

Devoir maison n° 16

A rendre le jeudi 12 mars 2026

Exercice 1 On considère les vecteurs $u_1 = (1, 1, m)$, $u_2 = (1, m, 1)$ et $u_3 = (m, 1, 1)$, $m \in \mathbb{R}$ étant un paramètre.

On note $\mathcal{H}$ la famille de vecteurs (u_1, u_2, u_3) et $H = \text{Vect}(u_1, u_2, u_3)$.

1. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles $\mathcal{H}$ est libre.
2. Pour cette question, on suppose que $m = 1$.
 - (a) Donner une base de H .
 - (b) Donner un système d'équations cartésiennes de H .
3. Pour cette question, on suppose que $m = -2$.
 - (a) Déterminer une base $\mathcal{B}$ de H .
 - (b) Décrire H à l'aide d'une équation cartésienne.
 - (c) Trouver un vecteur v tel que la famille $\mathcal{B} \cup \{v\}$ soit une base de l'espace $\mathbb{R}^3$.

Exercice 2 On considère $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x - y + z - t = 0\}$ et $G = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x = y\}$.

1. Montrer que F et G sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^4$.
2. Montrer que $\dim(F \cap G) = 2$ et déterminer une base $\mathcal{B}$ de $F \cap G$.