinguin.

Q.3 Calculer la réaction à $t = 0$. En déduire que si $v_0 > V_{\mathrm{lim}}$ que l'on déterminera, le pingouin quitte l'igloo dès le sommet. On se place dans le cas $v_0 < V_{\mathrm{lim}}$. Calculer l'angle θ_1 pour lequel le pingouin quitte l'igloo. Calculer le chemin parcouru sur l'igloo par le point lorsque $v_0 = \dfrac{V_{\mathrm{lim}}}{2}$.

Mécanique 3 : Les oscillateurs mécanique

Exercice 1 : Ressort horizontal

Q.1 Représenter un système masse-ressort horizontal :

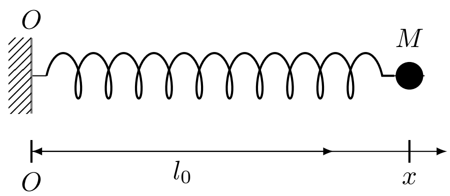
- quand son élongation est maximale,
- un quart de période plus tard,
- une demi-période plus tard.

Q.2 Représenter également par des vecteurs la force de tension sur l'extrémité mobile et le vecteur vitesse de ce point à chacun de ces instants.

Q.3 Si l'élongation du ressort est maximale (notée Δl_{max}) à $t = 0\,\mathrm{s}$, donner une expression de son élongation en fonction du temps.

Exercice 2 : Ressort non amorti horizontal

Considérons un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 fixé à un mur par une de ses extrémités. On attache à l'autre extrémité une masse m. On étire le ressort d'une certaine longueur L puis on lâche la masse sans lui communiquer de vitesse initiale. La masse est posée sur le sol ce qui impose un mouvement horizontal. On néglige tout frottement avec le sol.



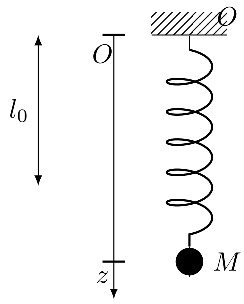
Q.1 Réaliser un bilan des forces s'appliquant sur la masse.

Q.2 En déduire l'équation différentielle vérifiée par la position de la masse $x(t)$.

Q.3 Résoudre cette équation différentielle.

Exercice 3 : Ressort amorti vertical

Considérons cette fois un système masse-ressort mais vertical. Une extrémité du ressort est fixée au plafond tandis que l'autre est libre. Sur cette extrémité libre, on place une masse m. On admet que la masse subit une force de frottement fluide de la forme $-\lambda\vec{v}$. À l'instant initial, on communique une vitesse initiale v_0 vers le bas à la masse qui était à sa position d'équilibre.



Q.1 Exprimer la position z_{eq} d'équilibre du ressort et vérifier que son expression est bien homogène à une distance.

Q.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$. Donner l'expression du facteur de qualité et de la pulsation propre.

Exercice 4 : Oscillations d'un flotteur sur l'eau

Un flotteur (assimilé à un cylindre de section s, de hauteur h et de masse volumique ρ) flotte à la surface de l'eau (de masse volumique ρ_e). On note $z(t)$ la position du centre de gravité G du flotteur par rapport à la surface de l'eau et on suppose que le flotteur n'est jamais entièrement immergé. On appuie dessus pour enfoncer son centre de gravité d'une profondeur z_0 et on le relâche sans vitesse initiale. On négligera la poussée d'Archimède exercée par l'air.

Q.1 Exprimer la poussée d'Archimède exercée sur le flotteur en fonction de s, h, z, ρ_e et g.

Q.2 Déterminer la période des oscillations du flotteur.

Q.3 Déterminer $z(t)$.

Exercice 5 : Amortisseur de voiture

On modélise l'amortisseur d'une roue de voiture à l'aide d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0, en parallèle avec un amortisseur de coefficient de frottement fluide α. La force de frottement a pour expression $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$. Une masse $m/4$ est posée sur ce dispositif et peut se déplacer le long de l'axe vertical $\vec{u}_z$ orienté vers le haut. On prend $m = 1200\,\mathrm{kg}$ et $g = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Étude statique :

Q.1 Déterminer la longueur à l'équilibre de la suspension en fonction de l_0, m, g et k. Justifier physiquement chacun des termes de la formule.

Q.2 Lorsque l'on enlève la roue, le ressort a une longueur totale de $40\,\mathrm{cm}$. En déduire la valeur numérique de l_0.

Q.3 Lors du changement d'une roue, lorsque l'on soulève d'une hauteur $h = 15\,\mathrm{cm}$ la masse $m/4$, le ressort est détendu. En déduire la longueur d'équilibre l_{eq} du ressort puis vérifier que : $k = 5 \times 10^3\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$

Étude dynamique :

Q.4 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la longueur $l(t)$ du ressort. La mettre sous forme canonique.

Q.5 En déduire l'expression du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0.

Q.6 Déterminer et calculer α afin que le dispositif fonctionne en régime critique. On prendra soin de bien donner son unité.

Q.7 On enfonce la masse $m/4$ d'une hauteur $d = 5\,\text{cm}$ par rapport à sa position d'équilibre et on lâche le système à $t = 0$ sans vitesse initiale. Calculer $l(t)$ puis tracer l'allure de la position de la masse au cours du temps dans le cas du régime critique.

Q.8 On charge maintenant l'amortisseur au maximum : la masse totale du véhicule vaut $m = 2200\,\text{kg}$. Déterminer les nouveaux paramètres de l'amortisseur Q et ω_0.

Q.9 Le nombre d'oscillations est-il satisfaisant pour l'utilisation de l'amortisseur ?

Exercice 6 : Étude d'un haut-parleur

Un haut-parleur est constitué d'une bobine et d'un aimant sur lequel on a fixé une membrane. On modélise le système de la façon suivante : une masse $m = 10\,\text{g}$ se déplace horizontalement le long de l'axe Ox, cette masse est reliée à un ressort de raideur $k = 15\,\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ et de longueur à vide l_0, est est soumise à des frottements fluides modélisés par la force $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$. Cette masse est soumise à une force d'excitation proportionnelle à l'intensité du courant qui circule dans la bobine du haut-parleur, force donnée par $\overrightarrow{F} = \beta i(t)\overrightarrow{u}_x$ avec $\beta = 200\,\text{N}\cdot\text{A}^{-1}$.

On impose un courant sinusoïdal $i(t) = I_0\cos(\omega t)$ avec $I_0 = 1\,\text{A}$.

Q.1 Donner l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

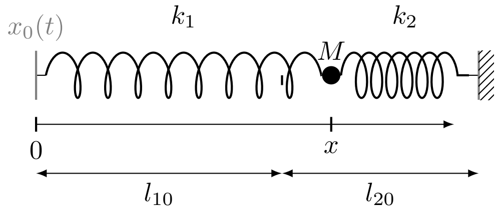
Q.2 On pose $\underline{X}(t) = l_0 + \underline{X_0}e^{j\omega t}$. Donner l'expression de l'amplitude complexe $\underline{X_0}$.

Q.3 Pour quelles valeurs de α le système est-il résonnant ?

Q.4 On se place dans le cas où le système est résonnant, discuter et donner la bande passante du système en fonction du paramètre α, c'est-à-dire la gamme de fréquence pour lesquelles $\left|\underline{X_0}\right| > X_{\max}/\sqrt{2}$.

Exercice 7 : Système à deux ressorts

Un solide M, de masse m, peut se déplacer sur une tige horizontale parallèle à l'axe Ox au sein d'un fluide visqueux qui exerce sur lui la force de frottement $\overrightarrow{f} = -h\overrightarrow{v}$, avec $\overrightarrow{v}$ vitesse de M dans le référentiel galiléen $\mathscr{R}$. Les frottements entre M et l'axe horizontal sont négligeables. On repère M par son abscisse $x(t)$.



M est relié à deux parois verticales par deux ressorts de raideurs k_1 et k_2, de longueurs à vide l_{10} et l_{20}. Celle de droite est immobile en $x = L$, celle de gauche, d'asvcisse $x_0(t)$, est animée d'un mouvement d'équation horaire $x_0(t) = X_{0m}\cos(\omega t)$. On supposera que $L = l_{10} + l_{20}$.

Q.1 Identifier les différentes forces s'exerçant sur M.

Q.2 Déterminer la position d'équilibre x_{eq} de M lorsque la paroi de hauche est immobile en $x = 0$.

Q.3 On introduit $X = x - x_{\text{eq}}$. Établir l'équation différentielle vérifiée par X lorque la paroi bouge.

Pour étudier le régime sinusoïdal forcé, on introduit les grandeurs complexes $\underline{x_0}(t) = X_{0m}e^{j\omega t}$, $\underline{X}(t) = X_m e^{j(\omega t+\varphi)}$ et $\underline{v} = V_m e^{j(\omega t+\phi)}$ associées à $x_0(t)$, $x(t)$ et $v(t) = \dot{X}(t)$.

Q.4 En exprimant ω_0, Q et α, établir la relation :

$$V_m e^{j\phi} = \frac{\alpha X_{0m}}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Q.5 Mettre en évidence l'existence d'une résonance de vitesse.

Mécanique 4 : Énergie, travail, puissance

Exercice 1 : Applications directes

Q.1 Rappeler le nom des unités usuelles de puissance et de travail. Les exprimer avec les unités de base du système international.

Q.2 La puissance d'une force est négative. Est-elle motrice ou résistance ?

Q.3 Citer l'expression de l'énergie potentielle dont dérive la force de rappel élastique.

Q.4 Citer l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur. Le point M est repéré en coordonnées cartésiennes avec l'axe (Ox) orienté vers le bas. Exprimer cette énergie en fonction de l'abscisse x du point M.

Q.5 Les forces de Van der Waals dérivent d'une énergie potentielle dont l'expression en coordonnées sphériques est $\mathscr{E}_\text{p} = -\dfrac{A}{r^6}$ avec A une constante positive. On donne l'expression du gradient en sphériques :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\mathscr{E}_\text{p} = \frac{\partial \mathscr{E}_\text{p}}{\partial r}\overrightarrow{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \mathscr{E}_\text{p}}{\partial \theta}\overrightarrow{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \mathscr{E}_\text{p}}{\partial \varphi}\overrightarrow{u}_\varphi$$

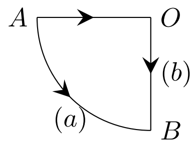
Donner la forme de la force associée et préciser s'il s'agit d'une force attractive ou répulsive. Donner également l'unité de A.

Q.6 Un objet accroché à un ressort idéal n'est soumis qu'à son poids et à la force exercée par le ressort. Que peut-on dire de l'énergie mécanique ?

Exercice 2 : Travail d'une force

On considère un point M soumis à une force $\overrightarrow{F}$ qui peut parcourir deux chemins (a) et (b). Le point M est repéré par ses coordonnées polaires r et θ. Le chemin (a) est un arc de cercle de rayon R tandis que le chemin (b) est constitué de deux segments de droite AO et OB de longueur R. Les deux chemins sont issus de A et mènent à B.

La force $\overrightarrow{F}$ s'écrit $\overrightarrow{F} = r^2 d^2 \overrightarrow{u}_\theta$ en coordonnées polaires, où d est une constante.



Q.1 Déterminer le travail W de la force $\overrightarrow{F}$ pour les deux chemins envisagés. Conclure quant au caractère conservatif de $\overrightarrow{F}$.

Q.2 Réitérer avec la force $\overrightarrow{F'} = r^2 d^2 \overrightarrow{u}_r$.

Q.3 Déterminer l'énergie potentielle dont dérive la force envisagée qui est conservative. On pourra par exemple utiliser un déplacement élémentaire sur le chemin OB.

Exercice 3 : Étude du pendule simple

On considère un pendule simple : une masse m est suspendue à un fil sans masse inextensible de longueur l, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On utilisera les coordonnées polaires pour faire cette étude, le mouvement étant supposé contenu dans le plan vertical. On prendra O, origine du repère, comme point d'attache du pendule et on notera x la verticale descendante.

Q.1 Faire l'étude du problème (schéma, bilan des forces, expression du vecteur cinématique vitesse).

Q.2 En utilisant le théorème de la puissance cinétique, retrouver l'équation différentielle du pendule sur $\theta(t)$.

L'équation du mouvement n'est pas linéaire, de plus il n'existe pas de solution analytique de cette équation. On se propose donc d'utiliser la courbe d'énergie potentielle pour étudier la trajectoire.

Q.3 Justifier que le mouvement est conservatif.

Q.4 Déterminer l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de θ. On prendra l'origine des potentiels en $\theta = 0$ et on commentera son comportement avec θ.

Q.5 Tracer le graphe de $\mathscr{E}_\text{p}(\theta)$. Existe-t-il des points d'équilibre ? Sont-ils stables ?

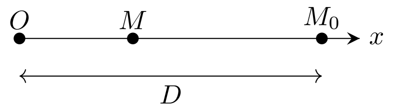
Q.6 Considérons un état initial du pendul lâché à un angle θ_0 sans vitesse initiale. À l'aide de la courbe d'énergie potentielle, décrire le type de mouvement observé. Préciser la répartition de l'énergie mécanique entre énergie potentielle et énergie cinétique.

Q.7 Prenons maintenant θ_0 quelconque mais $\dot{\theta}_0 < 0$ telle que $\mathscr{E}_\text{m} > \mathscr{E}_\text{p,max}$. À l'aide de la courbe d'énergie potentielle, décrire le type de mouvement observé.

Exercice 4 : Curling

Le curling est un sport de précision pratiqué sur la glace avec des pierres en granite, taillées et polies selon un gabarit international. Le but est de placer les pierres le plus près possible d'une cible circulaire dessinée sur la glace, appelée la maison.

Nous envisageons le lancer d'une pierre assimilée à un point M de masse $m = 20\,\mathrm{kg}$ glissant selon l'axe Ox vers le point M_0 visé (la maison). La pierre est lancée de la position initiale O avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$, la maison se trouvant à la distance $D = OM_0 = 25\,\mathrm{m}$ du point O.



Nous supposerons que la force de frottement $\vec{F} = -F_0\vec{u}_x$ de la glace sur la pierre est constante pendant toute la glissade et s'annule lorsque la vitesse de la pierre s'annule. Nous prendrons $F_0 = 3{,}0\,\mathrm{N}$. Nous négligerons par ailleurs toute force de frottement fluide. Le lancé étudié est supposé gagnant : la pierre atteint la maison et s'y arrête !

Q.1 Que valent les énergies cinétiques initiales $\mathscr{E}_{\mathrm{c,i}}$ et finale $\mathscr{E}_{\mathrm{c,f}}$ de la pierre ?

Q.2 Calculer le travail des forces appliquées sur la pierre pendant la glissade.

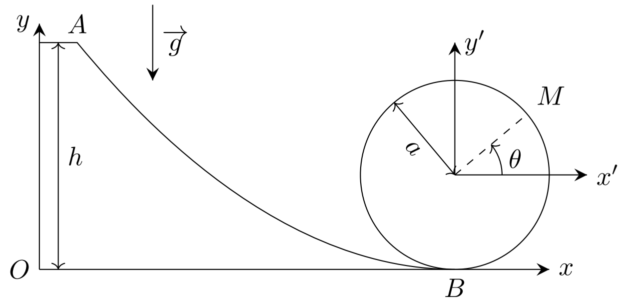
Q.3 Appliquer la loi de l'énergie cinétique à la pierre et en déduire la vitesse v_0 adaptée.

Exercice 5 : Looping

Une voiture de manège de masse $m = 24\,\mathrm{kg}$ est assimilée à un point matériel. Cette voiture est posée sur deux rails parallèles et glisse sans frottement selon la trajectoire constituée en partie d'un cercle de rayon $a = 4{,}7\,\mathrm{m}$ de la figure ci-contre.

La voiture est abandonnée sans vitesse au point A d'altitude $h > a$.

h est suffisamment grande pour que la voiture reste constamment en constact avec les rails.



Q.1 Exprimer la vitesse v_B en B de la voiture en fonction de g et h.

Q.2 Exprimer la vitesse $v_M(\theta)$ en M de la voiture en fonction de g, h, a et θ.

Soit $\vec{R}$ la réaction exercée par les rails sur la voiture.

Q.3 Exprimer $\vec{R}$ en M en fonction de g, h, m, a et θ.

Q.4 Pour quel point M_0 du cercle la norme de $\vec{R}$ est-elle minimale ?

Q.5 Donner l'expression littérale puis calculer la hauteur h minimale pour laquelle la voiture ne décolle pas des rails.

Exercice 6 : Cycliste au Tour de France

Un cycliste assimilé à un point matériel se déplace en ligne droite. Il fournit une puissance mécanique constante P, les forces de frottement de l'air sont proportionnelles au carré de la vitesse v du cycliste ($\vec{F} = -kv\vec{v}$) où k est une constante positive. On néglige les forces de frottement du sol sur la roue et on choisit un axe horizontal (Ox) orienté dans la direction du mouvement du cycliste.

Q.1 En appliquant le théorème de la puissance cinétique, établir une équation différentielle en v et montrer qu'on peut la mettre sous la forme :

$$mv^2\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = k(v_l^3 - v^3)$$

où v_l est une constante dont on cherchera la signification physique.

Q.2 On pose $f(x) = k(v_l^3 - v^3)$, déduire des résultats précédent l'équation différentielle vérifiée par f.

Q.3 Déterminer l'expression de la vitesse en fonction de x, s'il aborde la ligne droite avec une vitesse v_0.

Q.4 Application numérique : lors d'un sprint, la puissance développée vaut $P = 2\,\mathrm{kW}$ et la vitesse limite vaut $v_l = 20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Déterminer la valeur de k et en déduire la distance caractéristique pour qu'un coureur de masse $m = 85\,\mathrm{kg}$ avec son vélo atteigne cette vitesse. Conclure.

Mécanique 5 : Mouvement de particules chargées

Exercice 1 : Action d'un champ magnétique sur un proton ou sur un électron

Un électron et un proton de même énergie cinétique décrivent des trajectoires circulaires dans un champ magnétique uniforme. Comparer :

Q.1 Leur vitesse ;

Q.2 Le rayon de leur trajectoire ;

Q.3 Leur période.

Exercice 2 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme

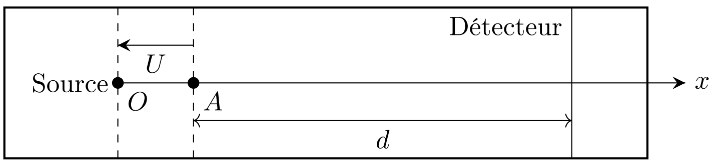
On considère une particule de charge $q > 0$ de masse m animée à l'instant $t = 0$, d'une vitesse initiale $\vec{v}_0$. Elle fait un angle α avec l'axe (Ox) tel que $\vec{v}_0 = v_0(\cos\alpha\,\vec{u}_x + \sin\alpha\,\vec{u}_z)$. Elle est plongée dans un champ $\vec{E} = E_0\vec{u}_z$ avec $E_0 = C^{te} > 0$ uniforme.

Q.1 Déterminer les équations horaires du mouvement.

Q.2 En déduire la trajectoire de la particule.

Exercice 3 : Analyseur à temps de vol linéaire

L'analyse d'un faisceau ionique consiste à séparer les ions les uns des autres selon leur rapport m/q. Dans son principe, l'analyseur à temps de vol linéaire est le plus simple de tous.



La source d'ions fournit des ions de masse m et de charge positive q qui entrent en O avec une vitesse négligeable dans une zone d'accélération (comprise entre O et A) où une tension électrique $U = 15\,\text{kV}$ est appliquée. Les ions parcourent librement la région suivante jusqu'au détecteur situé à la distance $d = 1{,}0\,\text{m}$ de la zone d'accélération. On mesure le "temps de vol" t_v mis par la particule pour parcourir la distance d.

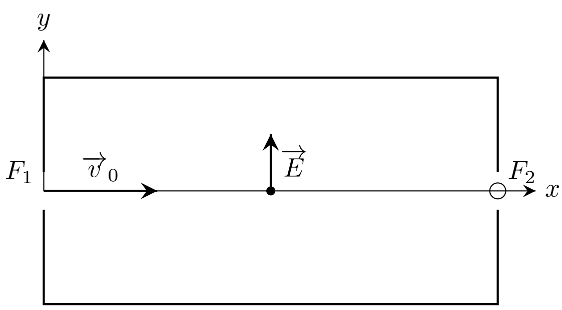
Q.1 Déterminer la vitesse $\vec{v}_A$ de l'ion en A.

Q.2 Montrer que la mesure du temps de volt t_v permet de déduire le rapport m/q. Calculer t_v dans le cas d'un ion de masse $m = 3{,}8 \times 10^{-26}\,\text{kg}$ et de charge $q = e = 1{,}60 \times 10^{-19}\,\text{C}$.

Exercice 4 : Filtre de vitesse

Afin de diminuer la dispersion des vitesses des ions dans un spectromètre de masse, il est nécessaire de réaliser un filtrage de vitesse. Le filtre de Wien présenté sur le schéma ci-dessous combine l'action d'un champ électrique $\vec{E} = E\vec{u}_y$ et d'un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_z$ perpendiculaires entre eux.

Les deux champs sont uniformes et permanents.



Q.1 Un ion de masse m et de charge q pénètre dans le filtre par la fente F_1 avec une vitesse $\vec{v}_0$. Écrire la force de Lorentz alors ressentie par l'ion.

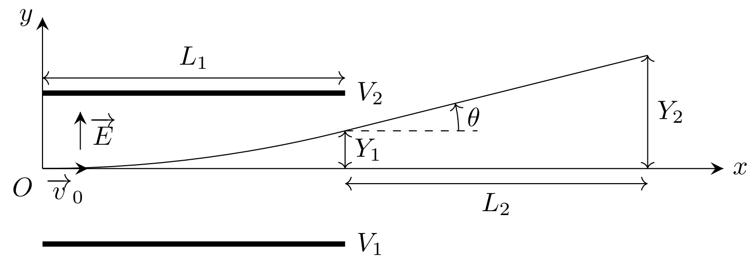
Q.2 À quelle condition l'ion peut-il avoir une trajectoire rectiligne l'amenant à la fente F_2 ?

Q.3 Exprimer en fonction de E et B la vitesse v_0 de l'ion lui permettant d'atteindre la fente F_2.

Exercice 5 : Imprimante jet d'encre

Dans un dispositif d'impression industriel, les gouttelettes d'encre sont chargées puis déviées de manière contrôlée par un déflecteur électrostatique avant d'atteindre le support d'impression.

Une gouttelette de volume $V = 10\,\text{pL}$, de charge $q = 3{,}4\times10^{-15}\,\text{C}$ et de vitesse $v_0 = 20\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ entre en O dans le déflecteur constitué de deux électrodes planes portées aux potentiels électriques V_1 et V_2 générant un champ électrostatique uniforme $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u}_y$ avec $E = 5{,}0 \times 10^5\,\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$. La longueur du déflecteur est $L_1 = 5{,}0\,\text{cm}$. Le support d'impression se trouve à la distance $L_2 = 20\,\text{cm}$ de la sortie du déflecteur. L'encre est enssentiellement consituée d'eau de masse volumique $\mu = 1{,}0 \times 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.



Q.1 Quel est le signe de $V_1 - V_2$ pour que la gouttelette d'encre soit effectivement déviée dans le sens des y croissants ?

Q.2 Calculer la masse m de la gouttelette et montrer que l'on peut négliger son poids devant la force électrique de Lorentz. On donne $g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Q.3 Appliquer la loi de la quantité de mouvement à la gouttelette entre les électrodes et déterminer l'équation de sa trajectoire. En déduire le déplacement Y_1 en sortie du déflecteur.

Q.4 Caractériser la trajectoire de la gouttelette après sa sortie du déflecteur, en négligeant son poids.

Q.5 Exprimer puis calculer la déflexion angulaire θ. En déduire le déplacement Y_2

Exercice 6 : Action de 2 champs magnétiques successifs

Dans le demi-espace $x > 0$, règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}_1 = B_0\overrightarrow{u}_z$ et dans le demi-espace $x < 0$, règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}_2 = \dfrac{B_0}{2}\overrightarrow{u}_z$. Une particule de masse m de charge $q > 0$ est placée au point origine O du référentiel d'étude galiléen $\mathscr{R}(O, \overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$, à $t = 0$ avec une vitesse $\overrightarrow{v}_{M/\mathscr{R}}(t = 0) = v_0\overrightarrow{u}_x$, $v_0 > 0$.

Q.1 Décrire et dessiner la trajectoire de la particule pour $x > 0$.

Q.2 Décrire et dessiner la trajectoire de la particule pour $x < 0$.

Q.3 Quelle est la vitesse moyenne de la particule suivant (Oy), appelée vitesse de dérive $\overrightarrow{D}$.

Q.4 Reprendre les questions précédentes avec dans les demi-espace $x < 0$ un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_2} = -B_0\overrightarrow{u}_z$.

Exercice 7 : Mesure du rapport e/m

Les bobines d'Helmholtz, du nom d'Hermann Ludwig von Helmholtz, sont un dispositif constitué de deux bobines circulaires de même rayon, parallèles, et placées l'une en face de l'autre à une distance égale à leur rayon. En faisant circuler du courant électrique dans ces bobines, un champ magnétique est créé dans leur voisinage, qui a la particularité d'être relativement uniforme au centre du dispositif dans un volume plus petit que les bobines elles-mêmes.

Un canon à électrons délivre des électrons accélérées sous une tension de $U = 200\,\text{V}$. Ils sont injectés perpendiculairement au champ $\overrightarrow{B}$ entre les bobines de Helmholtz.

Q.1 Calculer la vitesse v_0 de sortie des électrons.

Q.2 Décrire leur trajectoire entre les bobines.

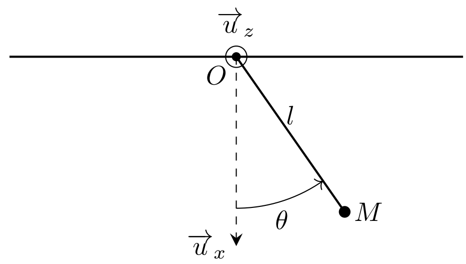
Q.3 Donner le rayon de cette trajectoire en fonction de v_0, e, m, B puis en fonction de $\dfrac{e}{m}$, U et B.

Q.4 Calculer le rapport $\dfrac{e}{m}$ pour un champ de $1{,}0 \times 10^{-3}\,\text{T}$ et un rayon mesuré de $4{,}7\,\text{cm}$. La tension est toujours de $200\,\text{V}$

Mécanique 6 : Loi du moment cinétique d'un point et d'un solide

Exercice 1 : Pendule simple

On considère un pendule simple, constitué d'un fil inextensible de longueur l, sans masse, dont une extrémité est attachée en un point O fixe dans le référentiel du laboratoire galiléen, et à l'autre extrémité duquel est placé un point matériel M de masse m. On note $\overrightarrow{u}_x$ l'axe vertical vers le bas, et $\overrightarrow{g}$ l'accélération de la pesanteur. On étudie le mouvement dans le base cylindrique $(\overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta, \overrightarrow{u}_z)$, dans laquelle l'angle θ est l'angle $(\widehat{\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{OM}})$.



Q.1 Exprimer par trois méthodes différentes (calcul de produit vectoriel par composantes, normes et angles, ou bras de levié) le moment cinétique en O de la masse au cours du mouvement, noté $\overrightarrow{L_O}(M)$.

Q.2 Déterminer le moment en O de la tension du fil.

Q.3 Déterminer de trois manières différentes l'expression du moment en O du poids.

Q.4 Démontrer le théorème du moment cinétique à partir de la seconde loi de Newton.

Q.5 En déduire l'équation du mouvement.

Q.6 En déduire l'expression de la période des oscillations de faible amplitude du pendule.

Q.7 Peut-on obtenir l'expression de la tension du fil au cours du mouvement, uniquement à l'aide de considération de moments cinétique ?

Exercice 2 : Pendule conique

On considère un pendule simple, constitué d'un fil inextensible de longueur l, sans masse, dont une extrémité est attachée en un point O fixe dans le référentiel du laboratoire galiléen, et à l'autre extrémité duquel est placé un point matériel M de masse m.

Un enfant fait tourner le pendule de manière à ce que la masse effectue un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω le plan xO_1y. Le fil OM garde une inclinaison constante α par rapport à la verticale au cours du mouvement. On étudie le mouvement dans le base cylindrique $(\overrightarrow{u}_r, \overrightarrow{u}_\theta, \overrightarrow{u}_z)$ telle que $\overrightarrow{O_1M} = \rho\overrightarrow{u}_r$.

Q.1 Faire un schéma en perspective de la situation, en faisant apparaître la base cylindrique, puis un schéma dans le plan contenant les points O, O_1 et M.

Q.2 Déterminer le moment cinétique de M et le moment des forces par rapport à l'axe Oz.

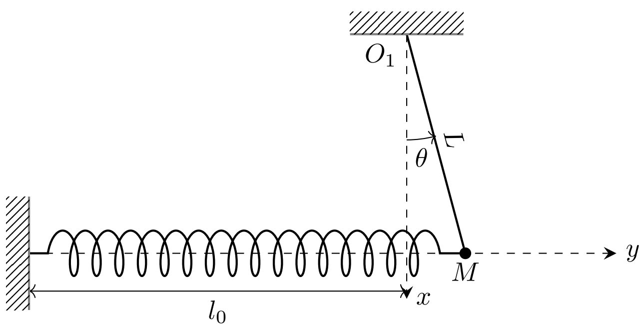
Q.3 Appliquer le théorème du moment cinétique par rapport à l'axe Oz au pendule. Que peut-on en conclure ?

Q.4 Déterminer le moment cinétique de M et le moment des forces par rapport au point O.

Q.5 Appliquer le théorème du moment cinétique par rapport au point O au pendule. En déduire l'expression reliant ω et α.

Exercice 3 : Oscillations d'un pendule

Un point matériel M (masse m) est relié à un fil inextensible (longueur $O_1M = L$, masse négligeable) et à un ressort horizontal de raideur k et de longueur l_0 au repos. Le fil est vertical lorsque le point matériel se trouve au repos en O_1'. On suppose des petites oscillations quasi horizontales du point M, telles que $O_1'M \ll L$. La position du point M est repérée par l'angle d'inclinaison θ du pendule par rapport à la verticale (angle θ supposé faible).



Q.1 Établir l'équation du mouvement pendulaire en utilisant le théorème du moment cinétique.

Q.2 En déduire la période T_0 des petites oscillations.

Exercice 4 : Soulèvement d'une brouette

On étudie la force nécessaire pour soulever une brouette chargée de masse totale $m = 30\,\mathrm{kg}$, dont la roue est fixe. La distance entre l'axe de la roue et les poignées de la brouette est de 1,2 m et son centre de gravité est sur l'axe roue-poignées, à une distance de 40 cm de la roue.

Q.1 Quelle force minimale faut-il exercer vers le haut pour augmenter l'inclinaison de la brouette depuis l'horizontale ?

Q.2 Et lorsque l'axe roue-poignée fait un angle de 45° avec l'horizontale ?

Q.3 Reprendre les deux questions mais avec une force orthoradiale.

Exercice 5 : Pendule pesant

Un pendule pesant est constitué d'un solide dans un champ de pesanteur uniforme, lié à un bâti immobile dans le référentiel d'étude par une liaison pivot horizontale dont l'axe Δ ne passe pas par son centre de gravité G.

On nomme O le projeté orthogonal de G sur l'axe de la liaison, et on note m la masse du solide et J son moment d'inertie par rapport à l'axe Δ. On repère sa position par les coordonnées cylindriques de G, situé à une distance d de l'axe Δ, en prenant pour référence pour l'angle θ la verticale vers le bas On considère de plus la liaison pivot comme idéale.

Q.1 Démontrer l'expression de moment cinétique scalaire du pendule par rapport à Δ noté $L_\Delta(S)$.

Q.2 Déterminer l'équation du mouvement du pendule pesant.

Q.3 En déduire l'expression de l'intégrale première du mouvement en prenant $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = \omega_0$.

Q.4 Dans le cas des petites oscillations, exprimer la période du mouvement. Que-ce passe-t-il dans le cas du pendule simple ?

Q.5 À l'aide d'un langage de programmation, montrer que les oscillations d'amplitude quelconques ont une période dépendant de l'amplitude.

Exercice 6 : Volant d'inertie

Dans une machine tournante, la partie mobile nommée rotor possède un moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation fixe. Le rotor est soumis a un couple moteur $\Gamma_m = \Gamma_0$ constant, ainsi que des frottements fluides de moment $\mathscr{M} = -\alpha\omega$ où α est une constante et ω la vitesse angulaire de rotation.

Q.1 Expliquer quel est le signe de α.

Q.2 Le rotor est initialement immobile. Donner l'évolution de sa vitesse angulaire $\omega(t)$ par une méthode dynamique. On donnera notamment sa vitesse finale ω_f et un temps caractéristique d'évolution τ. On commentera la dépendance de ces quantités par rapport à α.

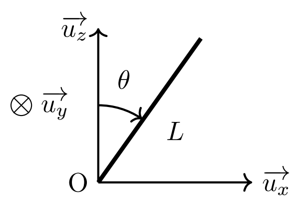
Q.3 En fait, suite à des vibrations du dispositif, le couple moteur varie comme $\Gamma_0(1+r\cos(\Omega t))$, où r est liée à l'intensité de la perturbation et Ω est sa pulsation. On cherche, après la fin du régime transitoire, une évolution de la vitesse angulaire $\omega(t)$ sous la forme $\omega(t) = \omega_f + A\cos(\Omega t - \phi)$ où A et ϕ sont des constantes. Quelle est la durée du régime transitoire ?

Q.4 Exprimer A et $\tan\phi$ en fonction de r, Ω, τ et ω_f. On pourra utiliser la notation complexe.

Q.5 Expliquer pourquoi, afin de régulariser le fonctionnement du rotor, on lui fixe un anneau de masse assez importante et grand rayon, appelé volant d'inertie. Quelles sont les limites de cette méthode ?

Exercice 7 : Chute d'un arbre

On assimile un arbre à une tige de longueur L et de masse m. On le scie à sa base et l'arbre bascule en tournant autour de son point d'appui au sol. On suppose que le point d'appui reste fixe et ne glisse pas et on repère la position de l'arbre par l'angle θ qu'il forme avec la verticale. A $t = 0$, l'arbre est immobile et forme un angle de $\theta_0 = 5°$ avec la verticale. Le moment d'inertie par rapport à une extrémitié de l'arbre est $J = m\dfrac{L^2}{3}$.



Q.1 Établir l'équation du mouvement de la chute de l'arbre.

Q.2 Déterminer le temps de chute d'un arbre de 30 m. On donne : $\displaystyle\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{\cos\theta_0 - \cos\theta}} \approx 5$

Mécanique 7 : Champ de force centrale conservatif

Exercice 1 : Paramètres cosmologiques

Un mobile gravite autour d'un astre sur une trajectoire elliptique de période T et de demi-grand axe a.

Q.1 Rappeler la 3e loi de Kepler.

Q.2 Déterminer la valeur de ce rapport pour un corps qui gravite autour du Soleil en utilisant les paramètres de l'orbite terrestre $T = 1\,\text{an}$ et $a = 1\,\text{ua} = 150 \times 10^6\,\text{km}$.

Q.3 Sachant que $\mathscr{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-3}$, montrer que l'expression théorique de cette constante en fonction de la constante gravitationnelle $\mathscr{G}$ et de la masse du Soleil $M_\odot$ permet de déterminer la masse du Soleil.

Q.4 Le produit $\mathscr{G}M_\text{T}$ de la masse de la Terre par la constante de gravitation est égal à $\mathscr{G}M_\text{T} = 3{,}986 \times 10^{14}\,\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$. La période de révolution de la Lune autour de la Terre (mois lunaire sidéral) vaut $T = 27{,}3\,\text{jour}$. Déterminer le demi grand-axe de l'orbite de la Lune.

Exercice 2 : Orbite circulaire et géostationnaire

Q.1 Démontrer l'expression de la vitesse d'un corps (de masse m) en orbite circulaire de rayon r_0 autour d'un astre attracteur (de masse M).

Q.2 En déduire l'expression de l'énergie mécanique de la masse m sur son orbite circulaire de rayon r_0.

Q.3 Énoncer la 3ème loi de Kepler et la démontrer dans le cas du mouvement circulaire.

On appelle satellite géostationnaire un satellite survolant à chaque instant le même point de la Terre.

Q.4 Dans quel plan la trajectoire d'un satellite géostationnaire est-elle nécessairement comprise ?

Q.5 Calculer l'altitude h d'un satellite géostationnaire. Commenter. Application numérique.

Exercice 3 : Vitesses cosmiques

Le Petit Prince réside sur un astéroïde de rayon $R = 30\,\text{cm}$ et de masse $m = 2{,}0 \times 10^8\,\text{kg}$. La constante de gravitation vaut $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

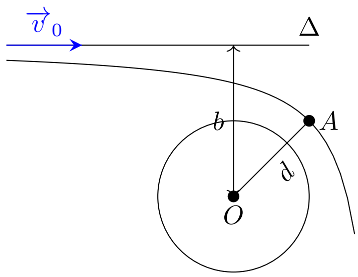
Q.1 Calculer la vitesse de satellisation v_s, c'est-à-dire la vitesse qu'il faut communiquer à un objet pour qu'il parcoure une orbite basse autour de l'astéroïde.

Q.2 Calculer la vitesse de libération v_l, c'est-à-dire la vitesse qu'il faut communiquer à un objet pour qu'il échappe à l'attraction de l'astéroïde. Conclure.

Q.3 Plus sérieusement, qu'en est-il sur Terre ? La masse de la Terre est $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}\,\text{kg}$ et son rayon $R_T = 6{,}4 \times 10^3\,\text{km}$.

Exercice 4 : Chute d'une météorite

Une météorite de masse m a , très loin de la Terre, une vitesse $\vec{v}_0$ de module v_0 portée par une droite Δ située à une distance b du centre O de la Terre. On suppose que la météorite est soumise uniquement au champ gravitationnel terrestre et qu'il n'y a jamais de forces de frottement. Soit A le point de la trajectoire tel que la distance Terre-Météorite soit minimale. On note $OA = d$. On supposera que la Terre reste immobile dans un référentiel galiléen.
On veut déterminer à partir de quelle valeur de b la météorite s'écrasera sur la Terre. On notera G la constante de gravitation, M la masse de la Terre, supposée sphérique, homogène, de masse volumique ρ, de rayon R.



Q.1 Donner l'expression de la force de gravitation en un point P de la trajectoire tel que $\overrightarrow{OP} = \vec{r}$. Calculer l'énergie potentielle $E_p(r)$ de la météorite en ce point. On prendra $E_p(r \to +\infty) = 0$.

Q.2 Quelles sont les grandeurs physiques conservées au cours du mouvement ? Justifier. En déduire que la trajectoire est plane.

Q.3 Donner l'expression de la vitesse en coordonnées polaires. Montrer qu'en A, point de la trajectoire le plus proche de O, la vitesse (de norme v_1) est orthogonale à OA.

Q.4 En explicitant la question 2, trouver deux relations liant b, d, G, M, v_0, v_1. En déduire l'expression de d en fonction de G, M, b, v_0.

Q.5 Soit R le rayon de la Terre. Quelle condition doit satisfaire b pour que le météorite rencontre la Terre ?

Exercice 5 : Vitesse d'un satellite à son périgée

Lors de son lancement, le satellite d'observation Hipparcos est resté sur son orbite de transfert à cause d'un problème technique. On l'assimile à un point matériel M de masse $m = 1{,}1$ tonnes. L'orbite de transfert est elliptique et la distance Terre-satellite varie entre $d_P = 200\,\mathrm{km}$ au périgée et $d_A = 35{,}9 \times 10^3\,\mathrm{km}$ à l'apogée. On rappelle que le périgée est le point de l'orbite le plus proche de la Terre et que l'apogée est le point le plus éloigné. On mesure la vitesse du satellite à son apogée : $v_A = 3{,}5 \times 10^2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Q.1 Faire un schéma de la trajectoire en faisant apparaître la position O du centre de la Terre, l'apogée A et le périgée P.

Q.2 Déterminer le demi-grand axe a de la trajectoire.

Q.3 En déduire l'énergie mécanique et la période du satellite.

Q.4 On note v_A et v_P les vitesses du satellite en A et en P. Exprimer le module moment cinétique calculé au point O du satellite à son apogée puis à son périgée.

Q.5 En déduire la vitesse du satellite à son périgée.

Exercice 6 : Énergie mécanique d'un satelite en orbite elliptique

Cet exercice permet de démontrer l'expression, admise de l'énergie mécanique d'un satellite de masse m en orbite sur une ellipse de demi grand-axe a autour de la Terre de masse M_{T} :

$$E_m = -\mathscr{G}\frac{mM_{\mathrm{T}}}{2a}$$

On admet que le mouvement est plan et vérifie la loi des aires. On l'étudie en polaire et on note $\mathscr{C} = r^2\dot{\theta}$ la constante des aires.

Q.1 r varie entre deux valeurs, r_{P} et r_{A}, qui correspondent au périgée et à l'apogée de la trajectoire. Réaliser un schéma de la trajectoire et faire apparaître r_{A} et r_{P}. En déduire l'expression du grand-axe $2a$ de l'ellipse en fonction de r_{A} et r_{P}.

Q.2 Montrer que le mouvement radial peut être étudié à l'aide d'une énergie potentielle effective. Donner son expression et la représenter.

Q.3 Le satellite est dans un état lié et $r \in [r_{\mathrm{P}}; r_{\mathrm{A}}]$. Montrer que r_{A} et r_{P} sont les solutions d'une équation du 2$^{\mathrm{e}}$ degré.

Q.4 On rappelle que si r_{A} et r_{P} sont solutions d'une équation du 2$^{\mathrm{e}}$ degré, elles vérifient :

$$(r - r_{\mathrm{A}})(r - r_{\mathrm{P}}) = r^2 - (r_{\mathrm{A}} + r_{\mathrm{P}}) \times r + r_{\mathrm{A}} \times r_{\mathrm{P}} = 0$$

En déduire l'expression de l'énergie mécanique en fonction du grand-axe de l'ellipse.

Exercice 7 : Ellipse de Hohmann

Pour effectuer le voyage Terre-Mars, il faut transférer un objet de l'orbite terrestre à l'orbite martienne. Durant ce transfert, on néglige l'attraction des planètes pour ne retenir que celle du Soleil. L'une des trajectoires possibles est une ellipse, dont le Soleil est un des foyers, tangente à l'orbite terrestre en son périgée P, tangente à l'orbite martienne en son apogée A et coplanaire à l'orbite terrestre. On assimile la trajectoire de la Terre autour du Soleil à un cercle de rayon a_0 décrit à la vitesse $v_0 = 30\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$ et celle de Mars à une orbite circulaire coplanaire à l'orbite terrestre de rayon $a_1 = na_0 = 1{,}5a_0$.

Q.1 Expliquer comment se fait le transfert à l'aide d'un schéma simple.

Q.2 Calculer la vitesse orbitale v_1 de Mars et la durée T_1 de l'année martienne en fonction de T_0 la période de révolution de la Terre.

Q.3 Pour que le transfert s'effectue bien en partant de la Terre au périgée de l'ellipse et en arrivant sur Mars à l'apogée de l'ellipse, l'angle entre la Terre et Mars au départ doit avoir une valeur α_0. Exprimer la périodicité de ce positionnement en fonction de T_1 et T_0 la période de révolution de Mars et de la Terre.

Q.4 Quelle doit être la vitesse v_p de l'engin spatial au point P de l'ellipse de Hohmann ? On exprimera v_p en fonction de v_0 et n. Faire l'application numérique.

Q.5 Quelle doit être la vitesse v_a de l'engin spatial au point A de l'ellipse de Hohmann ? On exprimera v_a en fonction de v_1 et n. Faire l'application numérique.

Q.6 Déterminer la durée du transfert entre la Terre et Mars (en années terrestres).

Quatrième partie

Chimie

Liste des chapitres Chimie

Chimie 1 : Molécules et solvants

Exercice 1 : Déterminer le nombre d'électrons de valence d'un atome

Q.1 Déterminer la configuration électronique dans l'état fondamental et le nombre d'électrons de valence pour les éléments du tableau périodique :

a) le silicium Si est situé à la 3e période et à la 14e colonne ;

b) le calcium Ca est situé à la 4e période et à la 2e colonne ;

Q.2 Lequel de ces deux éléments est le plus élecronégatif ?

Exercice 2 : Moment dipolaire de liaison

On étudie les molécules de la série des halogénures d'hydrogène H−X.

Molécule	H−F	H−Cl	H−Br	H−I
Énergie de liaison ($kJ \cdot mol^{-1}$)	566	431	366	298
Longueur de liaison (pm)	92	127	142	161
Norme du moment dipolaire (D)	1,83	1,11	0,83	0,45
T_{fus}(°C)	-83	-114	-87	-51
T_{eb}(°C)	20	-85	-67	-35

Q.1 Commennt varie l'électronégativité de l'iode, au brome, au chlore et au fluor ?

Q.2 Représenter le moment dipolaire associé à ces molécules.

Q.3 Déterminer le pourcentage d'ionicité δ de chacune de ces liaisons. Commenter.

Q.4 Quels molécules présente des liaisons hydrogènes intermoléculaires ? En déduire une interprétation des température de changement d'état.

Q.5 Comment évolue la polarisabilité des molécules ?

Q.6 Comment évolue les contributions aux interactions de van der Waals pour chaque molécules ?

Exercice 3 : Schéma de Lewis et géométrie d'une molécule

Q.1 Déterminer le schéma de Lewis du chlorure de thionyle SO_2Cl_2, sachant que l'atome de soufre est l'atome central.

Q.2 Déterminer autour de l'atome de soufre central : la notation VSEPR, la géométrie.

Exercice 4 : Représentation de Lewis d'ions simples

Calculer les nombres de paires de valence et donner la représentation de Lewis des ions suivants :

Q.1 L'ion oxonium H_3O^+, et l'ion H_3S^+.

Q.2 L'ion ammonium NH_4^+ et l'ion PH_4^+.

Q.3 L'ion tétrahydruroborate BH_4^- et l'ion tétrafluoroborate BF_4^-.

Q.4 L'ion hypobromite BrO^-, l'ion peroxyde O_2^{2-} et l'ion hydrazinium $N_2H_5^+$.

Exercice 5 : Structure hypervalentes

Pour chacun des ions suivants, donner une représentation de Lewis, déterminer ses formes mésomères les plus représentatives :

Q.1 L'ion sulfate SO_4^{2-} (le soufre est l'atome central).

Q.2 L'ion phosphate PO_4^{3-} (le phosphore est l'atome central).

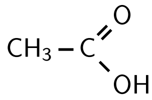
Q.3 L'ion triiodure I_3^- (structure non cyclique).

Q.4 Les ions ICl_2^- et ICl_4^- (l'iode est l'atome central).

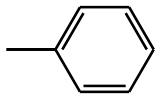
Exercice 6 : Expliquer les différences de miscibilité

Q.1 Expliquer pourquoi l'eau et l'acide éthanoïque sont miscibles, alors que l'eau et le toluène ne le seont pas.

On donne la formule semi-développée de l'acide éthanoïque et la formule topologique du toluène :



Acide éthanoïque

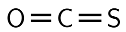


Toluène

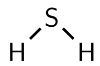
Exercice 7 : Déterminer la polarité de molécules

Q.1 Préciser la direction et le sens du moment dipolaire de chaucun des molécules suivantes. Pour schématiser la géométrie de la molécule, seuls les doublets liants ont été représentés (représentation de Cram), en omettant les éventuels doublets non liants et les lacunes électroniques.

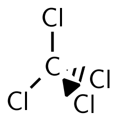
OCS



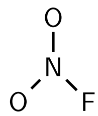
H_2S



CCl_4



NO_2F



Données : sur l'échelle de Pauling, $\chi(\mathrm{H}) = 2,2$; $\chi(\mathrm{C}) = 2,6$; $\chi(\mathrm{N}) = 3,0$; $\chi(\mathrm{O}) = 3,4$; $\chi(\mathrm{F}) = 4,0$; $\chi(\mathrm{S}) = 2,6$ et $\chi(\mathrm{Cl}) = 3,2$

Exercice 8 : Éléments de la famille de l'azote : les pnictogènes

L'azote N, le phosphore P et l'arsenic As sont situés dans la colonne 15 de la classification périodique et respectivement dans les 2^{e}, 3^{e} et 4^{e} périodes.

Q.1 Comparer l'électronégativité de ces trois éléments.

Q.2 Combien de liaisons covalentes peuvent être établies par ces trois éléments en imposant une charge formelle nulle pour N, P ou As ?

Q.3 Donner les formules de Lewis des composés : NO (radical), $NO_2{}^-$, N_2O_2, N_2O_3 , N_2O_4.

Q.4 Donner la formule de Lewis ainsi que la géométrie prévue par la théorie VSEPR de $AsBr_3$. La molécule est-elle polaire ?

Q.5 Le composé PBr_5 peut-il exister ? Si oui, proposer une formule de Lewis.

Exercice 9 : Composé du soufre

Q.1 Donner la configuration électronique de l'oxygène ($Z = 8$) et du soufre ($Z = 16$) et comparer leur électronégativité.

Q.2 Écrire les schéma de Lewis des entités H_2S, SO_2, SO_3 et SO_4^{2-}.

Q.3 Prévoir leur géométrie et les représenter dans l'espace.

Q.4 Parmi les molécules précédentes, lesquelles sont polaires ? Représenter alors leur vecteur moment dipolaire.

Q.5 La norme du moment dipolaire d'une seule liaison S−H dans H_2S est de 0,6 D (1 D=$3{,}33 \times 10^{-30}$ C · m^{-1}). Sachant que $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C et que la longueur de la liaison S−H est de 132 pm, déterminer le pourcentage d'ionicité δ de la liaison S−H.

Exercice 10 : Schéma de Lewis moins simples

Représenter la formule de Lewis pour :

Q.1 BH_3

Q.2 H_3PO_4 : P est central, et tous les H sont liés à des O. Pas de charge formelle.

Q.3 C_6H_6 : molécule cyclique

Q.4 $HCO_3{}^-$: pas de liaison O−O, H fixé à un O.

Q.5 CH_3NO_2 : N est central, les H sont autour de C.

Q.6 CN^-

Chimie 2 : Transformation de la matière

Exercice 1 : Établir et utiliser un tableau d'avancement

Soit la transformation chimique totale à laquelle on associe la réaction d'équation :

$$4\mathrm{Al(s)} + 3\mathrm{O_2(g)} = 2\mathrm{Al_2O_3(s)}$$

Dans l'état initial, considérons que le système est composé de 16 mol d'aluminium Al(s), et 9,0 mol de dioxygène $O_2(g)$.

Q.1 Établir un tableau d'avancement décrivant l'évolution du système.

Q.2 Identifier le réactif limitant, et déterminer la composition final du système.

Exercice 2 : Expression d'un quotient réactionnel

Exprimer le quotient réactionnel associé aux équations de réactions suivantes :

Q.1 $\mathrm{NH_4^+(aq) + H_2O(l) = NH_3(aq) + H_3O^+(aq)}$

Q.2 $\mathrm{Ag_3PO_4(s) = 3Ag^+(aq) + PO_4^{3-}(aq)}$

Q.3 $\mathrm{N_2(g) + 3H_2(g) = 2NH_3(g)}$

Exercice 3 : Sens d'évolution spontanée

On considère une solution aqueuse d'acide méthanoïque de concentration $C = 1{,}0 \times 10^{-1}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Cette solution est siège d'une transformation modélisée par la réaction d'équation :

$$\mathrm{HCOOH(aq) + H_2O(l) = HCOO^-(aq) + H_3O^+(aq)} \qquad K^\circ = 10^{-3{,}8} \text{ à } 25\,^\circ\mathrm{C}$$

Q.1 Quel est le sens spontané d'évolution du système ?

Q.2 Déterminer la composition du système à l'état final en considérant la réaction comme très peu avancée. S'agit-il d'un état d'équilibre ?

Q.3 Calculer le taux d'avancement final. Commenter le résultat.

Exercice 4 : Décomposition du pentachlorure de phosphore

On étudie l'équilibre de dissociation en phase gaz de PCl_5 selon la réaction :

$$\mathrm{PCl_5(g) = PCl_3(g) + Cl_2(g)}$$

La constante d'équilibre $K = 0,45$ à 230 °C.

Q.1 On introduit dans une enceinte thermostatée à 230 °C et initialement vide, $n_0 = 0{,}10$ mol de $PCl_5(g)$. Déterminer la composition de la phase gazeuse présente dans l'enceinte lorsque l'équilibre chimique s'établit sachant que la pression totale est fixée à $p = p^\circ$.

Q.2 L'équilibre de la question 1 étant établi, on augmente la pression totale jusqu'à $p' = 5p^\circ$ à température constante. Observe-t-on une évolution de la composition de l'enceinte ? Si oui, indiquer le sens d'évolution des quantités de matière des différents constituants.

Q.3 L'équilibre de la question 1. étant établi, on ajoute du diazote gazeux (gaz inerte) à température et pression totale constantes. Observe-t-on une évolution de la composition de l'enceinte ? Si oui, indiquer le sens d'évolution des quantités de matière des différents constituants.

Exercice 5 : Formation du tétrafluorure d'uranium

On considère la réaction :

$$\mathrm{UO_2(s) + 4\,HF(g) = UF_4(s) + 2\,H_2O(g)}$$

On maintient la température égale à 700 K et la pression totale à 1,0 bar. La constante d'équilibre à 700 K est égale à $K^\circ = 6{,}8 \times 10^4$.

Q.1 On part de 1,0 mol de dioxyde d'uranium UO_2 et de 1,0 mol de fluorure d'hydrogène HF. Quelle est la composition finale du système ?

Q.2 On part de 0,10 mol de dioxyde d'uranium UO_2 et de 1,0 mol de fluorure d'hydrogène HF. Quelle est la composition finale du système ? Commenter.

Exercice 6 : Réaction acide-base en solution aqueuse

L'acide éthanoïque réagit avec l'eau pour donner l'ion éthanoate :

$$CH_3COOH(aq) + H_2O(l) = CH_3COO^-(aq) + H_3O^+(aq) \text{ de constant d'équilibre } K_1^\circ$$

Le chlorure d'ammonium (NH_4Cl) est un solide ionique soluble dans l'eau et donnant en solution aqueuse les ions chlorure Cl^- et ammonium ${NH_4}^+$. L'ion ammonium est un acide qui réagit avec l'eau pour donner l'ammoniac :

$${NH_4}^+(aq) + H_2O(l) = NH_3(aq) + H_3O^+(aq) \text{ de constant d'équilibre } K_2^\circ$$

Les constantes d'équilibre des deux réactions précédentes sont $K_1 = 1{,}7 \times 10^{-5}$ et $K_2 = 5{,}7 \times 10^{-10}$. On envisage la réaction entre l'acide éthanoïque et l'ammoiac :

$$CH_3COOH(aq) + NH_3(aq) = CH_3COO^-(aq) + {NH_4}^+(aq) \text{ de constant d'équilibre } K_3^\circ$$

L'ammoniac NH_3 est un gaz à température ambiante et pression atmosphérique. Il est très soluble dans l'eau (environ $25\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$). Une solution aqueuse d'ammoniac (appelée ammoniaque) perd progressivement ses molécules de NH_3 au contact de l'air. Il faut donc la doser pour contrôler sa concentration. L'ammoniac étant une base, l'acide éthanoïque est un condidat pour ce dosage, mais il faut pour cela que le taux d'avancement de la réaction soit supérieur à 99%, lorsque le réactif titrant et le réactif titré sont apportés en proportions stœchiométriques.

Q.1 Calculer la constante d'équilibre K_3. La réaction envisagée est-elle thermodynamiquement favorisée ?

Q.2 On considère un mélange stœchiométrique de NH_3 et de CH_3COOH. Calculer le taux d'avancement à l'équilibre et conclure.

Exercice 7 : Oxydation de l'ammoniac

L'acide nitrique HNO_3 est produit en grande quantité, principalement pour être utilisé dans la fabrication des engrais de l'ammoniac :

$$4NH_3(g) + 5O_2(g) = 4NO(g) + 6H_2O(g)$$

La réaction est réalisée à la température 800 °C et à une pression constante $P = 1{,}0$ bar. À cette température, le logarithme népérien de la constante d'équilibre de cette réaction est $\ln(K^\circ) = 123$. Dans un réacteur opérant en système fermé à pression constante, on mélange un volume d'air avec un volume d'ammoniac. L'air contient 20% de O_2 et 80% de N_2 (un gaz chimiquement inerte).

Q.1 Si NH_3 et O_2 étaient apportés en proportions stœchimétriques, quelles seraient les proportions molaires des gaz NH_3, O_2 et N_2 dans le mélange initial (à donner en % à 1% près) ?

Q.2 Pour un mélange gazeux contenant initialement 100 mol, calculer les quantités de matière initiales si la fraction molaire de NH_3 dans le mélange est 10%. Faire un tableau d'avancement et en déduire le réactif limitant.

Q.3 Écrire l'équation vérifiée par l'avancement ξ_{eq} à l'équilibre. Que vaut ξ_{eq} ?

Q.4 En déduire les pressions partielles des gaz dans le mélange à l'équilibre, avec une précision de 10 mbar.

Exercice 8 : Synthèse de l'ammoniac

L'ammoniac NH_3 est fabriqué industriellement en très grande quantité. Sa principale application est la fabrication d'engrais azotés. Le procédé de Haber-Bosch consiste à faire réagir du diazote N_2 avec du dihydrogène H_2 (obtenu par vaporéformage du méthane issu du gaz naturel). La réaction est :

$$3H_2(g) + N_2(g) = 2NH_3(g)$$

Elle est réalisée en système fermé, à une pression constante $P = 100$ bar et une température constante de 400 °C. La constante d'équilibre à cette température est $K = 2{,}9 \times 10^{-4}$. Initialement, on introduit dans le réacteur N_2 et H_2 en proportions stœchiométriques.

Q.1 Soit n_0 le nombre de moles initial de N_2. Écrire un tableau d'avancement.

Q.2 Obtenir l'équation vérifiée par le taux de N_2 restant, défini comme le rapport de la quantité de N_2 à l'équilibre par la quantité initiale. Résoudre cette équation.

Q.3 En déduire le taux de conversion de N_2. Quel serait ce taux pour une pression $P = 1{,}0$ bar ?

Chimie 3 : Cinétique chimique

Exercice 1 : Utilisation de la dégénérescence de l'ordre

La réduction de Hg^{2+} par Hg^{2+} s'effectue selon la réaction :

$$2Hg^{2+} + 2Fe^{2+} = Hg_2^{2+} + 2Fe^{3+}$$

On supposera la loi de vitesse de la forme : $r = k\left[Fe^{2+}\right]^p\left[Hg^{2+}\right]^q$

On suit la réaction par spectrophotométrie avec différentes concentrations initiales $\left[Fe^{2+}\right]_0$ et $\left[Hg^{2+}\right]_0$, on obtient les résultats suivants (le temps est mesuré en unités arbitraires u.a. non précisées).

Expérience n°1 : $\left[Fe^{2+}\right]_0 = 0{,}1\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$ et $\left[Hg^{2+}\right]_0 = 0{,}1\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$

t en (u.a.)	0	1	2	3	$+\infty$
$\left[Hg^{2+}\right] / \left[Hg^{2+}\right]_0$	1	0,50	0,33	0,25	0

Expérience n°2 : $\left[Fe^{2+}\right]_0 = 0{,}1\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$ et $\left[Hg^{2+}\right]_0 = 0{,}001\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$

t en (u.a.)	0	1	2	4	$+\infty$
$\left[Hg^{2+}\right] / \left[Hg^{2+}\right]_0$	1	0,66	0,45	0,20	0

Q.1 Expliquer l'intérêt du choix $\left[Fe^{2+}\right]_0 = \left[Hg^{2+}\right]_0$ dans la première expérience, et l'intérêt du choix $\left[Fe^{2+}\right]_0 \gg \left[Hg^{2+}\right]_0$ dans la seconde.

Q.2 Montrer que l'ordre global de la réaction est 2.

Q.3 Montrer que l'on peut estimer que les ordres partiels vérifient $p = q = 1$.

Exercice 2 : Oxydation d'un alcool secondaire

En présence d'un initiateur I, un alcool secondaire s'oxyde en phase liquide selon la réaction :

$$RCH(OH)R + O_2 = COR + H_2O_2$$

L'étude expérimentale est réalisée à 100 °C en mesurant la vitesse initiale de la réaction r_0 pour différentes concentrations en réactifs et en initiateur I.

On suppose une loi de vitesse (initiale) de la réaction du type :

$$r_0 = k\,[RCH(OH)R]_0^a\,p(O_2)_0^b\,[I]_0^c$$

Q.1 Détermination expérimentale de b : pour des pressions en dioxygène comprises entre 0,40 bar et 0,67 bar, la vitesse initiale r_0 ne varie pas. Que peut-on en conclure sur b ?

Q.2 Détermination expérimentale de c : Pour une série d'expériences, on impose $p(O_2) = 0{,}53$ bar ; $[\text{alcool}]_0 = 10\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$. On mesure r_0 pour différentes valeurs $[I]_0$:

$[I]_0$ en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$	0,015	0,030	0,060	0,090
$10^6 r_0$ en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}\cdot s^{-1}}$	40,4	57,1	80,8	99,0

Déuire grâce à une régression linéaire l'ordre partiel c de la réaction par rapport à I.

Q.3 Détermination expérimentale de a : Pour une série d'expériences, on impose $p(O_2) = 0{,}53$ bar ; $[I]_0 = 0{,}03\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$. On mesure r_0 pour différentes valeurs $[\text{alcool}]_0$:

$[\text{alcool}]_0$ en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$	2	4	6	8	10
$10^6 r_0$ en $\mathrm{mol\cdot L^{-1}\cdot s^{-1}}$	11,5	22,8	34,5	45,6	57,1

Déduire grâce à une régression linéaire l'ordre partiel de la réaction a par rapport à l'alcool.

Q.4 Déterminer la constante de vitesse de la réaction.

Exercice 3 : Détermination des ordres globaux et partiels de la synthèse de la bromacétone

On considère la propanone (CH_3COCH_3).

Cette cétone peut réagir sur le dibrome (Br_2) en milieu aqueux basique selon la réaction totale :

$$CH_3COCH_{3\,(aq)} + Br_{2\,(aq)} + HO^-_{(aq)} = CH_2BrCOCH_{3\,(aq)} + H_2O_{(l)} + Br^-_{(aq)}$$

Soit F le composé organique final.

La réaction est étudiée en milieu de pH constant. On réalise trois expériences :

Expérience 1 : $[\text{propanone}]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $[Br_2]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $\left[HO^-\right]_0 = C^{te} = 0{,}01\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

t en (s)	0	20	40	60	100	140	200
$[Br_2]$ en $(\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	0,1	0,08	0,067	0,055	0,037	0,025	0,014
$\ln\dfrac{[Br_2]}{c^\circ}$	−2,3	−2,53	−2,7	−2,9	−3,3	−3,69	−4,27
$\dfrac{1}{[Br_2]}$ $(\text{L}\cdot\text{mol}^{-1})$	10	12,5	14,9	18,2	27,0	40	71,4

Expérience 2 : $[\text{propanone}]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $[Br_2]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $\left[HO^-\right]_0 = C^{te} = 0{,}02\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

t en (s)	0	10	20	30	45	60	80
$[Br_2]$ en $(\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	0,1	0,082	0,068	0,056	0,041	0,031	0,02
$\ln\dfrac{[Br_2]}{c^\circ}$	−2,3	−2,5	−2,69	−2,88	−3,19	−3,47	−3,91
$\dfrac{1}{[Br_2]}$ $(\text{L}\cdot\text{mol}^{-1})$	10	12,2	14,7	17,9	24,4	32,3	50

Expérience 3 : $[\text{propanone}]_0 = 1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $[Br_2]_0 = 0{,}1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $\left[HO^-\right]_0 = C^{te} = 0{,}02\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

t en (s)	0	1	2	3	4	5
$[Br_2]$ en $(\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	0,1	0,080	0,061	0,042	0,025	0,0074
$\ln\dfrac{[Br_2]}{c^\circ}$	−2,3	−2,5	−2,80	−3,17	−3,69	−4,91
$\dfrac{1}{[Br_2]}$ $(\text{L}\cdot\text{mol}^{-1})$	10	12,2	16,4	23,8	40	135,1

On cherche si elle existe, une loi de vitesse de la forme :

$$r = k\,[CH_3COCH_3]^\alpha\,[Br_2]^\beta\,\left[HO^-\right]^\gamma$$

Q.1 Montrez que l'expérience 1 permet d'étudier les éventuels ordres partiels par rapport à la propanone et au dibrome.

Q.2 Montrez que les expériences 1 et 2 permettent d'étudier l'influence des ions hydroxyde sur la loi de vitesse.

Q.3 Qu'apporte l'expérience 3 ?

Q.4 En justifiant votre démarche déterminez les exposants α, β et γ. Donnez sa constante de vitesse k en précisant bien les unités utilisées.

Exercice 4 : Décomposition de l'ozone

L'ozonation est une méthode de traitement de l'eau potable consistant à dissoudre de l'ozone O_3 dans l'eau. L'ozone est un oxydant puissant qui détruit les matières organiques et tue les bactéries. L'ozone en solution aqueuse est instable. Il se décompose selon un mécanisme complexe, en produisant en particulier des radicaux hydroxyles, dont le pouvoir oxydant permet la dégradation de matières organiques. Pour simplifier, on envisage une dégradation en dioxygène suivant l'équation :

$$O_{3\,(aq)} \rightarrow \frac{3}{2}O_{2\,(aq)}$$

Le tableau ci-dessous donne le temps de demi-vie de l'ozone pour différentes températures (à pH = 7). Le temps de demi-vie ne dépend pas de la concentration initiale en ozone. Soit $c(t=0)$ la concentration initiale de O_3 et $c(t)$ sa concentration à un instant t. On suppose que la réaction admet un ordre α par rapport à O_3 et on note k sa constante de vitesse.

T (°C)	15	20	25	30	35
$t_{\frac{1}{2}}$ (min)	30	20	15	12	8

Données : $R = 8{,}314\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $0\,°\text{C} = 273\,\text{K}$.

Q.1 Dans l'hypothèse $\alpha = 1$, déterminer $c(t)$ et en déduire l'expression du temps de demi-vie.

Q.2 Dans l'hypothèse $\alpha = 2$, déterminer $c(t)$ et en déduire l'expression du temps de demi-vie.

Q.3 Quelle hypothèse faut-il retenir ? En déduire la constante de vitesse k pour les différentes températures.

Q.4 Déterminer l'énergie d'activation de la réaction.

Chimie 4 : Équilibre acido-basique en solution aqueuse

Exercice 1 : pH et composition d'une solution à l'équilibre

On mélange deux volumes V égaux d'une solution d'acide éthanoïque (ou acétique) CH_3COOH et d'une solution de nitrite de sodium (Na^+, NO_2^-), toutes les deux à la concentration $C = 0{,}10\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Déterminer la composition du système à l'équilibre. En déduire le pH de la solution.

Données : $\mathrm{p}K_{a1}(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4{,}8$ et $\mathrm{p}K_{a2}(HNO_2/NO_2^-) = 3{,}2$.

Q.1 On liste les espèces présentes, on place les couples concernés sur un axe en $\mathrm{p}K_a$ et on entoure les espèces présentes.

Q.2 On identifie a réaction prépondérante.

Q.3 On en déduit la composition du système à l'équilibre.

Q.4 On en déduit le pH.

Q.5 On vérifie la cohérence du résultat avec un diagramme de prédominance.

Exercice 2 : Prévisions de réactions

Soient les solutions aqueuses A, B, C, D et E, préparées avec $0{,}10\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ du corps pur donné dans le tableau suivant. On donne aussi les $\mathrm{p}K_A$ des couples acide-Base associés.

A	NH_4Cl
B	$NaOH$
C	CH_3CO_2H
D	$NaHCO_3$
E	HCl

Acide/Base	$\mathrm{p}K_A$
NH_4^+/NH_3	9,25
$HCO_3{}^-/CO_3^{2-}$	10,33
H_2CO_3/HCO_3^-	6,35
$CH_3CO_2H/CH_3CO_2^-$	4,75

Acide/Base	$\mathrm{p}K_A$
H_3O^+/H_2O	0
H_2O/HO^-	14,0

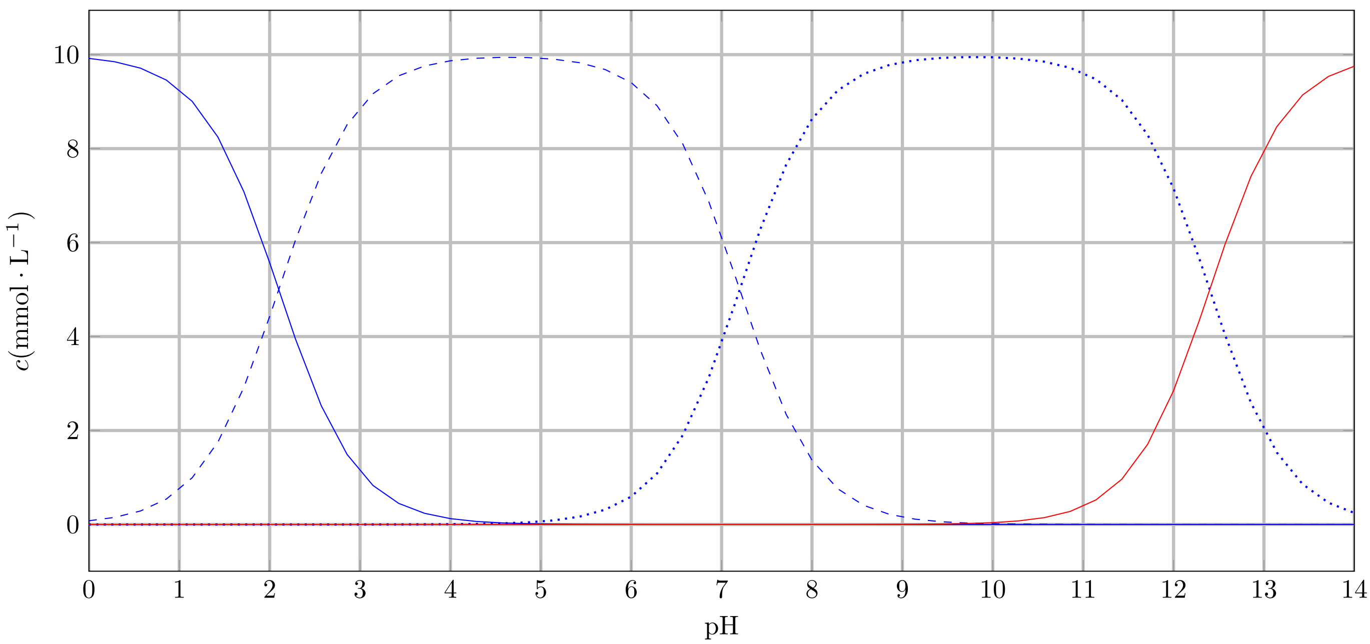
On mélange 10 mL d'une des solutions avec 10 mL d'une autre, par exemple la solution A mélangée avec la solution B.

Q.1 Déterminer les paires de solutions dont le mélange donne lieu à une réaction, avec une constante d'équilibre supérieure à 1. Écrire les équations de ces réactions.

Q.2 Parmi ces paires, déterminer celles dont la réaction a un avancement supérieur à 99% (réaction totale).

Exercice 3 : Acide phosphorique

L'acide phosphorique H_3PO_4 est un triacide. La figure donnée page suivante montre le diagramme de distribution d'une solution aqueuse d'acide phosphorique.



Q.1 Quelle est la concentration en acide phosphorique de cette solution ? Écrire l'équation traduisant la conservation de la matière.

Q.2 Quels sont les $\mathrm{p}K_A$ de l'acide phosphorique ?

Q.3 Pour une solution de pH=4,0, quelles approximations peut-on faire pour les concentrations ? Calculer $[H_3PO_4]$.

Q.4 Pour une solution de pH=1,0, quel est le taux de dissociation de H_3PO_4 ?

Exercice 4 : État d'équilibre d'un ampholyte

La glycine est un acide aminé de formule H_3n^+-CH_2-COO^-, noté AH. Il participe à deux couples acido-basiques : $AH_2{}^+/AH$ de p$K_{A1} = 2{,}3$ et AH/A^- de p$K_{A2} = 9{,}6$.

Q.1 Dresser le diagramme de prédominance des espèces acido-basiques en fonction du pH de la solution.

Q.2 Déterminer l'état d'équilibre d'une solution aqueuse dans laquelle la glycine est introduite à la concentration initiale $C_0 = 1{,}0 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

Exercice 5 : Le sulfure d'ammonium en solution

On introduit $n = 1{,}0\,\mathrm{mmol}$ de sulfure d'ammonium solide $(NH_4)_2S(s)$ dans $V = 100\,\mathrm{mL}$ d'eau. On admet que le sulfure d'ammonium se dissocie complètement dès qu'il est mis en solution.

Données : p$K_{a1}(NH_4{}^+/NH_3) = 9{,}2$ et p$K_{a2}(HS^-/S^{2-}) = 13{,}0$.

Q.1 Représenter le diagramme de prédominance des deux couples.

Q.2 En déduire que la solution de sulfure d'ammonium ne peut pas être un électrolyte contenant les ions $NH_4{}^+$ et S^{2-}. Écrire l'équation de la réaction qui a lieu et calculer sa constante d'équilibre.

Q.3 Calculer alors les concentrations de toutes les espèces en solution.

Q.4 Déterminer le pH de la solution.

Exercice 6 : Vitamine C

La vitamine C, dont le nom est acide ascorbique, est un diacide noté $AscH_2$.

Q.1 Dresser le diagramme de prédominance des espèces acido-basiques issues de l'acide ascorbique en fonction du pH de la solution.

Q.2 On dissout dans l'eau un comprimé contenant 500 mg d'acide ascorbique dans une fiole jaugée de volume $V = 200\,\mathrm{mL}$. Déterminer l'état d'équilibre de la solution obtenue.

Q.3 La vitamine C existe aussi en comprimé tamponné, réalisée en mélangeant l'acide ascorbique $AscH_2$ et de l'ascorbate de sodium AscHNa. Un comprimé de vitamine C tamponnée de masse m en principe actif (c'est-à-dire en acide ascoribique, sous ses deux formes : diacide et monoacide) est dissous dans $V' = 100\,\mathrm{mL}$ d'eau distillée. La solution obtenue à un pH égal à 4,4. Déterminer la masse d'acide ascorbique et la masse d'ascorbate de sodium contenues dans ce cachet. On prendre $m = 500\,\mathrm{mg}$ pour les applications numériques.

Données : à 298 K p$K_{A1}(AscH_2/AscH^-) = 4{,}2$; p$K_{A2}(AscH^-/Asc^{2-}) = 11{,}6$; Masse molaires : $M(AscH_2) = 176\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $M(AscHNa) = 198\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

Exercice 7 : Titrage du dioxyde de soufre

Le dioxyde de soufre a un comportement de diacide dans l'eau. On considère, dans cette question, que les espèces contenant l'élément soufre présentes en solution aqueuse sont :

$$SO_2(aq),\ HSO_3^-(aq) \text{ et } SO_3^{2-}(aq)$$

La température est fixée à 298 K. On étudie le dosage de $V_0 = 10{,}0\,\mathrm{mL}$ d'une solution aqueuse de dioxyde de soufre, de concentration notée c_{SO_2}, par une solution aqueuse de soudre, NaOH, de concentration $c = 1{,}00 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. On note V_{NaOH} le volume de soude versé. La courbe de pH a été modélisée, elle présente deux sauts de pH, l'un pour $V_{NaOH} = 10{,}0\,\mathrm{mL}$ et l'autre pour $V_{NaOH} = 20{,}0\,\mathrm{mL}$.

Données à 298 K **:** p$K_{A1}(SO_2(aq)/HSO_3^-) = 1{,}8$; p$K_{A2}(HSO_3^-/SO_3^{2-}) = 7{,}2$; p$K_e = 14{,}0$.

Q.1 Écrire les équations des réactions ayant lieu au cours du dosage. Calculer les valeurs de leur constante thermodynamique d'équilibre.

Q.2 Donner l'allure de la courbe de titrage.

Q.3 Pourquoi observe-t-on lors de ce dosage deux sauts de pH ? Calculer la valeur de la concentration en dioxyde de soufre c_{SO_2}.

Chimie 5 : Dissolution et précipitation

Exercice 1 : Solubilité d'un solide

Le tableau ci-dessous présente des solides peu solubles avec leur $\mathrm{p}K_s = -\log K_s$; où K_s est le produit de solubilité dans l'eau.

Solide	AgCl	$Ag_2Cr_2O_7$	AgI	CaF_2	$CaSO_4$	$Ca_5(PO_4)_3OH$	$Fe(OH)_2$	$Fe(OH)_3$
$\mathrm{p}K_s$	9,95	10	16,08	10,4	5,04	57,8	15	37,5

Les ions contenus dans ces solides sont :

$$Ag^+,\ Cl^-,\ Cr_2O_7^{2-},\ I^-,\ Ca^{2+},\ F^-,\ SO_4^{2-},\ PO_4^{3-},\ OH^-,\ Fe^{2+},\ Fe^{3+}$$

Q.1 Calculer la solubilité (en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$) de chacun de ces solides dans l'eau pure.

Q.2 Comparer la solubilité de AgCl et de $Ag_2Cr_2O_7$, deux solides qui ont pratiquement le même produit de solubilité. Commenter.

Q.3 Pour $Fe(OH)_2$ et $Fe(OH)_3$, calculer le pH de la solution saturée.

Exercice 2 : Solubilité du nitrite d'argent

Le nitritre d'argent $AgNO_2$ est un solide qui se dissout en ions Ag^+ et NO_2^-. Son produit de solubilité est $\mathrm{p}K_s = 3{,}8$.

L'ion nitrite NO_2^- est une base faible dont l'acide conjugué est l'acide nitreux HNO_2. La constante d'acidité de ce dernier est $\mathrm{p}K_a = 3{,}5$.

Q.1 Écrire la réaction de dissolution du nitrite d'argent et la réaction de l'ion nitreux avec l'eau. Exprimer la solubilité s (en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$) en fonction des différentes concentrations.

Q.2 Dans quel domaine de pH la forme basique NO_2^- est-elle prépondérante ? Déterminer dans ce cas la solubilité s de $AgNO_2$.

Q.3 Déterminer la solubilité s lorsque la forme acide HNO_2 est prépondérante, en fonction de la concentration en H_3O^+ et des différentes constantes.

Q.4 En déduire $\mathrm{p}s = -\log s$ en fonction du pH, et des constantes $\mathrm{p}K_s$ et $\mathrm{p}K_a$. En donner une représentation graphique.

Q.5 On prépare à pH = 0 une solution contenant $\left[Ag^+\right] = [HNO_2] = 0{,}10\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Le pH est augmenté progressivement par ajout d'une base. À quel pH un précipité apparaît-il ?

Exercice 3 : Condition de précipitation

On mélange 10,0 mL de solution de sulfate de sodium ($SO_4^{2-} + 2Na^+$) à $c_1 = 8{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ et 10,0 mL de solution de nitrate d'argent ($NO_3^- + Ag^+$) à $c_2 = 1{,}0 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

Q.1 Un précipité blanc de sulfate d'argent sera-t-il observé ? On précise $\mathrm{p}K_s(Ag_2SO_4) = 4{,}8$.

Exercice 4 : Adoucissement de l'eau

La dureté de l'eau est déterminée par sa concentration en ions calcium Ca^{2+} et magnésium Mg^{2+}. Dans le réseau de distribution d'eau potable, une eau trop dure est néfaste en raison des dépôts de calciare ($CaCO_3$ et $MgCO_3$) qui peuvent se produire, par exemple dans des machines à laver et les chaudières.

L'adoucissement consiste à réduire la dureté de l'eau avant de la distribuer. On s'intéresse au procédé d'adoucissement par décarbonatation. Pour simplifier, onconsidère seulement des ions Ca^{2+}. Le procédé fonctionne si ceux-ci sont associés à des ions hydrogénocarbonate HCO_3^-. Le produit de solubilité de ce dernier est $K_{s1} = 10^{-8{,}3}$.

Le réactif utilisé dans ce procédé est l'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$, appelé aussi chaux éteinte. Il s'agit d'un solide dont le produit de solubilité est $K_{s2} = 10^{-5{,}2}$.

La réaction de décarbonatation est :

$$Ca^{2+}(aq) + 2HO^-(aq) + Ca^{2+}(aq) + 2HCO_3^-(aq) = 2CaCO_3(s) + 2H_2O(l)$$

Les premiers ions (Ca^{2+}+$2HO^-$) proviennent de la dissolution de $Ca(OH)_2$.

Pour le couple acide-base HCO_3^-/CO_3^{2-} on donne $\mathrm{p}K_a = 10,3$. Le produit ionique de l'eau est $K_e = 10^{-14{,}0}$.

Q.1 Caluler la solubilité de $Ca(OH)_2$.

Q.2 Calculer la constante d'équilibre de la réaction de décarbonatation et commenter.

Q.3 On envisage le cas d'une eau dure, contenant une concentration $c = 5{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ d'hydrogénocarbonate de calcium dissous, soit Ca^{2+}+$2HCO_3{}^-$. Calculer la quantité de matière de chaux ($Ca(OH)_2$) nécessaire pour faire précipiter le maximum de carbonate de calcium $CaCO_3$.

Exercice 5 : Élimination du fer dans l'eau potable

Les eaux naturelles exploitées pour la distribution d'eau potable peuvent contenir du fer sous forme d'ions ferreux Fe^{2+} associés à des ions carbonates CO_3^{2-}, qui peuvent éventuellement précipiter sous forme de carbonate de fer (II) $FeCO_3$. Le produit de solubilité de ce dernier est $pK_s = 10{,}5$.

Bien qu'il ne soit pas nocif pour la santé, ce fer est aliminé en raison de son goût et de sa couleur. Une méthode d'élimination consiste à augmenter le pH afin de provoquer la précipitation du carbonate de fer, lequel est aliminé par filtrage. Après ce traitement, le pH de l'eau est ramené entre 6 et 8 pour la distribution.

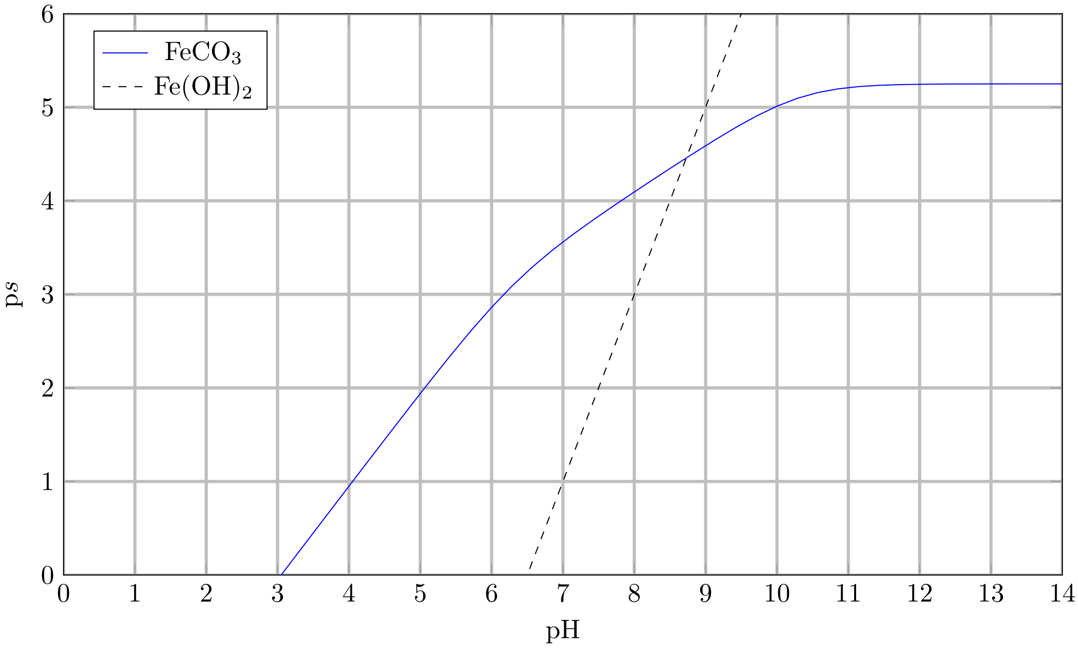
On donne pour le couple acide-base HCO_3^-/CO_3^{2-} $pK_{a2} = 10{,}3$ et pour le couple acide-base H_2CO_3/HCO_3^- $pK_{a1} = 6{,}3$.

Q.1 Écrire la réaction de dissolution de $FeCO_3$ et les réactions acido-basiques, puis exprimer la solubilité de $FeCO_3$ en fonction des différentes concentrations.

Q.2 Donner le diagramme de prédominance de CO_3^{2-}, HCO_3^- et H_2CO_3 en fonction du pH.

Q.3 Pour chaque domaine de prédominance des espèces carbonées, déterminer la solubilité s (en $mol\cdot L^{-1}$) du carbonate de fer en fonction de $\left[H_3O^+\right]$, puis $ps = -\log(s)$ en fonction du pH.

La figure suivante représente ps en fonction du pH pour le carbonate de fer (II) $FeCO_3$ et pour l'hydroxyde de fer (II) $Fe(OH)_2$. Les résultats précédents sont-ils en accord avec la courbe tracée pour le carbonate de fer ?



Q.4 On considère le cas d'une eau de pH=6,0 contenant $c = 1{,}0 \times 10^{-4}\,mol\cdot L^{-1}$ de carbonate de fer dissous. Le pH est augmenté progressivement par ajout d'une solution de base forte. Vérifier qu'initialement la solution n'est pas saturée et déterminer à partir de quel pH un précipité apparaît. Quel est ce précipité ?

Q.5 Mêmes question pour une eau de pH=6.0 contenant $c = 1{,}0 \times 10^{-5}\,mol\cdot L^{-1}$ de carbonate de fer dissous.

Exercice 6 : Précipitation sélective des ions manganèse

Données : $pK_s(Mn(OH)_2) = 12{,}7$, $pK_s'(Mn(OH)_3) = 35{,}7$.

Q.1 Déterminer la concentration en ion HO^- à partir de laquelle précipitent en $Mn(HO)_2$ les ions Mn^{2+} d'une solution d'ions Mn^{2+} à la concentration $0{,}010\,mol\cdot L^{-1}$. En déduire le pH de précipitation de $Mn(OH)_2$ puis représenter le diagramme de prédominance/existence du couple $Mn(OH)_2/Mn^{2+}$ en fonction du pH.

Q.2 Déterminer le concentration en ion HO^- à partir de laquelle précipitent en $Mn(OH)_3$ les ions Mn^{3+} d'une solution d'ions Mn^{3+} à la concentration $0{,}010\,mol\cdot L^{-1}$. En déduire le pH de précipitation de $Mn(OH)_3$ puis représenter le diagramme de prédominance/existence du couple $Mn(OH)_3/Mn^{3+}$ en fonction du pH.

Q.3 On dispose d'une solution contenant les ions Mn^{3+} et Mn^{2+} à la même concentration $0{,}010\,mol\cdot L^{-1}$. Dans quel domaine de pH doit-on se placer pour précipiter 99,99% des ions Mn^{3+} sans précipiter Mn^{2+}.

Chimie 6 : Réaction d'oxydo-réduction

Exercice 1 : Réaction d'oxydoréduction

On mélange $V_1 = 10{,}0\,\mathrm{mL}$ de solution de chlorure d'étain (II), $(Sn^{2+}, 2Cl^-)$, à $0{,}100\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ et $V_2 = 10{,}0\,\mathrm{mL}$ de solution de chlorure de fer (III), $(Fe^{3+}, 3Cl^-)$ également à $0{,}100\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Les deux solutions sont non saturées.

Données :

- $E°(H_2O/H_2) = 0{,}0\,\mathrm{V}$;
- $E°(O_2/H_2O) = 1{,}23\,\mathrm{V}$;
- $E°(Cl_2/Cl^-) = 1{,}36\,\mathrm{V}$;
- $E°(Fe^{3+}/Fe^{2+}) = 0{,}77\,\mathrm{V}$;
- $E°(Sn^{4+}/Sn^{2+}) = 0{,}15\,\mathrm{V}$;

Pour calculer les domaines de stabilité, on prendre une pression de tracé $P_{tr} = 1\,\mathrm{bar}$ et une concentration de tracé $C_{tr} = 1\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

Q.1 Déterminer la composition initiale du système.

Q.2 Tracer les diagrammes de prédominance des espèces présentes pour un pH=7 et en déduire la réaction prépondérante. Calculer la constante d'équilibre de cette réaction et conclure.

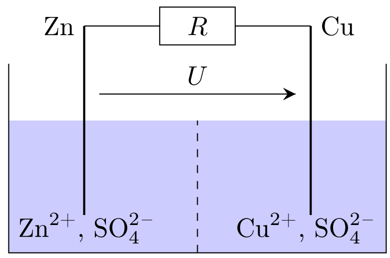
Q.3 Quelle est la composition finale du système ?

Q.4 En déduire le potentiel E de la solution à l'équilibre.

Exercice 2 : Pile Daniell

John Daniell, chimistre britannique, a inventé en 1836 une pile qui a remplacé la pile de Volta et a été utilisée pendant plusieurs décennies.

Elle est constituée de deux compartiments séparés par une paroi poreuse. Le premier contient une électrode de zinc baignant dans une solution aqueuse de sulfate de zinc $ZnSO_4$; le second contient une électrode de cuivre baignant dans une solution de sulfate de cuivre $CuSO_4$. Les concentrations apportées en zinc et en suivre sont $[Zn^{2+}] = [Cu^{2+}] = 0{,}10\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.



Données :

- $E°(Zn^{2+}/Zn) = -0{,}76\,\mathrm{V}$;
- $E°(Cu^{2+}/Cu) = 0{,}34\,\mathrm{V}$;
- $\dfrac{RT\ln 10}{\mathscr{F}} = 0{,}0059\,\mathrm{V}$.

Q.1 La tension à vide (ou force électromotrice) de cette pile est mesurée à l'aide d'un voltmètre de très grande résistance d'entrée. Utiliser la formule de Nernst pour calculer le potentiel de chacune des électrodes et en déduire la valeur de la tension à vite U_v mesurée.

Q.2 lorsqu'une résistance R est branchée sur la pile, celle-ci débite un courant d'intensité I. Compléter le schéma de la pile pour indiquer le sens du courant dans la résistance, le sens des réaction ayant lieu aux électrodes, puis le sens du déplacement des ions dans les deux compartiments.

Q.3 Quel est le rôle de la paroi poreuse séparant les deux compartiments ?

Q.4 Comment évolue la tension à vite U_v aux bornes de la pile lorsqu'elle débite pendant assez longtemps pour que les réactifs soient notablement consommés ?

Exercice 3 : Alcootest

Peu après avoir été consommé, l'alcool (éthanol de formule CH_3CH_2OH) passe dans le sang au niveau de l'intestin grêle. Ensuite, des échanges gazeux s'effectuent dans les alvéoles pumonaires : le sang se charge en dioxygène et se libère du dioxyde de carbone ainsi que d'une partie de l'alcool. Ces vapeurs sont expirées dans l'air, avec une concentration 2100 fois inférieure à celle du sang.

Les alcootests jetables sont constitués d'un sachet gonflable de capacité $1\,\mathrm{L}$ et d'un tube en verre contenant des cristaux jaunes de dichromates de potassium $K_2Cr_2O_7$ en milieu acide. Ceux-ci se colorent en vert au contact de l'alcool.

Données :

- $E°(Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}) = 1{,}33\,\mathrm{V}$;
- $E°(CH_3COOH/CH_3CH_2OH) = 0{,}19\,\mathrm{V}$;
- $M(K_2Cr_2O_7) = 46\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

Q.1 Écrire l'équation responsable du changement de couleur.

Q.2 Quelle est l'espèce oxydée ? Quelle est l'espèce réduite ?

Q.3 Calculer la constante d'équilibre de la réaction. Commenter.

Q.4 Déterminer la quantité de matière d'alcool expirée par litre d'air dans l'hypothèse d'une alcoolémie de $0{,}50\,\mathrm{g}$ d'alcool par litre de sang.

Q.5 En déduire la masse de dichromate de potassium devant être placée avant le trait de jauge afin que celui-ci indique le seuil des 0,50 g d'alcool par litre de sang.

Exercice 4 : Titrage des ions cuivrique en solution

Principe du titrage : on se propose dans cette partie de titrer les ions cuivrique Cu^{2+} présents dans une solution aqueuse à 298 K en les faisant réagir avec les ions iodure I^- d'une autre solution.

Données : $K_s(\mathrm{CuI}) = 10^{-12}$;

- $E°(\mathrm{Cu^{2+}/Cu}) = 0{,}34\,\mathrm{V}$;
- $E°(\mathrm{Cu^{2+}/Cu^{+}}) = 0{,}17\,\mathrm{V}$;
- $E°(\mathrm{I_2(aq)/I^-}) = 0{,}62\,\mathrm{V}$;
- $E°(\mathrm{S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}}) = 0{,}08\,\mathrm{V}$

Q.1 Une réaction entre les ions cuivrique Cu^{2+} et les ions iodure I^- vous paraît-elle envisageable en ne tenant compte que de réactions d'oxydoréduction, compte tenu des potentiels rédox standard ?

Q.2 En fait la réaction est compliquée par l'apparition du précipité d'iodure de cuivre (I) (iodure cuivreux) de formule CuI(s), déterminer le potentiel standard associé au couple $\mathrm{Cu^{2+}/CuI(s)}$ à 298 K. Si l'on n'arrive pas à résoudre cette question on pourra admettre la valeur, soit 0,89 V.

Q.3 Quelle réaction se produit donc lorsque l'on mélange des ions cuivrique et des ions iodure en solution dans des conditions stadard ?

Q.4 Déterminer la constante d'équilibre de cette réaction à 298 K et en déduire si celle-ci est utilisable pour un titrage des ions cuivrique.

Q.5 Pour réaliser le titrage, on se place en excès d'ions iodure et on dose le diode I_2 formé par l'ion thiosulfate $S_2O_3^{2-}$. Écrire la réaction entre l'ion thiosulfate et le diiode. Cette réaction peut-elle être considérée comme totale ?

Q.6 Réalisation pratique du dosage : À 20,0 mL d'une solution d'ions cuivrique de concentration inconnue, on ajoute 50,0 mL d'une solution d'ions iodure de concentration $2{,}00 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. On dose le diiode formé par une solution de thiosulfate de sodium de concentration $1{,}00 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Ce dernier dosage nécessite 18,0 mL de thiosulfate.

a) Déterminer la concentration de la solution d'ions cuivrique.

b) Vérifier que le système est bien en excès d'ions iodure.

Exercice 5 : Pile bouton

La pile au mercure, appelée communément pile bouton en raison de sa forme, est formée des deux demi-piles suivantes :

$$\underbrace{\mathrm{Hg(l)/Hg(OH)_2(s)}}_{\text{demi-pile 1}}\,;\ \mathrm{K^+,\ HO^-}\ ;\ \underbrace{\mathrm{Zn(OH)_2(s)/Zn(s)}}_{\text{demi-pile 2}}$$

Le contact électrique entre les deux demi-piles est assuré par une solution de potasse K^+, HO^- concentrée.

Données :

- $pK_e = 14{,}0$;
- $K_{s,1}(\mathrm{Hg(OH)_2}) = 2{,}36 \times 10^{-26}$;
- $K_{s,2}(\mathrm{Zn(OH)_2}) = 7{,}08 \times 10^{-18}$;
- $E°(\mathrm{Hg^{2+}/Hg}) = 0{,}85\,\mathrm{V}$;
- $E°(\mathrm{Zn^{2+}/Zn}) = -0{,}76\,\mathrm{V}$;
- $M(\mathrm{Hg}) = 200{,}6\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.
- $\mathscr{F} = \mathscr{N}_A e = 96{,}5 \times 10^3\,\mathrm{C \cdot mol^{-1}}$

Q.1 Sachant que l'équilibre Hg^{2+}/Hg existe dans la demi-pile 1 ; écrire le potentiel électrique E_1 de la demi-pile 1 à l'équilibre.

Q.2 Exprimer $\left[\mathrm{Hg^{2+}}\right]_{eq}$ en fonction de $\left[\mathrm{H_3O^+}\right]$, K_e et $K_{s,1}$.

Q.3 En déduire E_1 en fonction de $\left[\mathrm{H_3O^+}\right]$, K_e et $K_{s,1}$.

Q.4 Sachant que l'équilibre Zn^{2+}/Zn existe dans la demi-pile 2 ; écrire le potentiel électrique E_2 de la demi-pile 2 à l'équilibre.

Q.5 Exprimer $\left[\mathrm{Zn^{2+}}\right]_{eq}$ en fonction de $\left[\mathrm{H_3O^+}\right]$, K_e et $K_{s,2}$.

Q.6 En déduire E_2 en fonction de $\left[\mathrm{H_3O^+}\right]$, K_e et $K_{s,2}$.

Q.7 Exprimer la force électromotrice e de la pile.

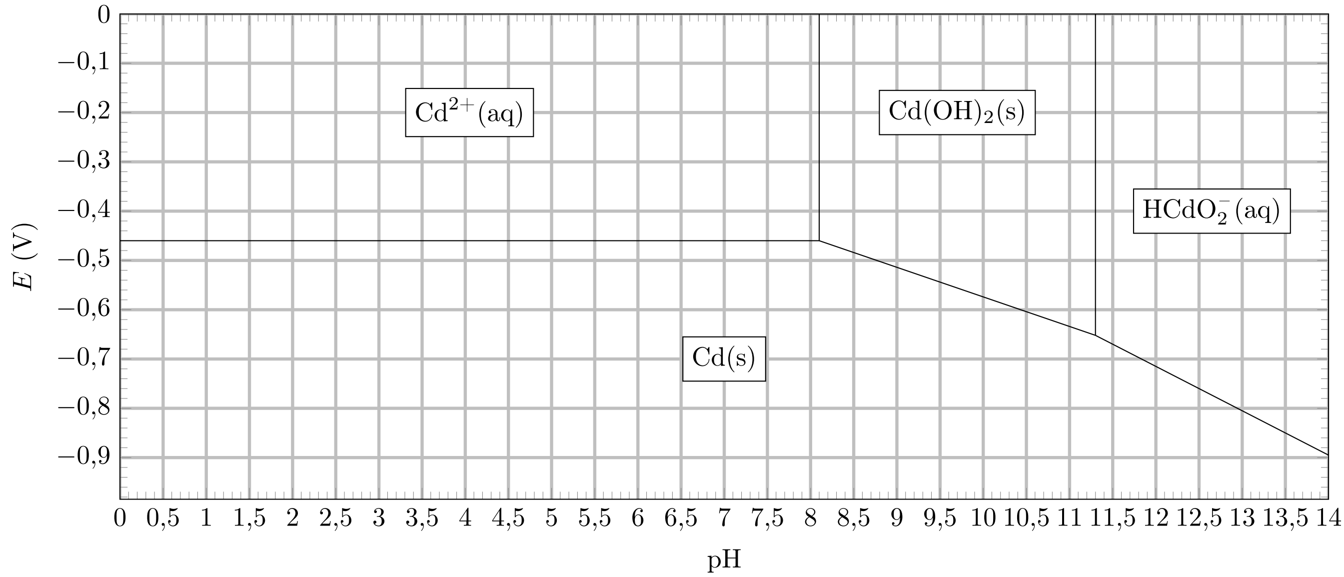
Q.8 Quelle masse d'hydroxyde de mercure (II) $Hg(OH)_2$ est nécessaire afin que la capacité de la pile soit égale à $2\,\mathrm{A \cdot h}$?

Q.9 En supposant que la pile a fonctionné une année, que vaut le courant moyen délivrée ?

Chimie 7 : Diagramme potentiel-pH

Exercice 1 : Diagramme potentiel-pH du cadmium

Le diagramme $E-\text{pH}$ du cadmium est donné ci-dessous à 25 °C pour une concentration totale en espèces dissoutes égale à $1\times10^{-2}\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.



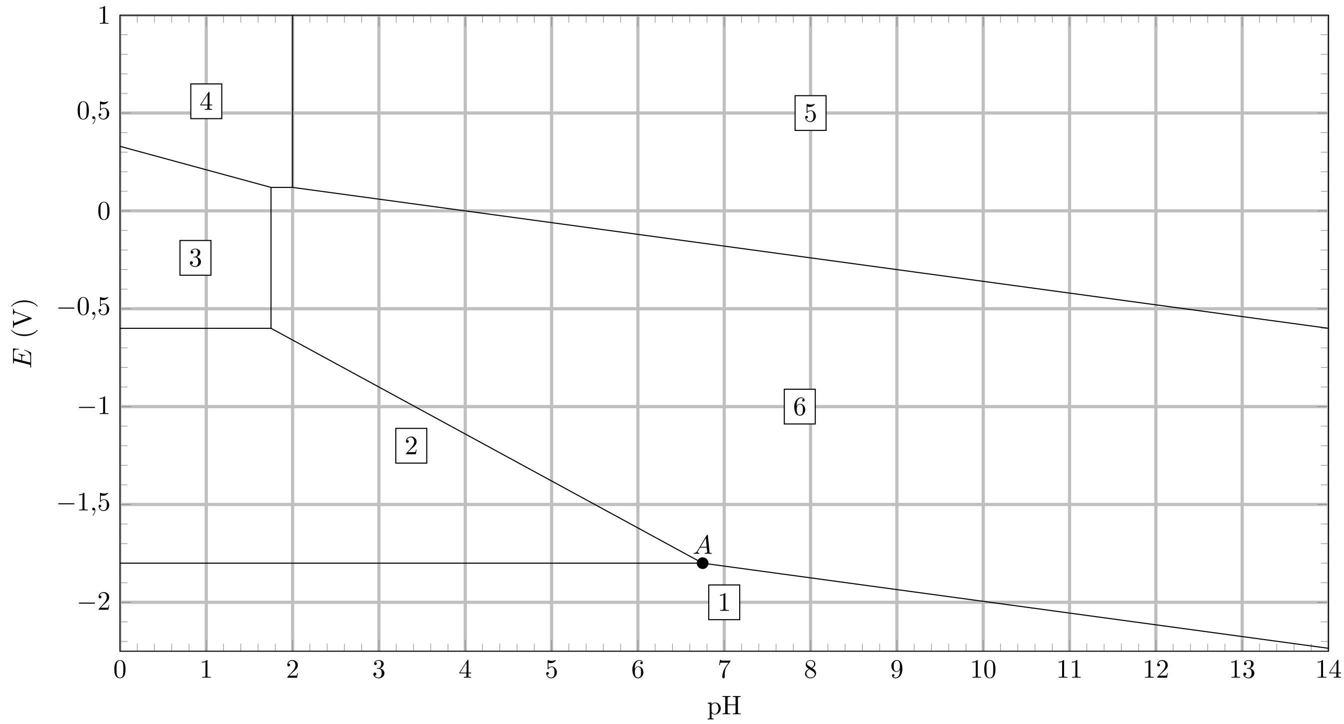
Q.1 Déterminer la constante d'équilibre de la réaction : $Cd(OH)_2(s) + HO^-(aq) = HCdO_2^-(aq) + H_2O(l)$

Q.2 Déterminer le potentiel standard du couple Cd^{2+}/Cd.

Q.3 Déterminer le produit de solubilité de $Cd(OH)_2(s)$.

Exercice 2 : Traitement de l'uranium

Les centrales électriques nucléaires utilisent comme source d'énergie un combustible constitué d'oxyde d'uranium enrichi en uranium 235. Le combustible est obtenu par traitement d'un minerai d'uranium. Le principal minerai d'uranium est la pechblende qui contient essentiellement U_3O_8. Les premières étapes consistent, après extraction du minerai dans la mine, à un concassage puis à un broyage afin de le réduire en fine poudre (450 µm environ) avec addition d'eau.



La poudre issue du minerai subit une attaque par l'acide sulfurique en présence d'un oxydant puissant : le chlorate de sodium $NaClO_3$.

En présence d'eau, on travaillera avec les espèces U(s), U^{3+}(aq), U^{4+}(aq), ${UO_2}^{2+}$(aq), $U(OH)_4$(s) et $UO_2(OH)_2$(s).

Sur le diagramme potentiel-pH, on utilise comme convention de tracé une concentration de $1\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ pour les espèces dissoutes.

Données : $E°(ClO_3{}^-/Cl^-) = 1{,}45\,V$; $pK_s(U(OH)_4) = 49$; $pK_s(UO_2(OH)_2) = 24$

Q.1 Attribuer chaque domaine à une espèce de l'uranium.

Q.2 Calculer les équations des deux frontières verticales.

Q.3 Déterminer les pentes des frontières 2/6 et 1/6.

Q.4 En quoi le point A est-il particulier ? Écrire la réaction que subit l'espèce 2 au delà du point A.

Q.5 Calculer le potentiel à la frontière du couple $ClO_3{}^-/Cl^-$ en fonction du pH.

Q.6 Sachant qu'on travaille en excès d'acide sulfurique et de chlorate de sodium, sous quelle forme trouvera-t-on l'uranium à la fin de cette étape ?

Q.7 Écrire l'équation bilan de la réaction de U^{4+} avec $ClO_3{}^-$.

Après une série de transformations menant au fluorure UF_4, une réduction par voie sèche permet l'obtention d'uranium métallique.

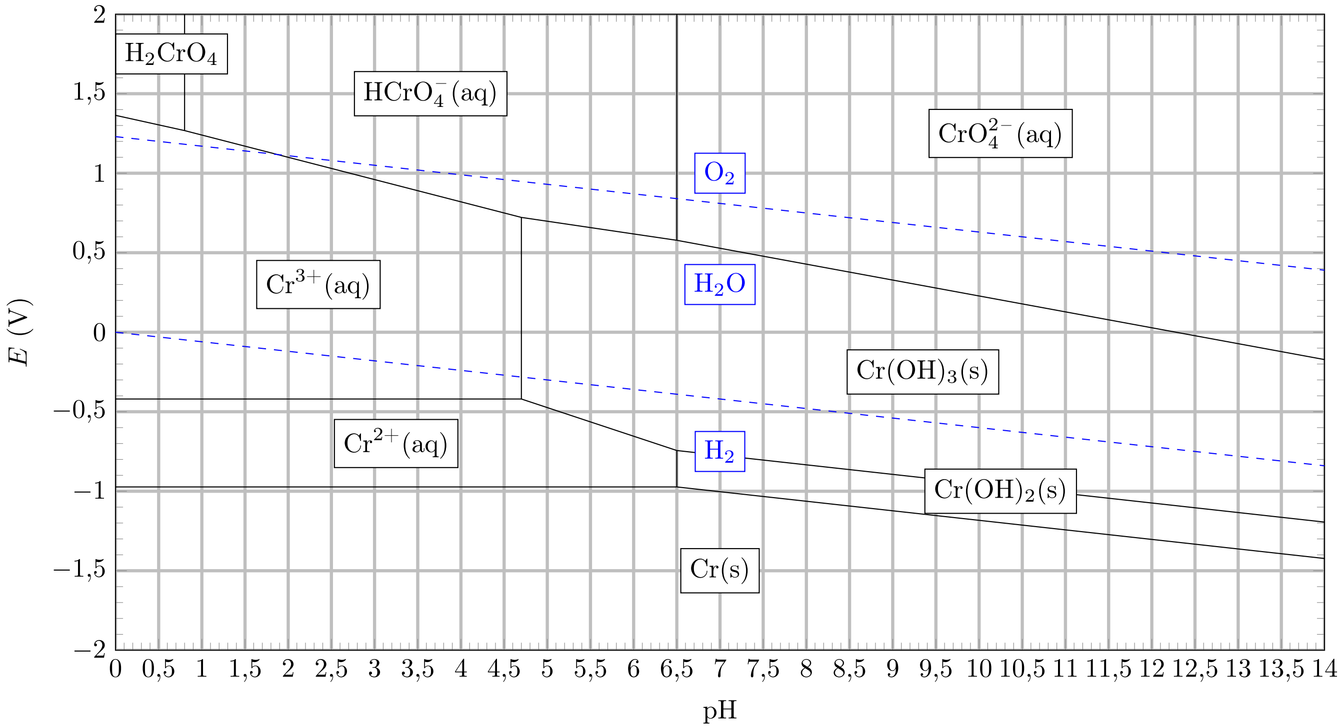
Exercice 3 : Contamination de l'eau par le chrome

Les eaux usées sont parfois contaminées par le chrome à cause de son utilisation industrielle (galvanoplastie, tannage du cuivre, etc.). Le chrome se trouve alors dans l'eau au degré d'oxydation +VI (ion chromate CrO_4^{2-}) ou +III (ion Cr^{3+}). L'ion chromate est toxique, et probablement cancérigène. On donne ci-dessous le diagramme potentiel-pH du chrome, établi avec une concentration maximale des espèces dissoutes égale à $0{,}010\,mol \cdot L^{-1}$, superposé à celui de l'eau, établi avec des pressions partielles de 1 bar.

Pour éliminer ce chrome, on utilise du sulfite de sodium Na_2SO_4.

Données :

- Potentiels standards du couple SO_4^{2-}/SO_3^{2-} : $E° = -0{,}93\,V$;
- produit ionique de l'eau à 25 °C : $pK_e = 14{,}0$;
- $RT \ln 10/\mathscr{F} = 0{,}059\,V$.



Q.1 Utiliser le diagramme potentie-pH pour calculer le produit de solubilité de $Cr(OH)_3$.

Q.2 Exprimer le potentiel du couple SO_4^{2-}/SO_3^{2-} en fonction du pH et placer la droite sur le diagramme.

Q.3 Sous quelle forme le chrome se trouve-t-il en présence d'oxygène dissous dans l'eau et à pH neutre ?

Q.4 Comment l'ion sulfite SO_3^{2-} agit-il sur ce composé ? Écrire l'équation de la réaction et évaluer sa faisabilité thermodynamique. Dans quelle gamme de pH faut-il procéder ?

Q.5 Le pH de l'eau est ramené à une valeur proche de 7 après le traitement. Sous quelle forme le chrome se trouve-t-il ? Comment peut-il être éliminé ?

Chimie 8 : Solides cristallins

Exercice 1 : L'aluminium

L'aluminium est un métal abondant sur Terre, très utilisé en raison de bonnes propriétés mécaniques, d'une masse volumique faible ($\rho = 2{,}70\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$), et d'une quasi absence de corrosion.

Sa structure cristalline, déterminée par diffraction de rayons X, est cubique à faces centrées (CFC).

Données : la constante d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6{,}022\times10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ et la masse molaire de l'aluminium $M(\mathrm{Al}) = 26{,}98\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

Q.1 Représenter la maille d'un cristal d'aluminium et calculer la population, puis la coordinence.

Q.2 Calculer le paramètre a de la maille CFC (en picomètres).

Q.3 Dans le cadre du modèle des sphères dures, calculer le rayon des sphères représentant un atome d'aluminium dans le solide.

Q.4 Calculer la compacité de la structure.

Exercice 2 : Étain

L'étain (Sn) est un élément métallique qui entre dans la composition du bronze, un alliage cuivre-étain fabriqué depuis l'antiquité. L'étain fond à 232 °C, ce qui est très bas pour un métal. Il possède trois variétés allotropiques. On s'intéresse à la variété Sn-α, stable en dessous de 13 °C. Sa masse volumique est $\rho = 5{,}75\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$.

L'étain α possède la structure du diamant : les atomes Sn occupent les nœuds d'une maille cubique à faces centrées (CFC) et un site tétraédrique sur deux de la maille CFC.

Données : la constante d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6{,}022\times10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ et la masse molaire de l'étain $M(\mathrm{Sn}) = 118{,}7\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

Q.1 Représenter la maille en plaçant les atomes d'étain.

Q.2 Déterminer la population de la maille.

Q.3 Déterminer la coordinence des atomes d'étain.

Q.4 Calculer le paramètre a de la maille CFC (en picomètres).

Q.5 Calculer le rayon des atomes d'étain dans le modèle des sphères dures.

Q.6 Calculer la compacité de la structure cristalline. Comparer à la compacité d'une structure métallique CFC.

Exercice 3 : Fluorine

La fluorine CaF_2 est un solide ionique contenant des ions Ca^{2+} et F^-. Les ions Ca^{2+} forment une maille cubique à faces centrées et les ions F^- occupent des sites tétraédriques de cette maille. Le paramètre de la maille, déterminé par diffraction de rayon X, est $a = 546\,\mathrm{pm}$.

Données : la constante d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6{,}022\times10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$, la masse molaire du calcium $M(\mathrm{Ca}) = 40{,}1\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$, et la masse molaire du fluor $M(\mathrm{F}) = 19{,}0\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

Q.1 Combien de sites tétraédriques sont occupés par les ions F^- ?

Q.2 Représenter la maille en plaçant les anions et les cations.

Q.3 Déterminer la coordinence des anions puis celle des cations.

Q.4 Calculer la masse volumique de la fluorine.

Exercice 4 : Variétées allotropiques du Fer

Le fer est un métal qui fond à 1538 °C. Il présente deux variétés allotropiques. À température ambiante, il est sous la forme α, de structure cristalline cubique centrée. Lorsqu'on chauffe lentement une pièce en fer, une transition allotropique se produit à 910 °C : le fer adopte la forme γ, de structure cubique à faces centrées. À 1400 °C, il retrouve la structure cubique centrée (forme δ).

On s'intéresse à la varité allotropique de structure cubique centrée, stable à température ambiante. Sa masse volumique est $\rho = 7{,}87\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$. La structure est cubique centrée : les atomes de fer occupent les 8 sommets d'une maille cubique et son centre.

Données : la constante d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6{,}022\times10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$, et la masse molaire du fer $M(\mathrm{Fe}) = 55{,}85\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

Q.1 Dessiner la maille cubique centrée. Définir le paramètre de maille a.

Q.2 Déterminer la population et la coordinence.

Q.3 Calculer le paramètre de maille, en picomètres.

Q.4 Dans le modèle des sphères dures, quel est le rayon des sphères représentant les atomes de fer ?

Q.5 Calculer la compacité. Comparer à celle d'une structure cubique à faces centrées.

Q.6 Quel est le rayon maximal d'une sphère que l'on peut loger au centre des arrêtes du cube ?

On se propose d'utiliser le rayon des atomes de fer obtenu lors de l'étude de la forme α pour évaluer la masse volumique de la forme γ.

Q.7 Représenter la structure cristalline du fer γ.

Q.8 Déterminer la population et la coordinence.

Q.9 Calculer le paramètre de la maille.

Q.10 Calculer la compacité.

Q.11 Calculer la masse volumique. Comparer à celle du fer α et expliquer.

Q.12 Déterminer l'habitabilité d'un site octaédrique.

Q.13 Déterminer l'habitabilité d'un site tétraédrique.

Exercice 5 : Structure d'un alliage du titane

L'alliage le plus utilisé dans l'industrie aéronautique a pour formule moléculaire $Al_xNi_yTi_z$. Le titane y est présent sous forme β : son système cristallographique est le cubique faces centrées. Les atomes d'aluminium occupent la totalité des sites octaédriques, et ceux de nickel occupent les sites tétraédriques. Le paramètre de maille ainsi formée vaut : $a = 589\,\text{pm}$.

Q.1 Représenter la maille cubique en perspective.

Q.2 Déterminer la formule de l'alliage.

Q.3 Calculer le rayon des sites tétraédriques et des sites octaédriques. L'inversion d'occupation des sites est-elle possible ?

Q.4 Calculer la compacité et la masse volumique de cet alliage.

Q.5 Comparer les valeurs trouvées précédemment aux caractéristiques moyennes d'un acier courant : $\rho(acier) = 7800\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, compacité= 0,70. À qualités mécaniques équivalentes, expliquer en quoi l'alliage de titane présente de l'intérêt.

Données : Constante d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6{,}022 \times 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$

Atome	Rayon atomique (pm)	Masse molaire atomique ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)
Ti	147	47,90
Al	143	26,98
Ni	124	58,70

Exercice 6 : Cuivre et laiton

Le cristal de cuivre a une structure cubique à faces centrées ($c.f.c$).

Données : $M(\text{Cu}) = 63{,}55\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; et $\rho(\text{Cu}) = 8920\,\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Q.1 Donner le schéma d'une maille conventionnelle du cristal.

Q.2 Déterminer le paramètre de maille a et le rayon métallique r_{Cu} du cuivre. Application numérique.

Q.3 Déterminer la compacité ϕ du réseau cristallin. Application numérique. Commentaire.

Q.4 Quelle est la coordinence du cuivre dans cette structure.

Q.5 Indiquer par un schéma clair la position des sites interstitiels tétraèdriques et octaèdriques, et préciser leur nombre par maille. Déterminer également les rayons maximaux respectifs r_T et r_O des atomes pouvant se loger dans ces sites, sans déformation de la maille. Application numérique.

Q.6 Le laiton α est un alliage Cu$-$Zn dans lequel la proportion d'atomes de zinc est comprise entre 0 et 30%. S'agit-il à votre avis d'un alliage d'insertion ou d'un alliage de substitution ?

Cinquième partie

Thermodynamique

Liste des chapitres Thermodynamique

Thermodynamique 1 : Introduction à la thermodynamique

Exercice 1 : Pression d'équilibre

On considère un vérin cylindrique consitué d'un tube de section $S = 10\,\text{cm}^2$ et d'un piston mobile sans frottement solide, de masse m, qui sépare l'air à l'intérieur du vérin, de pression P, de celui à l'extérieur, de pression $P_0 = 1{,}0\,\text{bar}$.

Q.1 Quelle masse m_0 a un poids égal à la force de pression exercée par P_0 sur la surface S ?

Q.2 Exprimer la pression P dans le cylindre en fonction de S, m, g et P_0.

Q.3 Si le piston est en aluminium d'épaisseur $e = 5\,\text{mm}$ et de masse volumique $\rho_{\text{alu}} = 2700\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, quelle est la différence $P - P_0$? Commenter.

Q.4 On ajoute une masse M sur un piston de masse négligeable et de section S ; quelle valeur doit-on choisir pour M afin d'obtenir une pression à l'intérieur égale à $P_1 = 1{,}5\,\text{bar}$?

Exercice 2 : Approche microscopique

Q.1 Estimer l'ordre de grandeur de la vitesse quadratique moyenne des atomes d'un gaz d'hélium dans l'atmosphère à $20\,°\text{C}$.

Q.2 Redémontrer l'expression de l'énergie interne et de la capacité thermique d'un gaz parfait monoatomique.

Q.3 Pour un gaz parfait à la pression atmosphérique et à la température $20\,°\text{C}$, estimer l'ordre de grandeur du libre parcours moyen en considérant que les molécules sont des sphères dures de rayon $r = 0{,}3\,\text{nm}$.

Q.4 Estimer la durée τ entre deux collisions.

Exercice 3 : Pression de pneumatiques

En hiver, par une température extérieure de $-10\,°\text{C}$, un automobiliste règle la pression de ses pneus à $p_1 = 2{,}0\,\text{atm}$, pression préconisée par le constructeur. Cette valeur est affichée sur un manomètre qui mesure l'écart entre la pression des pneumatiques et la pression atmosphérique. On rappelle que $1\,\text{atm}=1{,}013\times10^5\,\text{Pa}$.

Q.1 Quelle serait l'indication p_2 du manomètre en été à $30\,°\text{C}$? On suppose que le volume des pneus ne varie pas et qu'il n'y a aucune fuite du niveau de ce dernier.

Q.2 Calculer la variation relative de pression due au changement de température. Conclure.

Exercice 4 : Équilibre d'un piston

Un cylindre vertical fermé aux deux bouts est séparé en deux compartiments égaux par un piston homogène, se déplaçant sans frottement. La masse du piston par unité de surface est $\sigma = 1360\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}$. Les deux compartiments contiennent un gaz parfait à la température $t_1 = 0\,°\text{C}$. La pression qui règne dans le compartiment supérieur est égale à $P_{\text{H}} = 0{,}133\,\text{bar}$. L'intensité de la pesanteur est $g = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Q.1 En écrivant que le piston est à l'équilibre, déterminer la pression, en bars, du gaz dans le compartiment du bas.

Q.2 On porte les deux compartiments à $t_2 = 100\,°\text{C}$. De combien se déplace le piston ?

Exercice 5 : Gonflage d'un pneu

On assimile l'air à un gaz parfait.

Q.1 Un pneu sans chambre (de volume supposé constant) est gonflé à froid ($t = 20\,°\text{C}$) sous une pression de $2{,}1\,\text{bar}$. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression de $2{,}3\,\text{bar}$. Quelle est sa température t_f ?

Q.2 Un pneu de volume $V_1 = 50\,\text{L}$ est gonflé au moyen d'air comprimé contenu dans une bouteille de volume $V_0 = 80\,\text{L}$ sous $P_0 = 15\,\text{bar}$. Si la pression initiale dans le pneu est nulle et la pression finale $P_1 = 2{,}6\,\text{bar}$, déterminer :

a) la pression P dans la bouteille à la fin du gonflage d'un pneu ;

b) le nombre de pneus que l'on peut ainsi gonfler à température constante.

Exercice 6 : Équation d'état

Q.1 Calculer le volume molaire dans les conditions normales de température et de pression d'un gaz parfait. Doit-on préciser la nature du gaz ?

Q.2 Le volume d'une bouteille d'air comprimé est égal à $5{,}0\,\text{L}$. Calculer la masse de dioxygène contenu dans la bouteille sachant que la pression de l'air dans la bouteille est de $50\,\text{bar}$ et la température de $25\,°\text{C}$. La fraction molaire du dioxygène dans l'air est de 0,21.

Exercice 7 : Enceinte à deux compartiments

Une même quantité n de deux gaz parfaits identiques est placée dans les deux compartiments d'une enceinte. Ces compartiments sont séparés par un piston mobile, imperméable à la chaleur, dont la section est notée S. initialement, ces deux gaz ont la même température T_0, le même volume V_0, la même pression P_0 et la même capacité thermique à volume constant C_V. Le piston est initialement au centre de l'enceinte, cette position servant d'origine à l'axe des abscisse Ox.

Q.1 On élève la température du compartiment de gauche jusqu'à une valeur $T_F = 330\,\mathrm{K}$ tout en maintenant le compartiment de droite à la température T_0. Calculer l'abscisse x du piston.

Q.2 Calculer les variations d'énergie interne ΔU_1 et ΔU_2 du gaz contenu respectivement dans les compartiments de gauche et de droite, puis calculer la variation ΔU de l'ensemble constitué par les deux gaz.

Q.3 Le compartiment de gauche constitue-t-il un système isolé pendant l'évolution ? Même question pour celui de droite et enfin pour le système entier ?

Donnée : $T_0 = 300\,\mathrm{K}$, $P_0 = 1{,}00 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa}$, $V_0 = 10{,}0\,\mathrm{L}$; $S = 200\,\mathrm{cm}^2$ et $C_V = 8{,}32\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$.

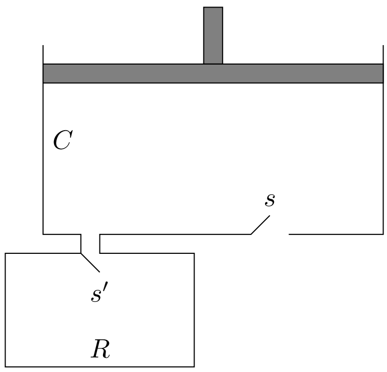
Exercice 8 : Étude d'un compresseur

Un compresseur est constitué de la façon suivante : un piston se déplace dans un cylindre C qui communique par des soupapes s et s' respectivement avec l'atmosphère (pression P_a) et avec le réservoir R contenant l'air comprimé. Le réservoir R contient initialement de l'air considéré comme gaz parfait à la pression $P_0 \geqslant P_\mathrm{a}$.

Le volume du réservoir R, canalisations comprises, est V. Le volume offert au gaz dans C varie entre un volume maximum V_M et un volume minimum V_m, volume nuisible résultant de la nécessité d'allouer un certain espace à la soupape s.

- La soupape s s'ouvre lorsque la pression atmosphérique P_a devient supérieure à la pression dans le cylindre C et se ferme pendant la descente du piston.
- La soupape s' s'ouvre lorsque la pression dans le cylindre C devient supérieure à celle du gaz dans le réservoir R et se ferme pendant la montée du piston.

Au départ, le piston est dans sa position la plus haute ($V = V_\mathrm{M}$). s' est fermée, s est ouverte et le volume V_M est empli d'air à la pression P_a.



Q.1 En supposant que le piston se déplace assez lentement pour que l'air reste à température constante, calculer le volume V_1' pour lequel s' s'ouvre, en fonction de P_0, P_a et V_M.

Q.2 Calculer la pression P_1 dans le réservoir R après le premier aller et retour.

Q.3 En écrivant une condition sur V_1', calculer la valeur P_max au-dessus de laquelle la pression ne peut pas monter dans le réservoir.

Q.4 Calculer la pression P_n dans le réservoir R après n allers et retours du piston.

Q.5 Donner la valeur limite de P_n quand $n \gg 1$. Comparer cette limite avec P_max.

Q.6 Calculer P_1 et P_max avec $V = 5\,\mathrm{L}$, $V_\mathrm{M} = 0{,}25\,\mathrm{L}$, $V_\mathrm{m} = 10\,\mathrm{cm}^3$, $P_0 = P_\mathrm{a} = 1\,\mathrm{bar}$.

Thermodynamique 2 : Énergie échangées, transformations

Exercice 1 : Caractériser des transformations

Pour chaque transformation proposée, déterminer si elle est isochore, isobare, monobare, isotherme, monotherme, adiabatique et mécaniquement lente, quasi statique, ou aucun des deux. Si elle a lieu au contact d'un barostat ou d'un thermostat, justifier pourquoi le réservoir peut être considéré comme tel.

Q.1 Transformation subie par un gâteau à température ambiante, introduit dans un four à 200 °C.

Q.2 Une mole de gaz est comprimée très lentement de 1 bar à 2 bar en contact thermique avec l'athmosphère à travers des parfois diathermanes.

Q.3 Deux gaz sont séparés par une cloison dans un récipient de volume total constant et isolé thermiquement de l'extérieur. On considère la transformation subie par l'ensemble des deux gaz lorsque l'on retire la cloison.

Exercice 2 : Lecture de diagrammes

Q.1 Tracer sommairement les diagrammes (P, ν) et (P, T) du diazote avec les données fournies. Placer les différents domaines.

Données :

- point triple : $P_t = 0{,}13\,\text{bar}$; $T_t = 63\,\text{K}$
- point critique : $P_c = 34\,\text{bar}$; $T_c = 126\,\text{K}$.

Q.2 Démontrer la règle des moments.

Exercice 3 : Transformations d'un gaz parfait

On fait passer une certaine quantité de gaz parfait de capacité thermique à volume constant C_V d'un état d'équilibre A (P_A, V_A, T_A) à un autre état d'équilibre B ($P_B = 3P_A$, V_B, T_B) par deux chemins distincs :

1. α : isochore AC puis isobare CB ;
2. β : isotherme réversible AB.

Q.1 Représenter sur le diagramme de Clapeyron le chemin α et le chemin β.

Q.2 Déterminer T_B et V_B.

Q.3 Déterminer W_α le travail reçu par le système lors du chemin α.

Q.4 Déterminer W_β le travail reçu par le système lors du chemin β.

Q.5 Calculer $\Delta U_{A\to B}$.

Q.6 Calculer $\Delta U_{A\to C}$ et $\Delta U_{C\to B}$.

Exercice 4 : Détente d'un gaz parfait

On enferme n moles d'un gaz parfait monoatomique dans un cylindre vertical aux parois diathermanes clos par un piston sans masse de section S. Le piston est maintenu de sorte que le gaz soit comprimé à la pression $P_A = 5P_0$ où P_0 est la pression atmosphérique extérieure. Le gaz occupe initialement le volume V_A. La température extérieure est T_0. L'ensemble est à l'équilibre. On réalise deux expériences à partir de ce même état initial :

- On relâche brutalement le piston et on attend l'équilibre.
- On relâche très lentement le piston de façon à ce que le système passe par une suite d'états d'équilibre infiniment voisins.

Q.1 Caractériser les transformations et déterminer l'état final dans chaque cas.

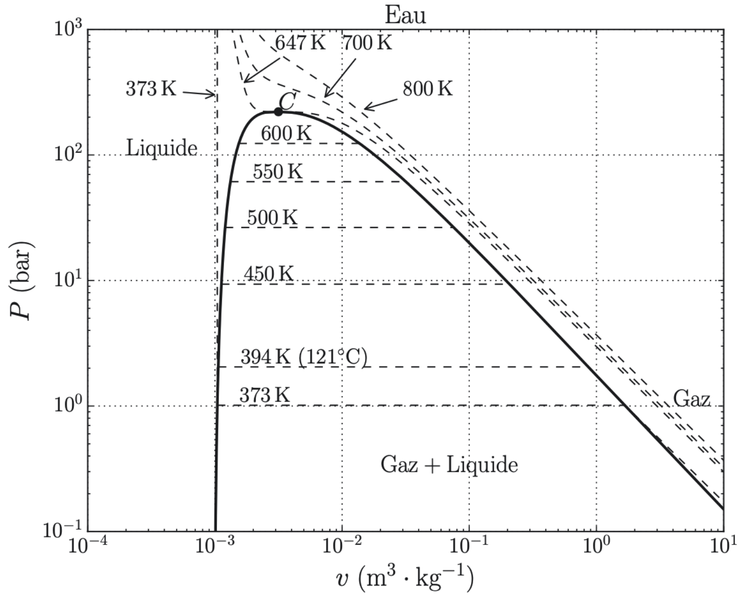
Q.2 Déterminer le travail reçu par le gaz au cours de chaque transformation. Conclure.

Q.3 Déterminer la variation d'énergie interne dans chaque cas. Commenter.

Exercice 5 : Chauffage isobare

On considère une masse $m = 0{,}50\,\text{kg}$ d'eau sous forme de liquide saturant, enfermée dans un cylindre vertical fermé à son extrémité supérieur par un piston sans masse, pouvant coulisser le long des parois du cylindre sans frottement. La pression extérieure P_e est constante, égale à 2 bar, et la surface de base du cylindre de $5{,}0\,\text{cm}^2$. La figure ci-contre montre le diagramme de Clapeyron de l'eau, de masse molaire $M_{\text{eau}} = 18\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

La température d'équilibre liquide-vapeur de l'eau sous 2 bar est $T_0 = 121\,°\text{C}$.



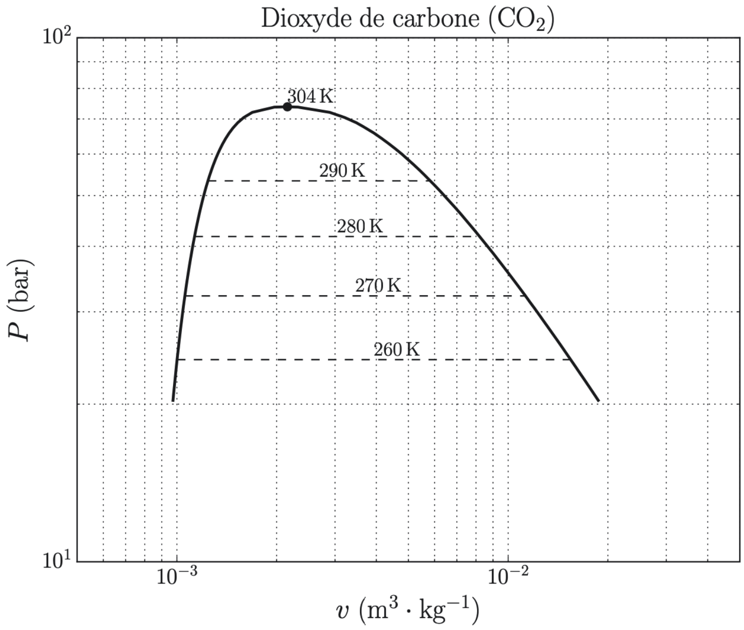
Q.1 Quel est la volume occupé par la masse m d'eau ? Placer le point I correspondant à l'état initial sur le diagramme de Clapeyron.

Q.2 On chauffe ensuite lentement le contenu du récipient, en maintenant la pression extérieure constante, jusqu'à ce que le volume occupé par le contenu du récipient soit de $0{,}9\,\mathrm{m}^3$. Placer le point F correspondant à l'état final sur le graphe et estimer l'ordre de grandeur de la température finale atteinte.

Q.3 Dessiner l'allure du diagramme (P, T) de l'eau et y placer les point I et F.

Exercice 6 : Stockage sous contrôle

On cherche à stocker avec un maximum de sûreté un kilogramme de dioxyde de carbone sous forme d'un mélange liquide-vapeur, enfermé dans une enceinte indéformable de volume V_0, à la température $T_i = 260\,\mathrm{K}$. Le récipient conetenant le fluide est prévu pour résister jusqu'à une pression de 50 bar. La figure suivante montre le diagramme de Clapeyron du dioxyde de carbone, de masse molaire $m_{CO_2} = 44\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.



Q.1 Indiquer sur ce diagramme les zones correspondant au dioxyde de carbone liquide, gazeux, et diphasé.

Q.2 Compléter ce diagramme en traçant l'allure des isothermes $T = 260\,\mathrm{K}$ et $T = 290\,\mathrm{K}$.

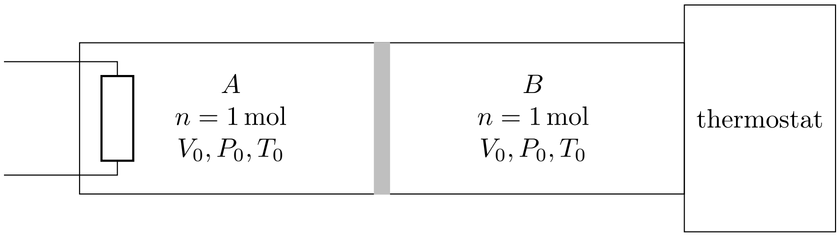
Q.3 Déduire de la lecture de ce diagramme la valeur de la pression de vapeur saturante à la température T_i, ainsi que les volumes massiques du liquide saturant et de la vapeur saturante à cette température.

Q.4 Le récipient subit une élévation accidentelle de température l'amenant à 290 K. Comment choisir V_0 pour que le récipient n'explose pas ? Dans quelle zone faut-il absolument éviter de se placer ?

Thermodynamique 3 : Le premier principe

Exercice 1 : Chauffage d'une enceinte

On étudie le système ci-contre. Les enceintes contiennent des gaz parfaits et l'enceinte A est parfaitement calorifugée. On note γ le rapport des capacités thermiques. On chauffe l'enceinte A jusqu'à la température T_1 par la résistance chauffante. Les transformations seront considérées comme quasistatiques.



Q.1 Déterminer les volumes finaux des deux enceintes ainsi que la pression finale.

Q.2 Calculer la variation d'énergie interne de chacune des enceintes A et B ainsi que celle de l'ensemble $\{A + B\}$.

Q.3 Quelle est la nature de la transformation de l'enceinte B ? En déduire le travail W reçu par B de la part de A ainsi que le transfert thermique Q_1 reçu par B de la part du thermostat.

Q.4 Déterminer le transfert thermique Q_2 fourni par la résistance.

Exercice 2 : Valeur en eau d'un calorimètre

On mélange 95 g d'eau à 20 °C et 71 g d'eau à 50 °C dans un calorimètre dont la température initiale est 20 °C.

Q.1 Quelle est la température finale à l'équilibre, en négligeant l'influence du calorimètre ?

Q.2 Expérimentalement on obtient 31,3 °C. Expliquer.

Q.3 En déduire la valeur en eau du calorimètre.

Exercice 3 : Détermination de la capacité thermique massique du cuivre

Dans un calorimètre dont la valeur en eau est de 41 g, on verse 100 g d'eau. Une fois l'équilibre thermique atteint, on mesure une température de 20 °C. On plonge alors une barre métallique dont la masse est 200 g et dont la température initiale est de 60 °C. À l'équilibre, on mesure une température de 24,5 °C.

Q.1 Déterminer la capacité thermique massique du métal.

On donne : la capacité thermique massique de l'eau $c_{\text{eau}} = 4{,}18\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$ et on suppose que les capacités thermiques massiques sont constantes dans le domaine de températures considérées.

Exercice 4 : Calorimétrie et transition de phase

Un calorimètre est un récipient dont les parois sont conçues de manière à minimiser les échanges thermiques avex l'extérieur ; on pourra donc les supposer athermanes. Le calorimètre de capacité $C = 230\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$ contient initialement une masse $m_1 = 200\,\mathrm{g}$ d'eau liquide à $t_1 = 50{,}0\,°\mathrm{C}$ avec laquelle il est en équilibre thermique. On introduit alors une masse $m_2 = 50{,}0\,\mathrm{g}$ de glace à $t_2 = -10\,°\mathrm{C}$. On attend que l'équilibre thermique soit atteint, et on constate alors que la glace a entièrement fondu et que la température finale est $t_f = 27{,}9\,°\mathrm{C}$. La transformation a lieu sous la pression atmosphérique constante.

Données : capacité thermique de la glace : $c_g = 2{,}06\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$ et capacité thermique de l'eau liquide : $c_l = 4{,}18\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$.

Q.1 Déduire de cette expérience l'enthalpie de fusion l_f de la glace à 0 °C.

Q.2 Faut-il fournir d'avantage de transfert thermique, à pression constante, pour augmenter la température de 1 kg d'eau liquide de 0 °C à 100 °C, ou pour faire fondre 1 kg de glace à 0 °C ?

Exercice 5 : Transformation cyclique du gaz parfait

Une mole de gaz parfait diatomique ($\gamma = \dfrac{7}{5}$) subit la transformation cyclique constituée des étapes suivantes :

- échauffement isobare à partir de $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$, $t_0 = 0\,°\mathrm{C}$ tel que le volume ait triplé, sa température atteint alors T_1 ;
- compression isotherme pour revenir au volume initial, la pression étant alors P_1 ;
- refroidissement isochore qui le ramène à l'état initial.

Q.1 Représenter le cycle suivi dans le diagramme de Clapeyron.

Q.2 Calculer pour chaque étape les transferts thermiques Q échangés, les travaux W échangés ainsi que les variations

ΔU de l'énergie interne ainsi que celle de l'entahlpie ΔH.

Q.3 Calculer W_{total} et Q_{total} sur le cycle complet. Commentaires. Calculer également ΔU_{total} et ΔH_{total}.

Exercice 6 : Compressions isotherme et monotherme d'un gaz parfait

Un gaz parfait est contenu dans un cylindre clos par un piston. La température initiale du gaz est égale à la température extérieure $T_1 = 293\,\mathrm{K}$, sa pression $P_1 = 1\,\mathrm{bar}$ et son volume $V_1 = 5\,\mathrm{L}$. On néglige une nouvelle fois la force pressante due au poids du cylindre devant celle due à la pression atmosphère. Les parois du cylindre et le piston sont de bons conducteurs de la chaleur.

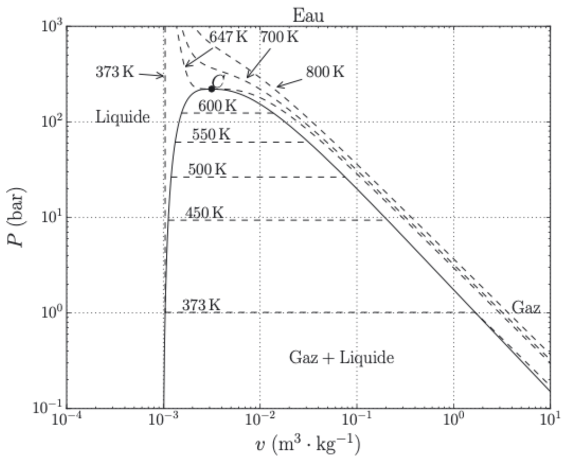
Q.1 On appuie lentement sur le piston de manière à assurer l'équilibre thermique à chaque instant jusqu'à ce que le gaz atteigne la pression $P_2 = 10\,\mathrm{bar}$. Calculer le volume final V_2 occupé par le gaz, sa variation d'énergie interne ΔU_2 ainsi que le travail W_2 et le transfert thermique Q échangés.

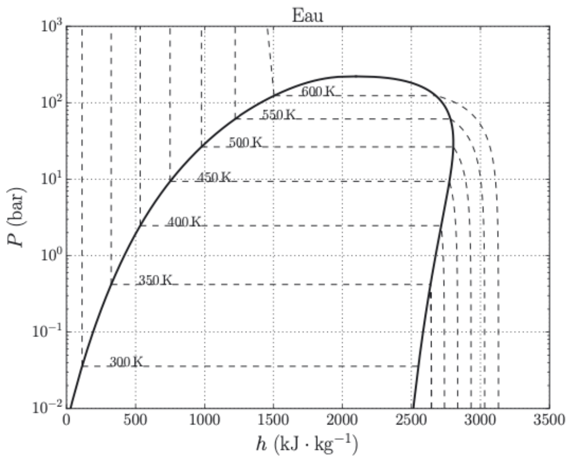
Q.2 On applique d'un seul coup (c'est-à-dire brutalement) une surppression extérieure de telle sorte que la pression extérieure passe brusquement de P_1 à P_2. On attend qu'un état d'équilibre thermique se réinstaure avec l'extérieur. Calculer le volume final V_2' occupé par le gaz, sa variation d'énergie interne $\Delta U_2'$ ainsi que W_2' et Q'.

Exercice 7 : Compressions variées

1,0 kg de vapeur d'eau (supposée être un gaz parfait) est initialement à la température $T_I = 373\,\mathrm{K}$ et occupoe le volume $V_I = 2{,}0\,\mathrm{m}^3$ (état I). On comprime très lentement cette vapeur de façon isotherme pour l'amener dans l'état K caractérisé par une pression $P_K = 1{,}0\,\mathrm{bar}$ et un volume occupé $V_K = 1{,}0 \times 10^{-1}\,\mathrm{m}^3$.

On donne la constante des gaz parfaits, $R = 8{,}31\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$, la capacité thermique massique à volume constante de l'eau vapeur, $c_V = 1{,}6\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$ ainsi que la masse molaire de l'eau, $M_{H_2O} = 18\,\mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.





Q.1 Placer les points représentatifs des états I et K sur le diagramme (P, v) et tracer le trajet suivi par l'eau entre I et K. Caractériser entièrement l'état K.

Q.2 Placer les points I et K sur le diagramme (P, h).

Q.3 Calculer le travail reçu par l'eau au cours de la transformation IK.

Q.4 Déterminer la variation d'énergie interne entre I et K (on pourra utiliser les données du diagramme (P, h)). En déduire le transfert thermique reçu par l'eau entre I et K.

Q.5 On réalise alors une compression isochore amenant le système à 450 K (état F). Placer le point représentatif de F sur le diagramme (P, v) et le caractériser entièrement. Le placer ensuite sur le diagramme (P, h) et en déduire la variation d'enthalpie entre K et F.

Q.6 Calculer le travail des forces de pression reçu par l'eau au cours de la transformation KF.

Q.7 Déterminer la variation d'énergie interne entre K et F. En déduire le transfert thermique reçu par l'eau Q_{KF}.

Thermodynamique 4 : Le second principe

Exercice 1 : Refroidissement d'un solide

Dans une enceinte thermiquement isolée, on met en contact thermique deux systèmes Σ_1 et Σ_2 constitués chacun d'un corps pur monophasé, de températures respectives T_1 et T_2 et de capacités thermiques à pression constate respectives C_1 et C_2. La transformation est isobare. On rappelle que pour une phase condensée idéale de capacité thermique C :

$$\Delta S = C \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

Q.1 Déterminer la température finale des deux systèmes ?

Q.2 Exprimer l'entropie créée dans la transformation.

Exercice 2 : Fonte de glace dans l'eau

Dans un récipient parfaitement calorifugé, on met un morceau de glace à la température de $0\,°\mathrm{C}$ dans un kilogrammme d'eau initialement à la température de $20\,°\mathrm{C}$.

On donne la capacité thermique massique de l'eau $c = 4{,}2 \times 10^3\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$ et l'enthalpie massique de fusion de la glace $\Delta h_{\text{fus}} = 336 \times 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$.

Q.1 Déterminer la masse minimale de glace nécessaire pour que l'eau soit à la température de $0\,°\mathrm{C}$ dans l'état final.

Q.2 Calculer dans ce cas ΔS_e la variation d'entropie de l'eau initialement à l'état liquide.

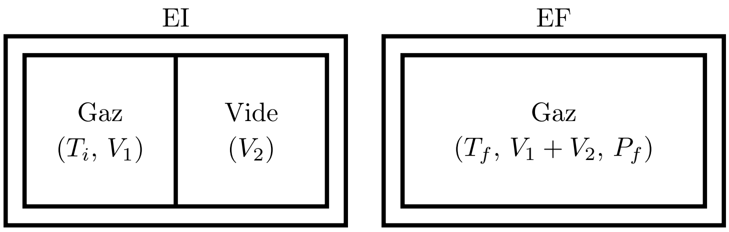
Q.3 Même question pour ΔS_{ge} pour l'eau initialement sous forme de glace.

Q.4 En déduire le bilan d'entropie de l'évolution. Conclure.

Exercice 3 : Détente de Joule Gay-Lussac

Un récipient calorifugé rigide et indéformable comporte deux chambres de volumes V_1 et V_2 identiques. Dans l'état initial, celui de gauche contient $n = 1{,}0\,\mathrm{mol}$ de gaz parfait à la température T_i et l'autre est vide. On ouvre le robinet permettant la communication entre les deux compartiments. Dans l'état d'équilibre final, le gaz occupe les deux compartiments. Pour un gaz parfait de coefficient γ on rappel que :

$$\Delta S = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$



Q.1 Pourquoi la transformation est-elle adiabatique ?

Q.2 Que vaut la température finale T_f du gaz ?

Q.3 Établir l'expression littérale puis numérique de l'entropie créée entre l'état initial et l'état final.

Exercice 4 : Thermalisation fractionnée

Une masse $m = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ d'eau liquide de capacité thermique massique $c_{\text{eau}} = 4{,}18\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot g^{-1}}$ à $T_0 = 273\,\mathrm{K}$ est mise en contact avec un thermostat à $T_f = 300\,\mathrm{K}$ sous pression atmosphérique.

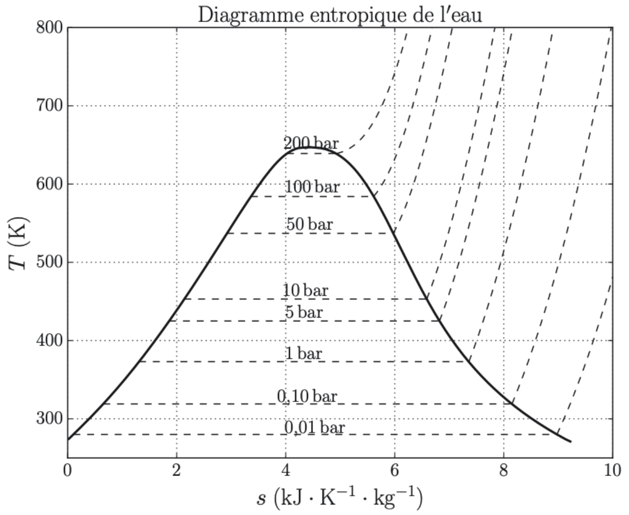
Q.1 Exprimer puis calculer l'entropie créée. Quelle est la cause de la création d'entropie ?

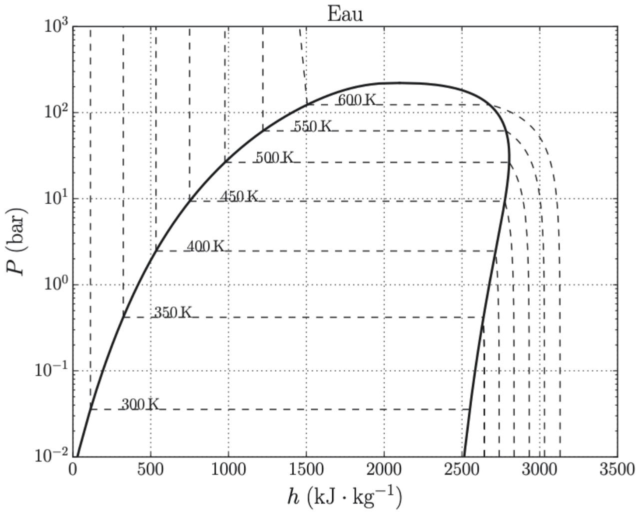
Q.2 On suppose maintenant que l'eau est d'abord mise en contact avec un premier thermostat à la température $T_1 = 285\,\mathrm{K}$ jusqu'à ce qu'elle atteigne cette température, puis elle est mise en contact avec le thermostat à T_f. Calculer de nouveau l'entropie créée. Pourquoi trouve-t-on une valeur inférieure à celle de la question précédente ?

Q.3 On opère maintenant en étapes : l'eau, initialement à T_0, est mise successivement en contact avec N thermostat de températures T_k vérifiant $T_k = T_0 + k\dfrac{T_f - T_0}{N}$ avec $k \in [0; N]$. Calculer l'entropie créée. Que devient-elle lorsque N tend vers l'infini ? Comment l'interpréter ?

Exercice 5 : Histoires d'eau

René, jeune physicien prodige, décide de faire subir à une masse $m = 2{,}0\,\mathrm{kg}$ d'eau un cycle de transformations, en vue d'étudier son comportement. Partant d'un mélange liquide-vapeur à la température $T_1 = 300\,\mathrm{K}$ (état (1)), il comprime adiabatiquement et de façon réversible ce mélange pour l'amener dans un état de liquide saturant sous la pression $P_2 = 10\,\text{bar}$ (état (2)). Il place ensuite le liquide saturant obtenu en contact thermique avec une source chaude à $T_c = 600\,\text{K}$ et chauffe l'eau de manière isobare jusqu'à ce qu'elle atteigne la température $T_3 = 600\,\text{K}$ (état (3)). Il réalise alors une détente adiabatique réversible ramenant l'eau à $300\,\text{K}$ (état (4)), puis ramène par contact thermique avec une source froide à la température $T_f = 290\,\text{K}$ le système dans l'état (1), de façon isobare.





Q.1 Placer les quatre points (1), (2), (3) et (4) sur les diagrammes (P, h) et (T, s) ci-dessus et tracer l'allure du cycle réalisé par René. On déterminera, si besoin est, le titre en vapeur des différents états.

Q.2 Pour chacune des transformations $(i) \to (j)$, calculer la variation d'enthalpie ΔH_{ij}, le transfert thermique reçus Q_{ij} et la variation d'entropie ΔS_{ij} de l'eau.

Q.3 Que valent la variation d'enthalpie et d'entropie sur le cycle ainsi réalisé ?

Q.4 Pour chacune des transformations, faire un bilan entropique et calculer l'entropie créée. Identifier si nécessaire les causes d'irréversibilité.

Exercice 6 : Solidification d'un liquide surfondu

Lorsqu'on refroidit progressivement un échantillon de corps pur liquide, dans un récipient en parfait état (il ne doit pas y avoir de rayures sur la paroi), le corps reste liquide même en dessous de la température de fusion T_{fus} du corps. Ce phénomène s'appelle la surfusion et on dit que le liquide est surfondu. Cet état d'équilibre est métastable : une très petite perturbation provoque la solidification d'une partie ou de la totalité du liquide surfondu.

Dans l'expérience considérée, un tube à essai contient une masse $m = 0{,}10\,\text{kg}$ d'eau surfondue (donc entièrement liquide, de capacité thermique massique $c_{\text{eau}} = 4{,}18\,\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$) à une température T_i inférieure à $T_{\text{fus}} = 273\,\text{K}$, température de fusion de l'eau sous $P_0 = 1\,\text{bar}$.

On fait cesser la surfusion en frappant légèrement sur le tube à essai avec un agitateur. Une partie de l'eau se solidifie presque instantanément. On se propose de faire le bilan d'entropie du système constitué par l'eau lors de cette transformation.

Dans l'état initial, l'eau est liquide à la température T_i, à la pression P_0 imposée par l'atmophsère. Dans l'état final, le système contient une masse $mx_{L,f}$ d'eau liquide et une masse $m(1 - x_{L,f})$ de glace, à la température T_{fus}, sous la pression P_0.

La transformation est extrêmement rapide.

Q.1 Pourquoi la transformation est-elle adiabatique ?

Q.2 Établir l'expression littérale de $x_{L,f}$.

Q.3 Sachant que $\Delta S = C \ln\left(\dfrac{T_f}{T_i}\right)$ pour une phase condensée de capacité thermique C, calculer la variation d'entropie de l'eau liquide lors de la transformation.

Q.4 Établir l'expression littérale puis numérique de l'entropie créée entre l'état initial et l'état final.

Thermodynamique 5 : Machines thermiques

Exercice 1 : Moteur réel

Un moteur réel fonctionnant entre deux sources de chaleur, l'une à $T_{fr} = 400\,\mathrm{K}$, l'autre à $T_{ch} = 650\,\mathrm{K}$, produit $500\,\mathrm{J}$ par cycle, pour $1500\,\mathrm{J}$ de transfert thermique fourni.

Q.1 Comparer son rendement à celui d'une machine de Carnot fonctionnant entre les deux mêmes sources.

Q.2 Calculer l'entropie créée par cycle, notée S_{cr}.

Exercice 2 : Appliquer les bons principes

On considère un système fermé fluide parcourant les cycles thermodynamiques dithermes, au cours desquels il reçoit algébriquement le travail $W = -53\,\mathrm{J}$, le transfert thermique $Q_F = -70\,\mathrm{J}$ de la part de la source froide de température $T_F = 278\,\mathrm{K}$ et le transfert thermique Q_C de la part de la source chaude de température $T_C = 500\,\mathrm{K}$.

Q.1 S'agit-il d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur ?

Q.2 En appliquant le premier principe au fluide sur un cycle, déterminer le transfert thermique Q_C qu'il reçoit algébriquement de la part de la source chaude. Faire l'application numérique.

Q.3 Appliquer ensuite le second principe à ce système. Le fonctionnement est-il réversible ?

Exercice 3 : Cycle de Carnot

Le seul cycle rigoureusement réversible est le cycle de Carnot.

Q.1 Décrire les transformations mises en jeu, en justifiant qualitativement le caractère réversible du cycle.

Q.2 Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron (P, ν) pour un gaz parfait, dans le sens moteur.

Q.3 Pour quelles raisons ce cycle n'est-il pas réellement utilisé en pratique ?

Exercice 4 : Moteur de Stirling

On considère un moteur, dit de Stirling, fonctionnant entre une source froide à la température $T_F = 293\,\mathrm{K}$ et une source chaude à la température $T_C = 493\,\mathrm{K}$. Au cours d'un cycle, une mole de gaz parfait subit les transformations suivantes :

- de A à B : compression isotherme quasistatique à T_F,
- de B à C : échauffement isochore (volume V_B),
- de C à D : détente isotherme quasistatique à T_C,
- de D à A : refroidissement isochore (volume V_A).

Données : $R = 8{,}314\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$, $\gamma = 1{,}4$, taux de compression $\alpha = \dfrac{V_A}{V_B} = 5$.

Q.1 Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.

Q.2 Quelles sont les étapes réversibles ? Irréversibles du cycle ? Justifier.

Q.3 Déterminer les transferts thermiques reçus par le gaz au cours du cycle.

Q.4 Exprimer le rendement en fonction de T_C, T_F, α et γ. Application numérique.

Q.5 En fait, les moteurs Stirling sont équipés d'un récupérateur de chaleur qui compensent les échanges thermiques lors des transformations isochores. Exprimer puis calculer à nouveau le rendement. Commenter et interpréter.

Exercice 5 : Pompe à chaleur sans transition de phase

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant. L'air pris dans l'état A de température T_0 et de pression P_0 est comprimé suivant une adiabatique réversible jusqu'au point B où il atteint la pression P_1. L'air est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale de la source chaude T_1 correspondant à l'état C. L'air est encore refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique réversible pour atteindre l'état D de pression P_0. Il se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial.

L'air est considéré comme un gaz parfait de rapport des capacités thermiques $\gamma = 1{,}4$, indépendant de la température. On pose $\beta = 1 - \dfrac{1}{\gamma}$ et $a = \dfrac{P_1}{P_0}$.

On prendra $T_0 = 283\,\mathrm{K}$, $T_1 = 298\,\mathrm{K}$, $a = 5$ et $R = 8{,}31\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$.

Q.1 Représenter le cycle parcouru par le gaz dans un diagramme (P, V).

Q.2 Rappeler les conditions nécessaires pour assurer la validité des formules de Laplace. Donner la formule de Laplace relative à la pression et à la température.

Q.3 En déduire l'expression des températures T_B et T_D des états B et D en fonction de T_0, T_1, a et β. Préciser leurs valeurs numériques.

Q.4 Exprimer l'efficacité e de la pompe à chaleur en fonction des transferts thermiques.

Q.5 En déduire l'expression de e en fonction de a et β. Donner sa valeur numérique.

Q.6 Quelles doivent être les transformations du gaz si on fait fonctionner la pompe à chaleur suivant un cycle de Carnot réversible entre les températures T_0 et T_1 ?

Q.7 Établir l'expression de son efficacité e_r. Donner sa valeur numérique.

Q.8 Comparer e et e_r. Proposer une explication à ce résultat.

Q.9 Déterminer l'expression de l'entropie créée S_c pour une mole d'air au cours du cycle de Joule en fonction de R, β et $x = a^\beta \dfrac{T_0}{T_1}$.

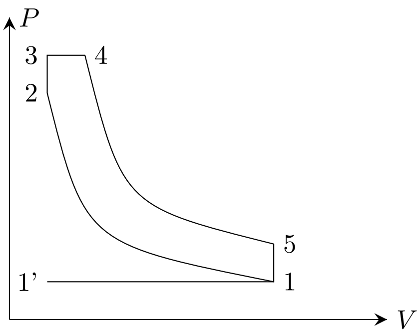
Q.10 Étudier le signe de S_c en fonction de x. Etait-ce prévisible ?

Q.11 Calculer sa valeur ici.

Q.12 Sachant qu'en régime permanent, les fuites thermiques s'élèvent à $P_f = 20\,\mathrm{kW}$, calculer la puissance du couple compresseur-turbine qui permet de maintenir la température de la maison constante.

Exercice 6 : Le moteur Diesel

Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisable par celui d'un système fermé représenté en coordonnées de Watt ci-contre. Après la phase d'admission $1' \to 1$ qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau prise réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'achappement isochore $5 \to 1$ puis isobare $1 \to 1'$.



Au point 1 du cycle, la pression $P_m = 1{,}0\,\mathrm{bar}$ et la température $T_m = 293\,\mathrm{K}$ sont minimales. La pression maximale, aux points 3 et 4 vaut $P_M = 60\,\mathrm{bar}$ et la température maximale, au point 4, vaut $T_M = 2073\,\mathrm{K}$. Le rapport volumétrique de compression vaut $\beta = \dfrac{V_M}{V_m} = 17$.

On suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 29\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$, et de capacités thermiques respectives C_P et C_V, et on note $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1{,}4$.

Q.1 Exprimer les températures T_2, T_3 et T_5 en fonction de P_m, P_M, T_m, T_M et β. Calculer les valeurs numériques.

Q.2 Calculer le transfert thermique massique q_c reçu par l'air au cours de la phase de combustion $2 \to 4$.

Q.3 Calculer le transfert thermique massique q_f échangé avec le milieu extérieur entre les points $5 \to 1$.

Q.4 En déduire le travail massique w échangé au cours d'un cycle.

Q.5 Définir et calculer le rendement de ce moteur. Commenter la valeur trouvée.