Correction du Test n° 13

Sujet A

1.

2. (D_t), $t \in \mathbb{R}$: $(t^2-1)x - 2ty = 2t(t-1)$

   (a) $d(B, D_t) = \dfrac{|t^2-1-2t-2t(t-1)|}{\sqrt{(t^2-1)^2+4t^2}} = \dfrac{|-t^2-1|}{\sqrt{t^4+2t^2+1}} = \dfrac{t^2+1}{\sqrt{(t^2+1)^2}} = 1$ car $t^2+1>0$ pour tout t donc $\boxed{\text{le point } B(1,1) \text{ est équidistant de toutes les droites } D_t,\ t\in\mathbb{R}.}$

   (b) Soit t un réel fixé. $A(0, 1-t) \in D_t$ un vecteur directeur de D_t est $\overrightarrow{u_t}(2t, t^2-1)$ et une représentation paramétrique de la droite D_t est $\begin{cases} x &= 2tk \\ y &= 1-t+(t^2-1)k,\ k\in\mathbb{R} \end{cases}$

3. Soit $P = X^4 - 2X^3 + 2X^2 - 2X + 1$

   (a) $P(1) = 0, P'(X) = 4X^3 - 6X^2 + 4X - 2, P'(1) = 4 - 6 + 4 - 2 = 0$ donc $\boxed{1 \text{ est racine au moins double de } P \text{ et il existe un polynôme } Q \text{ tel que } P = (X-1)^2Q.}$

   (b) $\boxed{Q = X^2+1}$ par division euclidienne

Correction du Test n° 13

Sujet B

1.

2. (D_t), $t \in \mathbb{R}$: $2tx - (t^2-1)y = 2t(1-t)$

   (a) $d(B, D_t) = \dfrac{|2t-t^2+1-2t(1-t)|}{\sqrt{(t^2-1)^2+4t^2}} = \dfrac{|t^2+1|}{\sqrt{t^4+2t^2+1}} = \dfrac{t^2+1}{\sqrt{(t^2+1)^2}} = 1$ car $t^2+1>0$ pour tout t donc $\boxed{\text{le point } B(1,1) \text{ est équidistant de toutes les droites } D_t,\ t\in\mathbb{R}.}$

   (b) Soit t un réel fixé. $A(1-t, 0) \in D_t$ un vecteur directeur de D_t est $\overrightarrow{u_t}(t^2-1, 2t)$ et une représentation paramétrique de la droite D_t est $\begin{cases} x &= 1-t+(t^2-1)k \\ y &= (t^2-1)k,\ k\in\mathbb{R} \end{cases}$

3. Soit $P = X^4 + 2X^3 + 2X^2 + 2X + 1$

   (a) $P(-1) = 0, P'(X) = 4X^3 + 6X^2 + 4X + 2, P'(-1) = -4 + 6 - 4 + 2 = 0$ donc $\boxed{-1 \text{ est racine au moins double de } P \text{ et il existe un polynôme } Q \text{ tel que } P = (X+1)^2Q.}$

   (b) $\boxed{Q = X^2+1}$ par division euclidienne