

## Devoir maison n° 3

A rendre le jeudi 2 octobre 2025

### Exercice 1

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations

$$(a) \sqrt{2x^2 - x - 1} = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \quad (b) \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 1 - 2x.$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $||x - 1| - x| \leq 1$ .

.

**Exercice 2** Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = x^2 \ln x$ .

1. On considère la fonction  $d$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $d(x) = x^2 \ln x - x + 1$ .

(a) Déterminer les fonctions  $d'$  et  $d''$ .

(b) En déduire les variations de  $d'$ .

(c) Montrer que  $d'(x) \leq 0$  pour tout  $x \in ]0, 1]$ .

(d) Établir les variations puis le signe de  $d$ .

2. Donner une équation de la tangente  $T$  à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 1.

3. Déterminer la position relative de la courbe de  $f$  par rapport à cette tangente.

4. Tracer la tangente  $T$  et l'allure de la courbe représentative de  $f$ .