

## Devoir maison n° 20

A rendre le jeudi 7 mai 2026

**Exercice 1** On considère  $n$  personnes qui se transmettent une information I. La première personne reçoit cette information, la transmet à la deuxième personne, ainsi de suite jusqu'à la  $n$ -ième personne qui l'annonce au monde. Chacun d'eux transmet ce qu'il a entendu avec la probabilité  $p$  ( $0 < p < 1$ ), et le contraire avec la probabilité  $1 - p$ .

1. Calculer la probabilité  $p_n$  pour que l'information soit fidèlement transmise.
2. Que se passe-t-il quand  $n$  tend vers l'infini ?

**Exercice 2** Soit  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ . Une urne contient  $n$  boules numérotées de 1 à  $n$ .

On tire deux boules successivement dans cette urne. Soit  $X$  la variable aléatoire égale au premier numéro obtenu et  $Y$  la variable aléatoire égale au deuxième numéro obtenu.

1. Le tirage des deux boules successives se fait sans remise.
  - (a) Déterminer la loi du couple  $(X, Y)$ .
  - (b) En déduire la loi de la variable aléatoire  $X$  et la loi de la variable aléatoire  $Y$ .
  - (c) Les variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sont-elles indépendantes ?
2. Le tirage des deux boules successives se fait avec remise.
  - (a) Donner les lois des variables aléatoires  $X$  et  $Y$ .
  - (b) Les variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sont-elles indépendantes ?
  - (c) Déterminer la loi de la variable aléatoire  $Z = X + Y$ . Pour le calcul  $P(X + Y = k)$ , on pourra distinguer les cas  $k \leq n + 1$  et  $k > n + 1$ .