

NOM :

Lundi 16 mars 2026

Test n° 16**Sujet A**

1. Soient E un $\mathbb{K}$ espace vectoriel, F et G deux sous espaces vectoriels de E .

Compléter : F et G sont deux sous espaces supplémentaires de E ssi

2. Soit $E = \mathbb{R}^4$. Soient F, G les sous-ensembles de E définis par

$$F = \{(x, y, z, t), 2x - y + z = 0\} \text{ et } G = \{(x, y, z, t), x = 2y = 3z\}.$$

- (a) Montrer que F et G sont des sous-espaces vectoriels de E et donner leur dimension.

- (b) F et G sont-ils supplémentaires dans E ?

- (c) Déterminer $F \cap G$.

- (d) Déterminer un supplémentaire de F dans E puis un supplémentaire de G dans E

NOM :

Lundi 16 mars 2026

Test n° 16**Sujet B**

1. Soient E un $\mathbb{K}$ espace vectoriel de dimension finie, F et G deux sous espaces vectoriels de E . Écrire la formule de Grassman :

2. Dans $\mathbb{R}^4$ on note $F = \{(x; y; z; t) \in \mathbb{R}^4; x - y - z + t = 0 \text{ et } x + y - z - t = 0\}$
et $G = \{(x; y; z; t) \in \mathbb{R}^4; x + 2y + 3z + 4t = 0 \text{ et } 4x + 3y + 2z + t = 0\}$.

- (a) Montrer que F et G sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^4$ et donner leur dimension.

- (b) Montrer que $F \cap G = \{0_{\mathbb{R}^4}\}$.

- (c) Montrer que $F \oplus G = \mathbb{R}^4$.
