

Devoir maison n° 14

A rendre le jeudi 12 février 2026

Exercice 1 Déterminer le reste de la division euclidienne de $(X - 2)^{2n} + (X - 3)^n + 1$ par

1. $(X - 3)(X - 2)$
2. $(X - 3)^2$

Exercice 2

0. Montrer que si $z_0 \in \mathbb{C}$ est racine d'un polynôme P à coefficients réels il en est de même de $\overline{z_0}$.

Soit $P = X^8 + 2X^6 + 3X^4 + 2X^2 + 1$.

1. Vérifier que $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$ est racine de P .
2. Montrer que P est pair.
3. En déduire que $D = X^4 + X^2 + 1$ est un diviseur de P .
4. Déterminer le quotient de P par D .
5. À partir des questions précédentes, factoriser P dans $\mathbb{C}[X]$ en produit de polynômes de degré 1 puis en déduire une factorisation de P dans $\mathbb{R}[X]$.