

Devoir maison n° 17

A rendre le jeudi 26 mars 2026

Exercice 1 On considère l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}_3[X]$ ainsi que les ensembles

$F = \{P \in E, P(-1) = P'(-1) = 0\}$ et $G = \{P \in E, P(1) = P(0)\}$.

1. Montrer que F et G sont des sous espaces vectoriels de E et déterminer leurs dimensions.
2. F et G sont-ils supplémentaires dans E ?
3. Déterminer une base de $F \cap G$.
4. Justifier que $\mathcal{B} = (1, X, (X+1)^2, X(X+1)^2)$ est une base de E .
5. En déduire un supplémentaire de F dans E .
6. Déterminer un supplémentaire de G dans E .

Exercice 2 Une urne contient cinq boules rouges numérotées de 1 à 5, et quatre vertes numérotées de 1 à 4.

1. On tire successivement et sans remise trois boules. Combien y a-t-il de tirages :
(a) au total ? (b) bicolores ? (c) contenant au plus deux boules rouges ?
(d) contenant exactement une boule rouge et une boule portant le numéro 3 ?
2. Mêmes questions pour des tirages successifs de trois boules avec remise.
3. Mêmes questions pour un tirage simultané de trois boules.