# Devoir maison n° 4

**A rendre le jeudi 9 octobre 2025**

**Exercice 1** On note $f$ la fonction définie sur $]-1\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{x}}$
On note $C_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.
2. Justifier que $C_f$ admet une asymptote en $+\infty$ dont on donnera une équation.

   **Indication** On pourra faire apparaitre dans l'expression de $f(x)$, soit $\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$, soit $\dfrac{\ln x}{x}$ afin d'utiliser les croissances comparées.
3. Montrer que, $\forall x\in]-1\ ;\ +\infty[,\quad -\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}\leqslant 0$
4. Dresser le tableau de variations de la fonction $f$ en précisant les limites au bord du domaine de définition.

**Exercice 2** Soient les deux points $A(1)$ et $B(-1)$ du plan complexe.

On considère la transformation qui à tout point $M(z)$ distinct de $A$ associe le point $M'(z')$ défini par

$$z'=\frac{z-1}{1-\bar{z}}$$

1. Montrer que $|z'|=1$ et que $\dfrac{z'-1}{z-1}$ est un nombre réel.
2. En déduire une construction géométrique du point $M'$ à partir du point $M$.
3. Que peut-on dire de l'angle $\widehat{AM'B}$ ?