# Première partie

# semestre 1

## Liste des chapitres du semestre 1


**1 Lois de l'optique géométrique** **3**
1 Propagation de la lumière . . . 3
2 Les lois de Snell-Descartes . . . 5
3 Le miroir plan . . . 7
4 La fibre optique . . . 7

**2 Lentilles minces** **9**
1 Formation d'une image . . . 9
2 Les lentilles minces . . . 10

**3 Systèmes optiques** **15**
1 L'œil . . . 15
2 L'appareil photo . . . 17
3 Systèmes à deux lentilles . . . 18

**4 Molécules et solvants** **19**
1 Atomes . . . 20
2 Molécules . . . 21
3 Polarité . . . 23
4 Forces intermoléculaires . . . 24

**5 La réaction chimique** **25**
1 Système chimique . . . 25
2 Transformation chimique . . . 26
3 Titrages . . . 28

**6 Cinétique chimique** **31**
1 Vitesse de réaction . . . 32
2 Lois de vitesse . . . 33
3 Méthodes expérimentales . . . 34
4 Analyse des données . . . 36

**7 Équilibre chimique** **39**
1 Équilibre chimique . . . 39
2 État final . . . 41
3 Méthode numérique . . . 44

**8 Lois de l'électrocinétique** **45**
1 Introduction . . . 46
2 Lois de Kirchhoff . . . 46
3 Dipôles . . . 48
4 Circuits résistifs . . . 51

**9 Circuits linéaires du premier ordre** **53**
1 Condensateurs et bobines . . . 54
2 Circuit à condensateur . . . 56
3 Circuit à bobine . . . 58
4 Méthode numérique . . . 59

**10 Cinématique du point matériel** **61**
1 Relativité du mouvement . . . 62
2 Repérage d'un point dans le plan . . . 63
3 Repérage d'un point en 3D . . . 65
**11 Dynamique du point matériel** **67**
1 Actions mécaniques . . . 68
2 Lois de Newton . . . 69
3 Méthodologie de la chute libre . . . 71
4 Méthodologie de la chute avec frottements . . . 73

# Chapitre 1 : Lois de l'optique géométrique

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **1.1. Formation des images** | |
| Modèle de la source ponctuelle monochromatique.<br>Spectre. | Caractériser une source lumineuse par son spectre.<br>Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur. |
| Modèle de l'optique géométrique. Notion de rayon lumineux. Indice d'un milieu transparent. | Définir le modèle de l'optique géométrique.<br>Indiquer les limites du modèle de l'optique géométrique. |
| Réflexion, réfraction. Lois de Snell-Descartes. | Établir la condition de réflexion totale. |
| Miroir plan. | Construire l'image d'un objet par un miroir plan. |
| La fibre optique à saut d'indice. | Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice. |

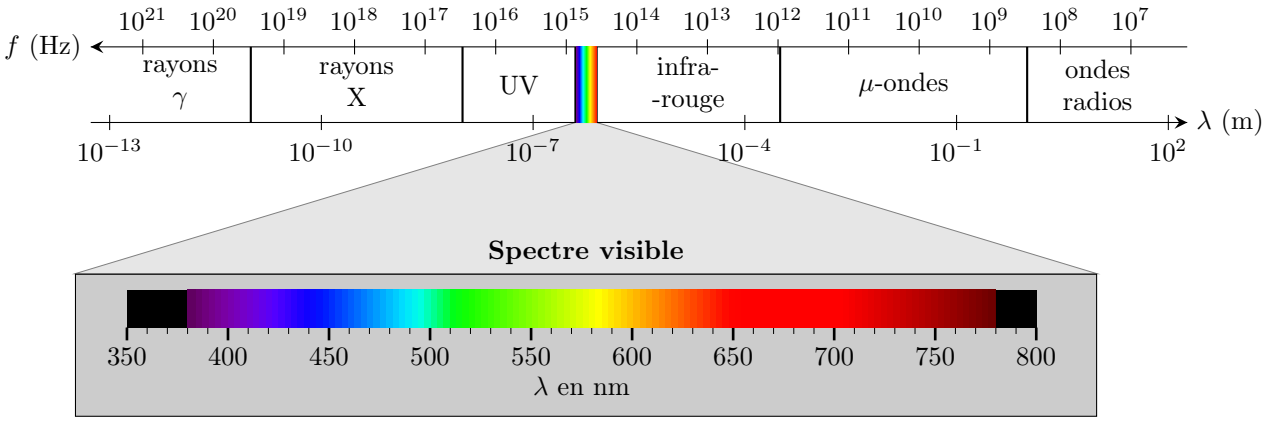
## Plan du chapitre


1 Propagation de la lumière . . . 3
1.1 Les sources de lumière . . . 3
1.2 Modèle de l'optique géométrique . . . 4
2 Les lois de Snell-Descartes . . . 5
2.1 L'énoncé . . . 5
2.2 Conséquences . . . 6
3 Le miroir plan . . . 7
3.1 Source ponctuelle . . . 7
3.2 Notion d'image . . . 7
4 La fibre optique . . . 7
4.1 Présentation . . . 7
4.2 Cône d'acceptance . . . 8
4.3 Dispersion intermodale . . . 8


# 1 Propagation de la lumière

## 1.1 Les sources de lumière

Les ondes électromagnétiques couvrent une large gamme de fréquence. On appelle lumière visible la petite portion de ce spectre à laquelle notre œil est sensible.



**Ordre de grandeur à retenir**

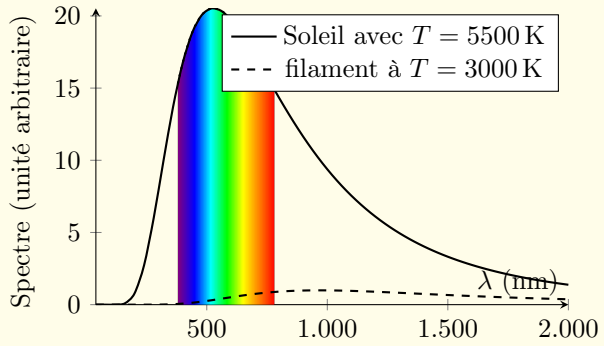
Le spectre du domaine visible est délimité par les longueurs d'onde :
- 400 nm pour le violet
- 800 nm pour le rouge

Les sources lumineuses sont caractérisées par le spectre d'émission de la lumière émise. On appelle source **primaire** les sources qui émettent elles-mêmes la lumière, et les sources **secondaires** qui réfléchissent la lumière reçue.

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

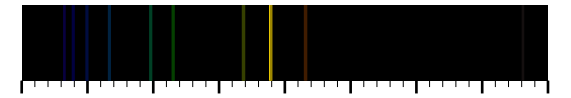
Il existe deux types de sources :
- à spectre continu : Toutes les longueurs d'ondes sont émises (Lampe à incandescence, Soleil)

Spectres théoriques du rayonnement corps noir

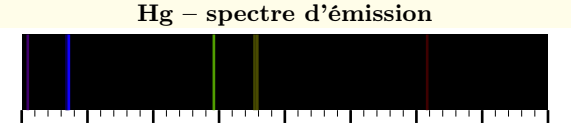



- à spectre discret :Seules certaines longueurs d'ondes sont émises (lampes spectrales, LASER, LED)

**Na – spectre d'émission**




**Hg – spectre d'émission**




Le spectre d'émission des sources secondaire dépend à la fois du spectre de la lumière reçue par l'objet, mais aussi des propriétés d'absorption de l'objet.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit le modèle de la **source ponctuelle monochromatique**. C'est un point source qui émet de la lumière dans toutes les directions dont le spectre est caractérisé par une unique longueur d'onde. On rappelle que pour une onde de fréquence $f$, de longueur d'onde $\lambda$ on a la relation :

$$\boxed{v = f\lambda}$$

où $v$ est la célérité de l'onde dans le milieu.

## 1.2 Modèle de l'optique géométrique

Dans un milieu transparent, la vitesse de propagation des ondes lumineuse est différente de celle du vide qu'on note $c$.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On défini l'**indice optique** $n$ d'un milieu où la lumière se propage à la vitesse $v$ :

$$n = \frac{c}{v} \geqslant 1$$

avec $c = 3{,}00 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ la célérité de la lumière dans le vide dont la valeur est à retenir.
Lorsque l'indice optique dépend de la longueur d'onde, on dit que le milieu est **dispersif** (la vitesse dépend de la «couleur»), sinon le milieu est **non-dispersif**.

**Ordre de grandeur à retenir**

Indices optiques dans quelques milieux :

| Milieu | Vide | Air | Eau | Verre |
|---|---|---|---|---|
| $n$ | 1 | $\simeq 1$ | $\simeq 1,33$ | $\simeq 1,5$ |

**Remarque importante :** Lorsqu'une onde change de milieu, elle garde la même fréquence temporelle $f$ mais sa longueur d'onde change. Imaginez que vous faite vibrer une corde toujours à même fréquence, lorsque la vitesse de l'onde ralenti sa longueur d'onde augmente.

**Démonstration à savoir refaire**

On peut alors exprimer la longueur d'onde $\lambda$ dans un milieu d'indice $n$ en fonction de la longueur d'onde dans le vide qu'on note $\lambda_0$.

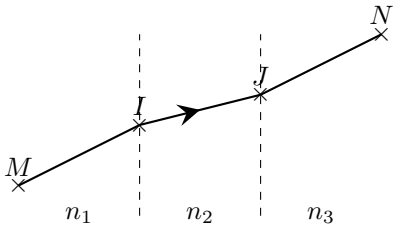
**Application :** Calculer la longueur d'onde dans l'eau d'un laser rouge.

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Dans le cadre de l'optique géométrique on définit le **rayon lumineux** comme une ligne qui suit le trajet de l'onde lumineuse. Une source lumineuse ponctuelle émet des rayons dans toutes les directions.
Dans un milieu homogène, l'indice optique est constant, les rayons lumineux ont les propriétés suivantes :

- indépendance : pas d'interactions entre les rayons.
- propagation rectiligne ;
- principe du retour inverse : le trajet pour aller d'un point $A$ à un point $B$ est le même que pour aller de $B$ vers $A$.

Dans une suite de milieu homogènes. Le trajet d'un rayon lumineux sera formé d'une succession de segment de droite.




**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

**Limites du modèle :** L'indépendance des rayons lumineux est valable à condition de ne pas voir de phénomène de diffraction ou d'interférence. On peut donc utiliser le cadre de l'optique géométrique pour étudier des objets dont la taille est grande devant la longueur d'onde.

# 2 Les lois de Snell-Descartes

## 2.1 L'énoncé

**Vocabulaire à maitriser :**

- La séparation entre deux milieux d'indices différents est appelés **dioptre**.
- Lorsqu'un rayon rencontre un dioptre, le rayon est appelé **rayon incident**, le point d'intersection entre le dioptre et le rayon incident est appelé **point d'incidence**. On désigne alors le **plan d'incidence** comme le plan qui contient le point d'incidence, le rayon incident et la normale au dioptre.
- Une partie du rayon traverse le dioptre et passe alors dans l'autre milieu, on l'appelle **rayon réfracté**.
- Une partie du rayon est réfléchi, il reste dans le milieu d'origine, on l'appelle **rayon réfléchi**.
- On définit les angles d'incidence, de réflexion et de réfraction entre la normale et les rayons.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

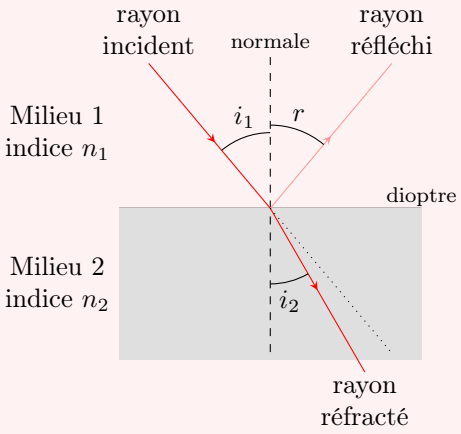
**Lois de Snell-Descartes** :

- **Première loi :** Les rayons réfléchi et réfracté sont situés dans le plan d'incidence.
- **Deuxième loi :** le rayon réfléchi est symétrique du rayon incident par rapport à la normale.

$$i_1 = r$$

- **Troisième loi :** L'angle réfracté et l'angle d'incidence sont liés

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$




**Remarque importante :** Les notations sont liées au schéma ! Dans les exercices ont peut noter les angles différemment, il faut apprendre à différencier et repérer les angles nommés dans un énoncé et adapter les formules.

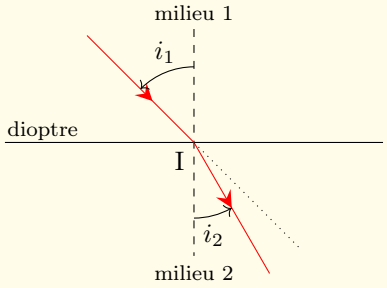
**Application :** En utilisant les indices optiques précédents, calculer l'angle de réfraction pour une incidence de 40° pour des interfaces air/verre, verre/air, air/eau et eau/air. Tracer la situation dans chaque cas.

## 2.2 Conséquences

Lors du passage d'un rayon par un dioptre, celui-ci est dévié de sa direction. On cherche à savoir dans quel sens sa déviation va avoir lieu.

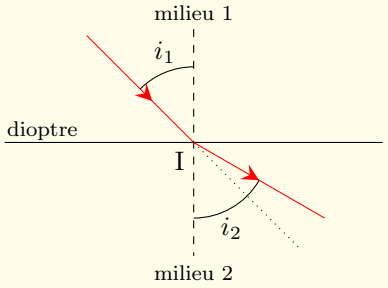
**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Soit on a la situation où $n_2 > n_1$ dans ce cas on dit que le milieu 2 est plus réfringent que le milieu 1.




**Conséquence :** le rayon réfracté se rapproche de la normale.

Soit on a la situation où $n_2 < n_1$ dans ce cas on dit que le milieu 2 est moins réfringent que le milieu 1.




**Conséquence :** le rayon réfracté s'écarte de la normale.

**Application directe** : Un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 550\,\text{nm}$ passe de l'air à une prisme en verre d'indice $n_2 = 1{,}50$. L'angle d'incidence vaut $i_1 = 30°$.

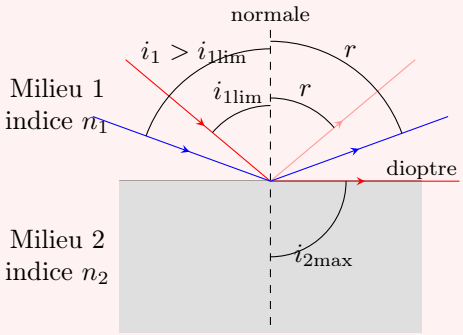
**Q.1** Faire un schéma légendé dans le plan d'incidence en précisant si le rayon réfracté se rapproche ou s'écarte de la normale.

**Q.2** Calculer l'angle de réfraction $i_2$.

**Q.3** On remplace le verre par un bloc de diamant. L'angle de réfraction vaut alors $i_2' = 12°$. Calculer l'indice de réfraction du diamant.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **angle limite**, l'angle d'incidence qu'on note $i_{1\text{lim}}$ pour lequel l'angle réfracté $i_2 = i_{2\text{max}} = \dfrac{\pi}{2}$.




On appelle **réflexion totale** lorsque $i_1 > i_{1\text{lim}}$, on a la disparition du phénomène de réfraction l'énergie lumineuse est entièrement réfléchie.

**Démonstration à savoir refaire**

**Exprimons** l'angle limite de réfraction :

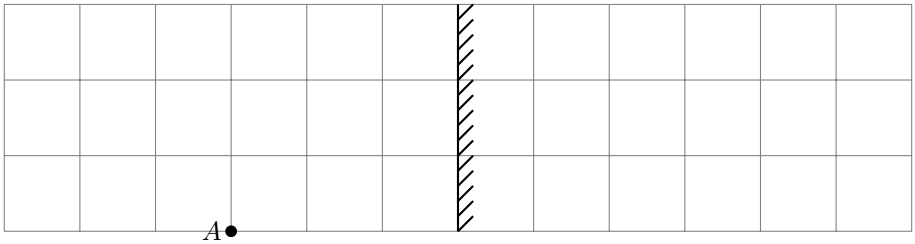
**Application :** Calculer l'angle de réfraction limite pour les interfaces air/eau, air/verre et eau/- verre.

# 3 Le miroir plan

On définit un miroir comme une surface entièrement réfléchissante. On suppose alors qu'on a pas de rayon réfracté.

## 3.1 Source ponctuelle

On considère une source ponctuelle $A$ et on trace le trajet d'au moins deux rayons :




## 3.2 Notion d'image

On remarque que le faisceau de rayon après réflexion est divergent. Si l'on place notre œil face au miroir, celui-ci va «positionner» l'image à l'intersection de ces rayons. Comme cette intersection n'existe pas, on prolonge les rayons en pointillé et l'image $A'$ est alors virtuelle.

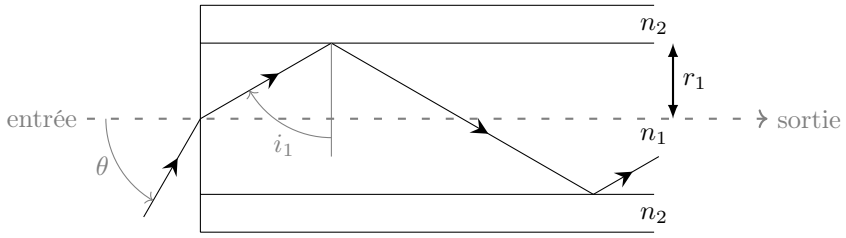
**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

L'image d'un point à travers un miroir est virtuelle, elle est le symétrique de ce point par rapport au miroir.

# 4 La fibre optique

## 4.1 Présentation

La fibre à saut d'indice est constituée d'une cœur cylindrique transparent de rayon $r_1$ et d'indice $n_1$ entouré par une gaine coaxiale également transparente, de rayon $r_2$ et d'indice $n_2$. Le but de la fibre optique est de guider les rayons lumineux tout en minimisant les pertes.



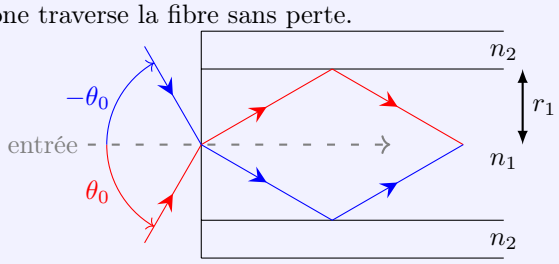
Pour une utilisation optimale

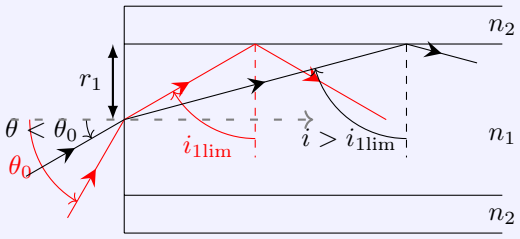
- il faut que les rayons à l'entrée de la fibre soient inclus dans un **cône d'acceptance** ;
- la **dispersion intermodale** ne brouille pas le signal.

## 4.2 Cône d'acceptance

**Démonstration à savoir refaire**

Le cône d'acceptance est caractérisé par le demi-angle $\theta_0$ au sommet tel que tous les rayons qui sont contenu dans ce cône traverse la fibre sans perte.




**Condition de propagation :**

## 4.3 Dispersion intermodale

**Démonstration à savoir refaire**

La dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice est définie par la différence de temps de parcours de la fibre entre le rayon le plus lent et le rayon le plus rapide : $\Delta t = t_{\max} - t_{\min}$

# Chapitre 2 : Lentilles minces

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **1.1. Formation des images** | |
| Conditions de l'approximation de Gauss. Stigmatisme. | Énoncer les conditions de l'approximation de Gauss et ses conséquences. Relier le stigmatisme approché aux caractéristiques d'un détecteur. |
| Lentilles minces dans l'approximation de Gauss. | Définir les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.<br>Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle.<br>Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton.<br>Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente. |

## Plan du chapitre

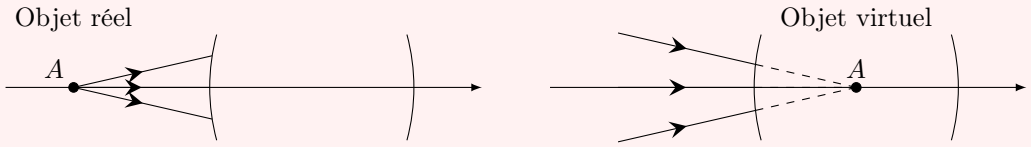

1 Formation d'une image . . . 9
1.1 Définitions . . . 9
1.2 Stigmatisme et conditions de Gauss . . . 9
2 Les lentilles minces . . . 10
2.1 Propriétés . . . 10
2.2 Constructions graphiques . . . 11
2.3 Relations de conjugaisons . . . 14


# 1 Formation d'une image

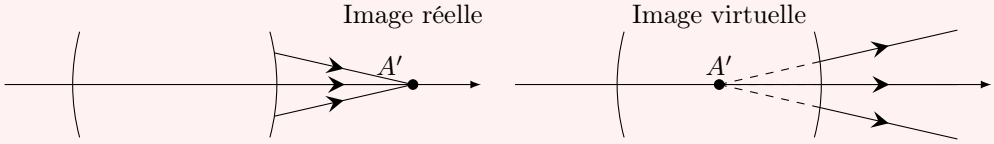
## 1.1 Définitions

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **système optique** un dispositif qui permet de modifier le trajet des rayons lumineux. Lorsque celui-ci possède un axe de révolution il est dit **centré**, l'axe de révolution est alors appelé **axe optique**, orienté dans le sens de la marche des rayons.
Une source ponctuelle placée devant un système optique est appelé **objet**. Si les rayons qui entrent dans le système optique sont divergent alors on dit que c'est un **objet réel**, sinon c'est un **objet virtuel**.



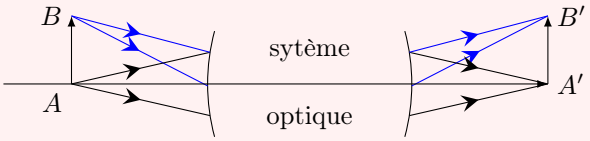

Les rayons émis par l'objet qui sont dévié à travers le système optique émergent en se rencontrant en un point appelé **image**. Si le faisceau de rayons émergent est convergent alors on dit que c'est une **image réelle**, sinon c'est une **image virtuelle**.




## 1.2 Stigmatisme et conditions de Gauss

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On qualifie un système optique de **stigmatique** si pour un point objet $A$, l'ensemble des rayons traversant le système optique concourent en un unique point image $A'$. On dit alors que $A$ et $A'$ sont **conjugués** par le système optique.
On qualifie un système optique d'**aplanétique** si pour un objet étendu $AB$ orthogonal à l'axe optique le système optique produit une image $A'B'$ orthogonale à l'axe optique.



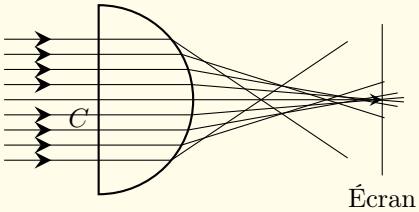

Le miroir plan est le seul système optique rigoureusement stigmatique et aplanétique.
Pour les autres systèmes optiques, on se place dans les **conditions de Gauss** :

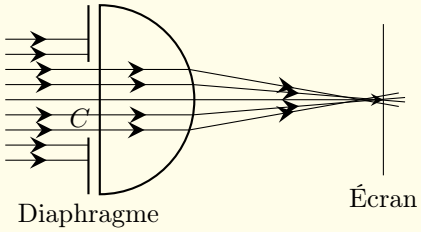
- Les rayons sont proches de l'axe optique ;
- L'angle entre les rayons et l'axe optique est faible.

Dans ces conditions on parle de rayons paraxiaux. Si un système optique est utilisé dans les conditions de Gauss, il peut être considéré comme stigmatique et aplanétique.

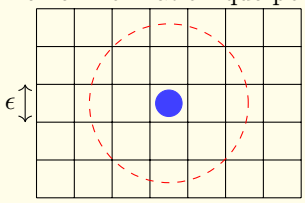
**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

En pratique les systèmes ne sont jamais parfaitement stigmatique et aplanétiques. Si on prend l'exemple d'une lentille demi-boule éclairée par un faisceau de rayon parallèle provenant d'un objet ponctuel situé à l'infini sur l'axe optique :



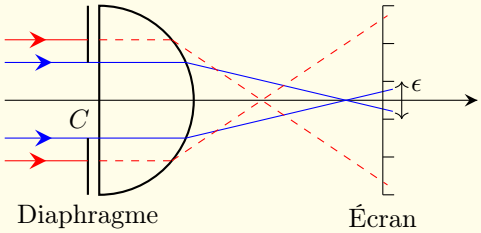




On voit que les rayons ne convergent pas tous sur un unique point. Le système n'est donc pas stigmatique et chaque point objet formera donc sur un écran une tâche lumineuse.
Plus les conditions de Gauss sont respectées, et plus la tâche lumineuse sur le récepteur sera petite. Tous les récepteurs sont composés de cellules élémentaires photo-sensibles qu'on considèrera carré de taille $\epsilon$. Les conditions de Gauss sont respectées si la tâche lumineuse sur le récepteur à un diamètre $d \leqslant \epsilon$, dans ce cas le récepteur obtient la même information que pour un système stigmatique.




Tâche lumineuse avec $d \leqslant \epsilon$

Tâche lumineuse avec $d > \epsilon$



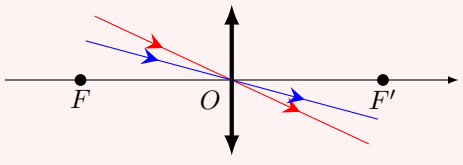

# 2 Les lentilles minces

## 2.1 Propriétés

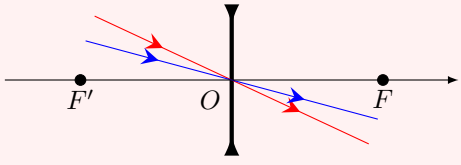
**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **lentille mince** un système optique composé d'un milieu transparent séparé par deux dioptres sphériques dont les rayons de courbures sont grands devant l'épaisseur de la lentille. On distingue les **lentilles convergentes** à bords minces des **lentilles divergentes** à bords épais.
On modélise une lentille par :

- **Centre optique** $O$ **:** Les rayons qui passent par le point $O$ ressortent avec le même angle par rapport à l'axe optique.



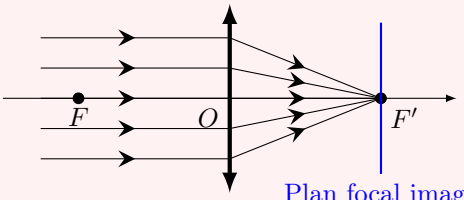

Lentille convergente

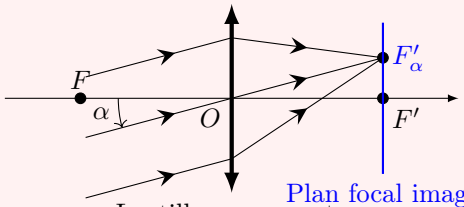


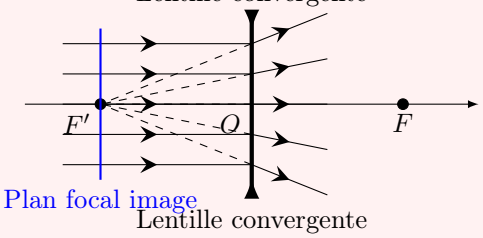

Lentille divergente

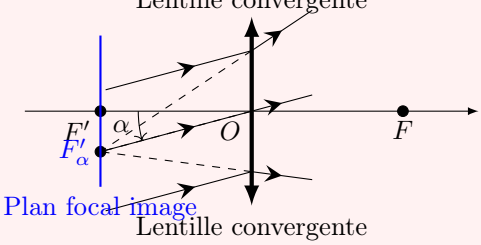
- **Foyer image** $F'$ **:** La position de l'image à travers $(S)$ d'un objet situé sur l'axe optique à l'infini (faisceau de rayons parallèle à l'axe optique). Le plan orthogonal à l'axe passant par $F'$ est appelé **plan focal image**. Par application de l'aplanétisme on définit alors les **foyer secondaire image** $F'_\alpha$ situé dans le plan focal

image, position de l'image d'un point situé à l'infini avec un faisceau de rayon parallèle à l'axe optique d'un angle $\alpha$.

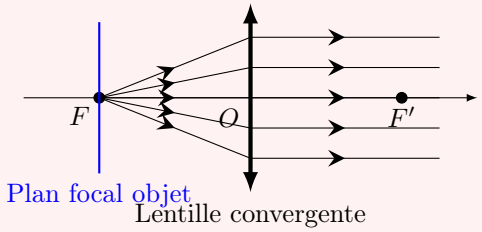


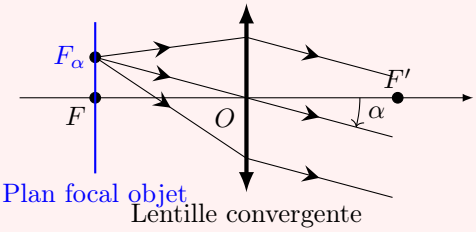




- **Foyer objet $F$ :** La position de l'objet situé sur l'axe optique qui donne une image à travers $(S)$ située sur l'axe optique à l'infini (faisceau de rayons parallèle à l'axe optique). Le plan orthogonal à l'axe passant par $F$ est appelé **plan focal objet**. Par application de l'aplanétisme on définit alors les **foyer secondaire objet** $F_\alpha$ situé dans le plan focal objet, position de l'objet d'un point qui donne une image à travers $(S)$ située à l'infini avec un faisceau de rayon parallèle à l'axe optique d'un angle $\alpha$.




**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit également la **distance focale image** d'une lentille $f' = \overline{OF'}$ et la **distance focale objet** d'une lentille $f = \overline{OF}$ avec $f = -f'$.
On définit la **vergence** comme l'inverse de la distance focale image, elle s'exprime en dioptrie notée $\delta$ homogène à l'inverse d'une longueur.

$$V = \frac{1}{f'}$$

Par définition on a :

- $f' > 0$ et $V > 0$ pour une lentille convergente ;
- $f' < 0$ et $V < 0$ pour une lentille divergente ;

On utilise rarement la distance focale objet, par abus de langage on parle de distance focale pour désigner la distance focale image $f'$.

## 2.2 Constructions graphiques

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

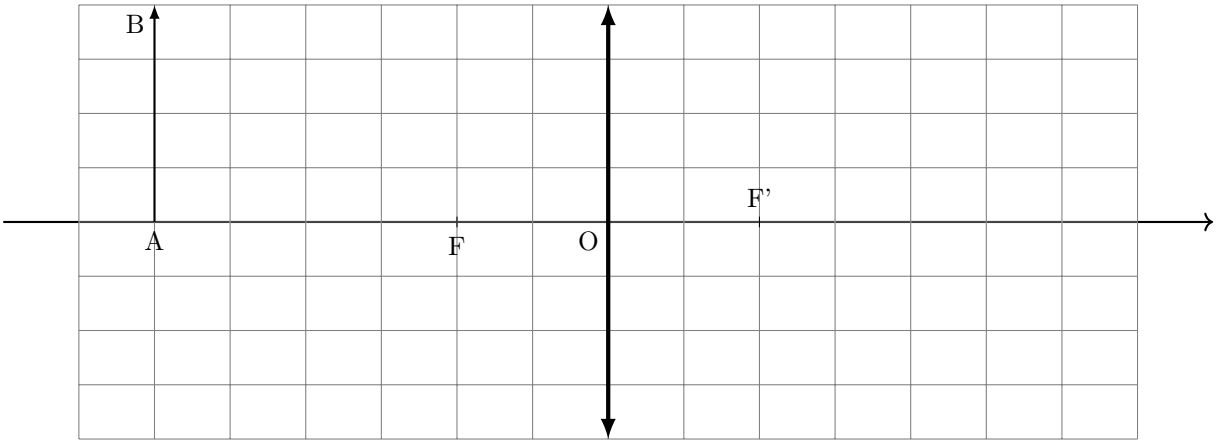
**Construction graphique des images :** Pour obtenir l'image $A'B'$ d'un objet $AB$ à travers une lentille (convergente ou divergente), on utilise trois rayons :

- Un rayon incident passant par $B$ et $O$ qui donne un rayon émergent passant par $O$ et $B'$ parallèle au rayon incident (pas dévié) ;
- Un rayon incident passant par $B$ et parallèle à l'axe optique qui donne un rayon émergent passant par $F'$ et $B'$ ;
- Un rayon incident passant par $B$ et $F$ qui donne un rayon émergent passant par $B'$ et parallèle à l'axe optique.

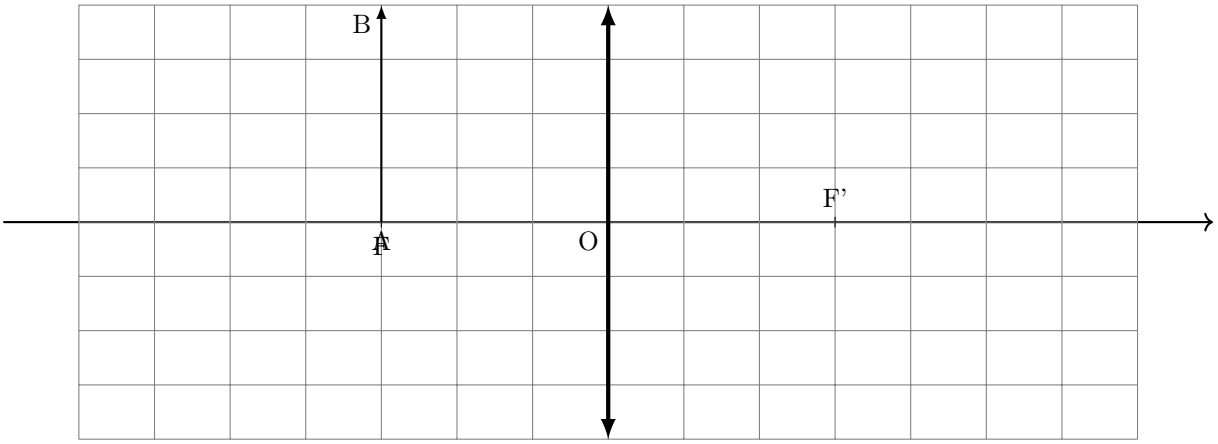
Deux rayons suffisent pour tracer $B'$, mais une infinité de rayons sont émis par $B$ pour former l'image $B'$. $A'$ est la projection de $B'$ sur l'axe optique car le système est aplanétique.

**Application :** Lentilles convergentes, construire l'image des objets $AB$ et donner la nature des images.

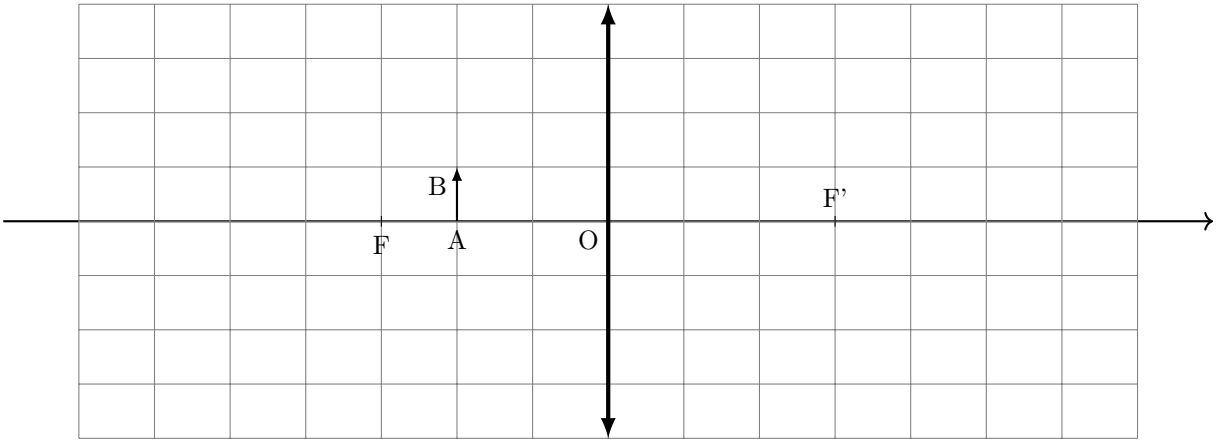
1. Objet réel situé avant le plan focal objet.



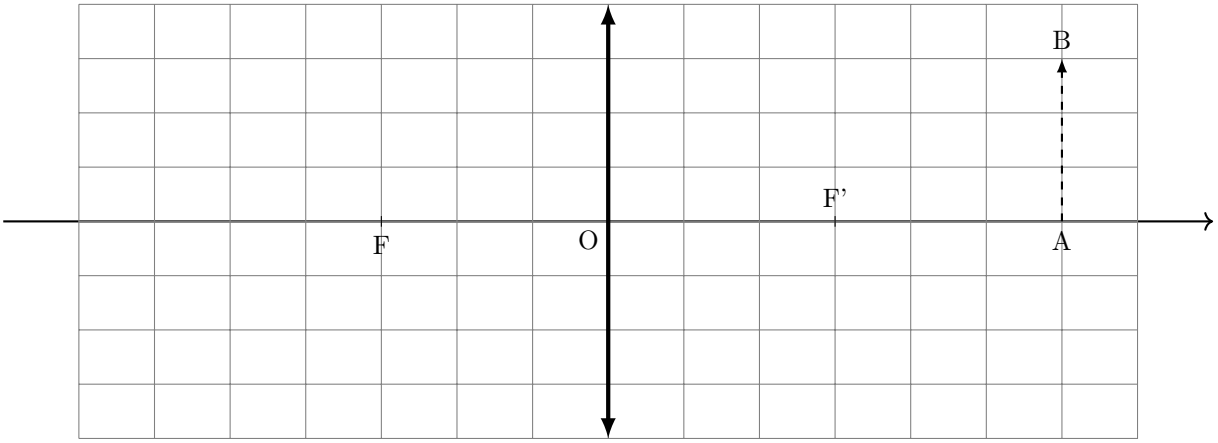

2. Objet réel situé dans le plan focal objet.




3. Objet réel situé entre le plan focal objet et la lentille.

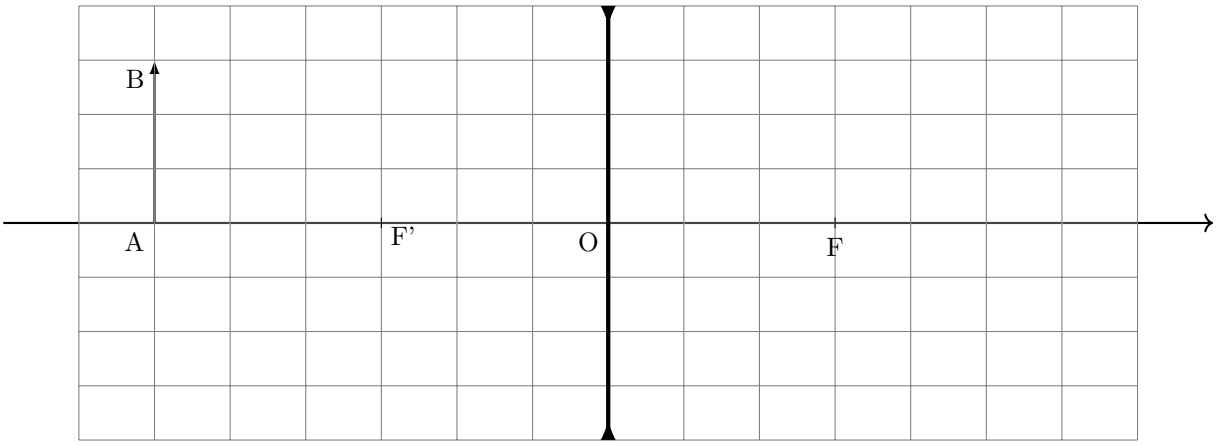



4. Objet virtuel.

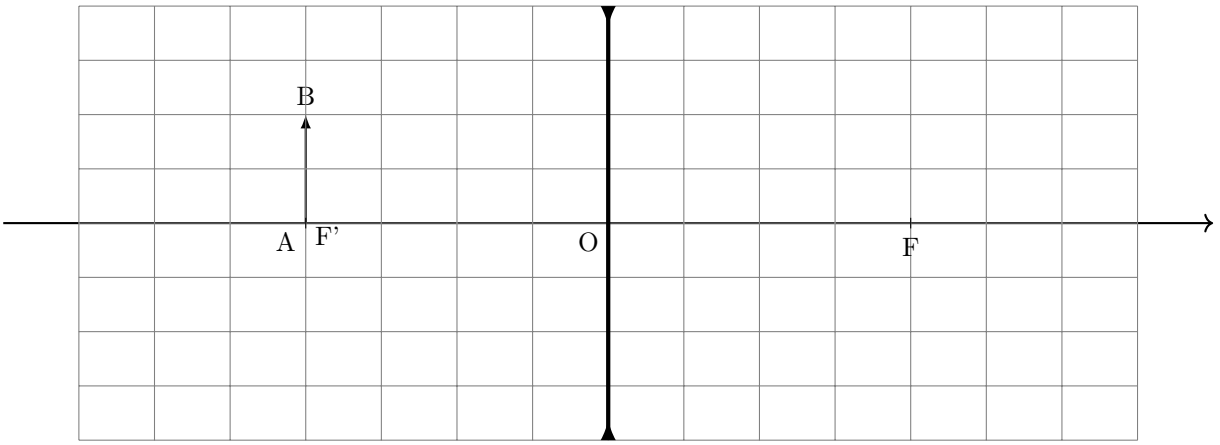


**Application :** Lentilles divergentes, construire l'image des objets $AB$ et donner la nature des images.

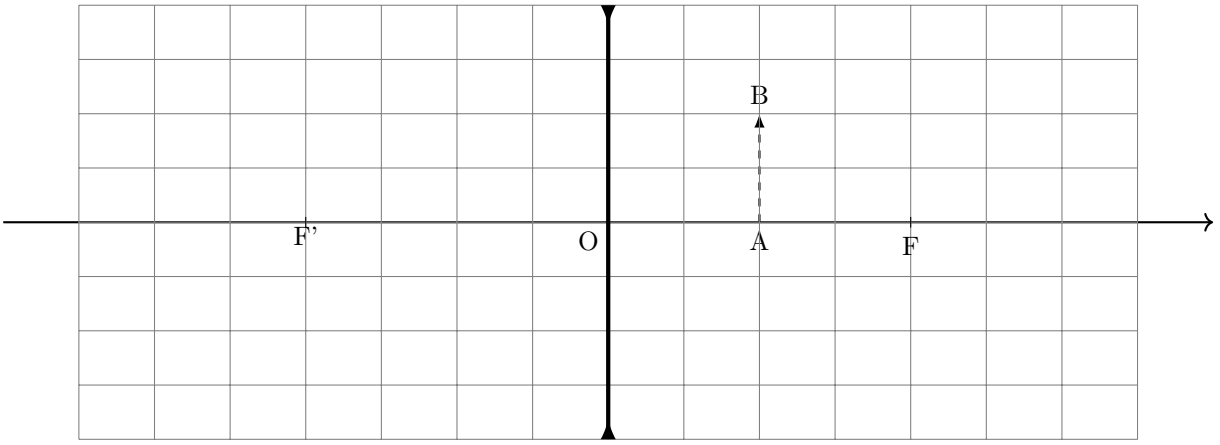
1. Objet réel.



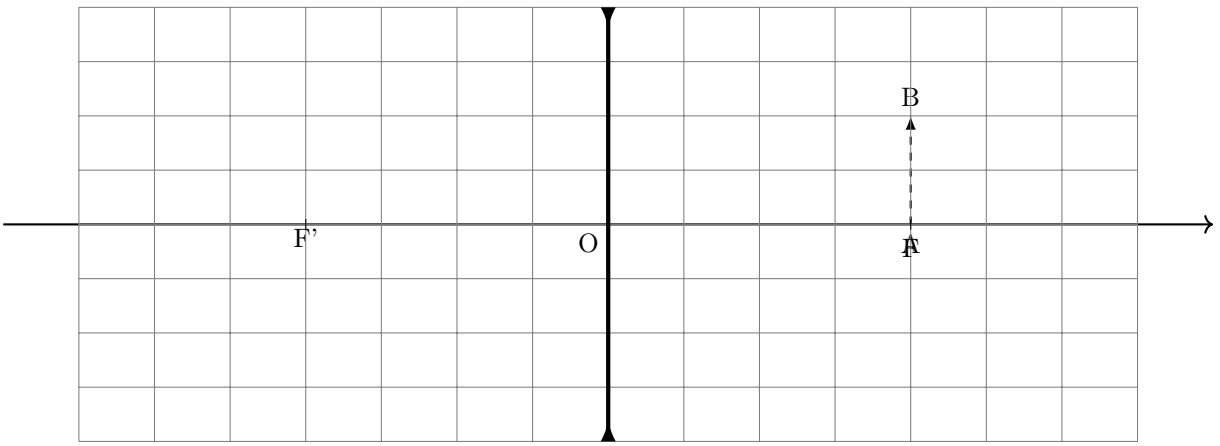

2. Objet réel situé dans le plan focal image.




3. Objet virtuel situé entre la lentille et le plan focal objet.




4. Objet virtuel dans le plan focal objet.



## 2.3 Relations de conjugaisons

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Pour un objet étendu $AB$ on appelle **grandissement** le rapport de la mesure algébrique $\overline{A'B'}$ de l'image par la mesure algébrique $\overline{AB}$ de l'objet :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Si $|\gamma| > 1$ l'image est agrandie, si $\gamma > 0$ l'image est droite.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

**Relations de conjugaison :**

**Grandissement :** $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

**Formule de Newton :** $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 = -f^2$

**Formule de Descartes :** $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$

**Application :** Une loupe est constituée d'une lentille convergente de focale $f' = 5\,\text{cm}$. On observe un objet étendu de $1\,\text{cm}$ situé à $3\,\text{cm}$.

1. Faire une construction à l'échelle. Déterminer graphiquement la position de l'image, sa taille et sa nature.
2. Retrouver sa position par deux calculs distincts avec les deux relations de conjugaison.
3. Retrouver le grandissement par le dessin et par le calcul.

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

L'œil ne peut observer directement qu'une image réelle lorsque celle-ci est projetée sur un écran, c'est-à-dire qu'un écran est à la position de l'image réelle.
On verra dans le prochain chapitre le fonctionnement de l'œil et comment utiliser des instruments pour observer des images qui pourront être situées à l'infini ou de naturelle virtuelle.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

**Condition de projection :** On considère un objet $AB$ dont on veut projeter l'image réelle $A'B'$ à travers une lentille de distance focale $f'$ sur un écran situé à une distance $D$ de $AB$. La projection est possible si :

$$D \geqslant 4f'$$

**Démonstration à savoir refaire**

**Condition de projection :**

# Chapitre 3 : Systèmes optiques

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **1.1. Formation des images** | |
| **Modèles de quelques dispositifs optiques**<br>L'œil.<br>Punctum proximum, punctum remotum. | Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur plan fixe.<br>Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation. |
| L'appareil photographique. | Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille et d'un capteur.<br>Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné.<br>**Étudier l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.** |

## Plan du chapitre


1 L'œil . . . 15
1.1 Modélisation . . . 15
1.2 Fonctionnement . . . 16
2 L'appareil photo . . . 17
2.1 Modélisation . . . 17
2.2 Profondeur de champ . . . 17
3 Systèmes à deux lentilles . . . 18
3.1 Instrument afocal . . . 18
3.2 Lentilles accolées . . . 18


# 1 L'œil

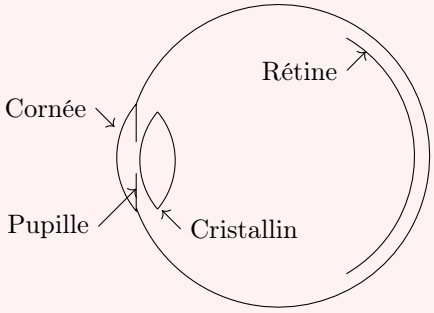
## 1.1 Modélisation

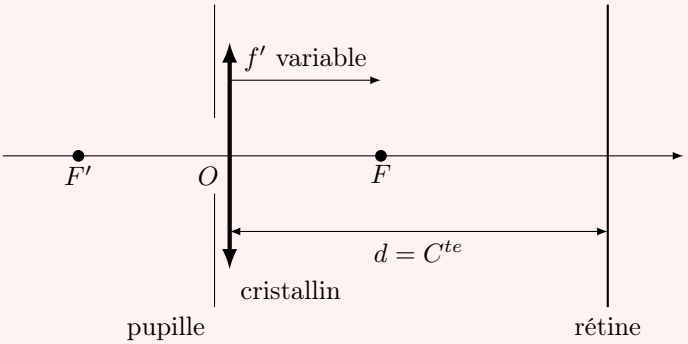
**Résultat ou définition à connaître par cœur**

L'**œil** est composé de différentes parties :

- L'iris composé d'une pupille dont le diamètre est variable (de 2 mm à 8 mm) $\Longleftrightarrow$ diaphragme ;
- Le cristallin est assimilable à une lentille convergente de distance focale image variable ;
- La rétine est constituée de cellules sensible à la lumière (cônes et bâtonnets) $\Longleftrightarrow$ Ecran.

On modélise l'œil par une lentille mince convergente variable formant une image sur un écran fixe :



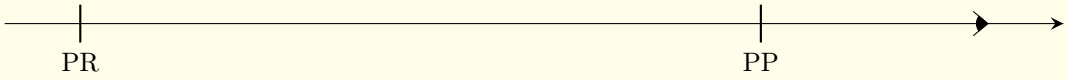



## 1.2 Fonctionnement

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

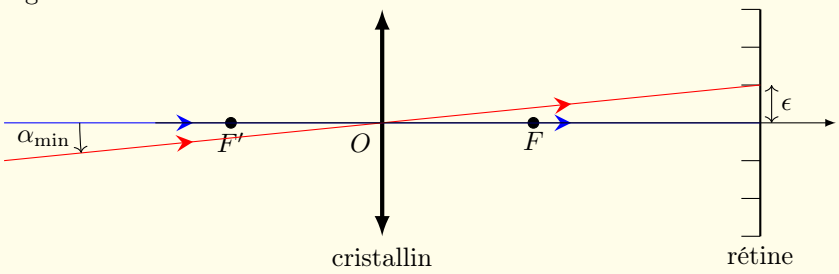
Le cristallin est une lentille convergente de vergence variable qui se déforme pour former l'image de l'objet observé sur la rétine. C'est l'**accomodation**.
On définit la **plage d'accomodation** comme la zone de l'espace ou l'œil peut accomoder pour former une image nette. Elle se situe entre :

- Le **punctum remotum** (PR) le point le plus loin que l'on peut voir net, on dit que l'œil est **au repos** ($f' = f'_{max}$) ;
- Le **punctum proximum** (PP) le point le plus proche que l'on peut voir net en accomodant ($f' = f'_{min}$).




**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

On définit la **limite de résolution angulaire** comme l'angle minimum entre deux rayons issus de deux objets pour pouvoir les distinguer sur la rétine.




La rétine est composée de cellules qui permettent de détecter l'intensité lumineuse ainsi que la couleur. Ces cellules possèdent une taille caractéristique qu'on nomme $\epsilon$. Si deux images se forment sur la même cellules, elle superpose celles-ci, donc pour distinguer deux images il faut qu'elles se forment sur deux cellules différentes et qu'elles soient distante de $\epsilon$ au minimum et donc les rayons arrivant dans l'œil doivent arriver avec un angle minimum entre eux. Ceci constitue la limite de résolution angulaire.

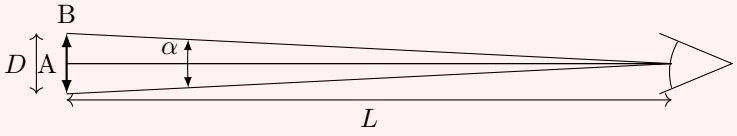
**Ordre de grandeur à retenir**

Pour un **œil sans défaut** :

- le PR est situé à l'infini $\Longrightarrow$ le foyer image du cristallin est situé sur la rétine.
- le PP est à environs 25 cm.
- le pouvoir de résolution $\alpha_0 \simeq 3 \times 10^{-4}$ rad.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **hauteur apparente** (ou **diamètre apparent**, etc.) d'un objet observé à l'œil l'angle formé par les rayons issus de ses deux extrémités.




**Résultat ou définition à connaître par cœur**

[Le grossissement] On définit le grossissement $G$ comme :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

avec $\alpha'$ le diamètre apparent de l'image vu par l'œil à travers un instrument d'optique, et $\alpha$ le diamètre apparent de l'objet vu directement par l'œil.

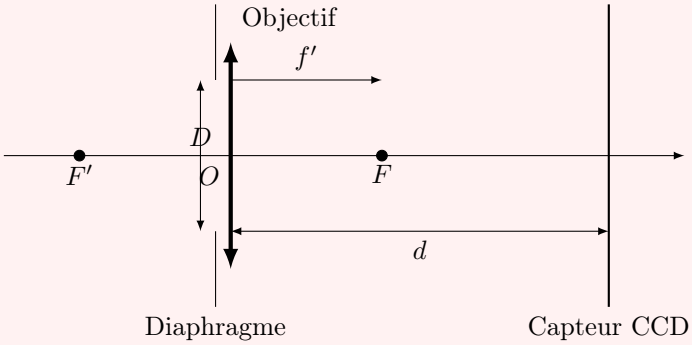
# 2 L'appareil photo

## 2.1 Modélisation

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

[Modélisation] Un **appareil photo** est constitué :

- D'un objectif, modélisé par une lentille convergente de distance focale $f'$ ;
- D'un diaphragme, ouverture de forme circulaire de diamètre $D$ réglable situé juste devant la lentille ;
- D'un capteur CCD modélisé par un écran situé à une distance $d$ réglable de la lentille.



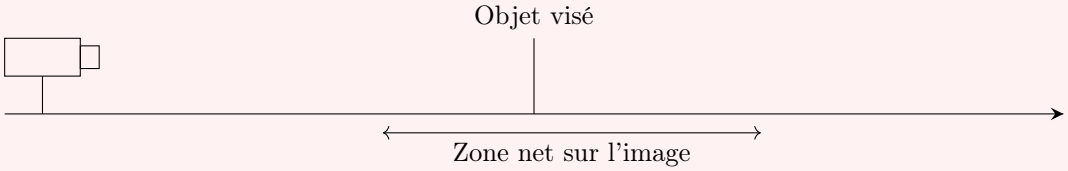

On appelle **mise au point** le fait de placer le capteur à la position de l'image tel que $\overline{OA'} = d$

**Application :** Pour un appareil photo avec un objectif de focale $f'$, préciser où placer le capteur pour photographier un objet situé à l'infini.

## 2.2 Profondeur de champ

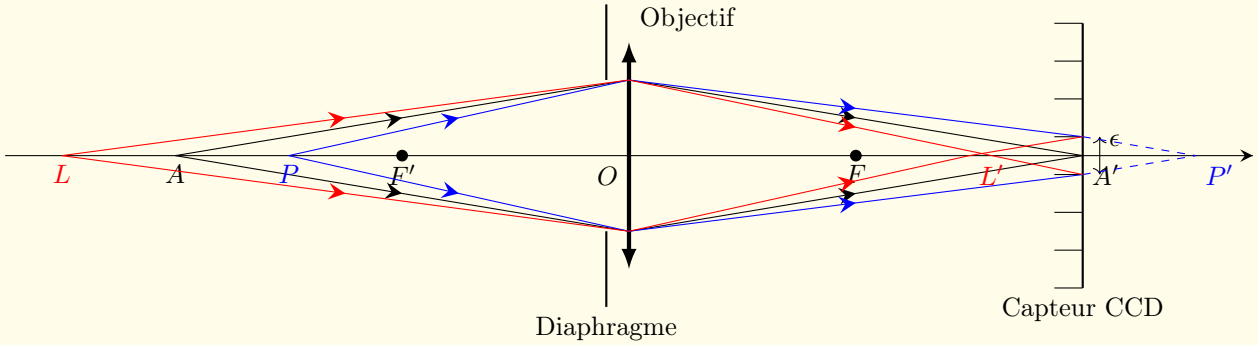
**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **profondeur de champ** la zone de l'espace de part et d'autre du sujet visé lors de la mise au point qui apparaît net sur l'image.




**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Le capteur d'un appareil photo possède des cellules de taille $\epsilon$ qui renvoie la même image que l'image formée sur la cellule soit ponctuelle ou sous forme de tâche lumineuse.
On en déduit que pour un réglage donné tel que $d = \overline{OA'}$ pour faire la mise au point d'un point objet $A$. On peut observer un point $P$ plus proche et un point $L$ plus loin tel que les faisceaux lumineux entrant dans l'objectif et convergeant en $P'$ et $L'$ forment une tâche lumineuse sur le capteur de diamètre infèrieur à $\epsilon$.




On peut alors voir net sur l'image renvoyée par le capteur l'ensemble des objet situés entre $P$ et $L$ ce qui constitue la profondeur de champ de l'appareil. Plus le diaphragme est ouvert, plus la profondeur de champ est réduite.

# 3 Systèmes à deux lentilles

## 3.1 Instrument afocal

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **système afocal**, un système optique qui possède pas de foyer, ceux-ci sont positionné en l'infini. Les instruments afocaux permettent d'observer des objets situés à l'infini avec un œil normal sans accomoder. Il est constitué :

- d'un objectif $\mathscr{L}_1$ de focale $f_1'$ qui est la lentille la plus proche de l'objet.
- d'un oculaire $\mathscr{L}_2$ de focale $f_2'$ qui est la lentille derrière laquelle on vient positionner notre œil.

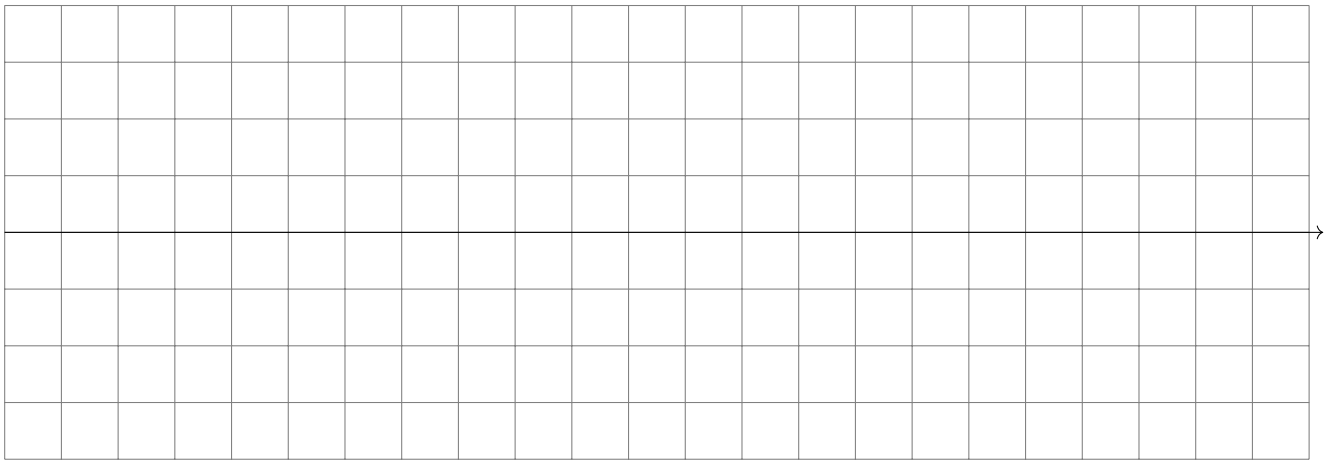
On note le fonctionnement : $A_\infty B_\infty \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A'_\infty B'_\infty$
avec $A_\infty B_\infty$ l'objet à l'infini, $A_1B_1$ qu'on appelle **image intermédiaire** et $A'_\infty B'_\infty$ qu'on appelle **image définitive**, située à l'infini.

**Démonstration à savoir refaire**

**Distance entre les deux lentilles :**

**Application :** La lunette est composée d'une lentille convergente $L_1$ de distance focale $f_1' = 60\,\text{cm}$ qui sert d'objectif. Ainsi que d'une lentille divergence $L_2$ de distance focale $f_2' = 20\,\text{cm}$ qui sert d'oculaire.

1. Faire un schéma de la lunette et tracer le marche de deux rayons issus d'un objet situé à l'infini à travers la lunette. Échelle conseillée : $10\,\text{cm} = 1\,\text{carreau}$
2. Exprimer le grossissement de la lunette en fonction de $f_1'$ et $f_2'$.



## 3.2 Lentilles accolées

**Application :** Montrer que deux lentilles accolées (on suppose que les deux centres sont confondus $O_1 = O_2 = O$) de focale $f_1'$ et $f_2'$ sont équivalente à une unique lentille de focale $f'$ à déterminer.

# Chapitre 4 : Molécules et solvants

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **4.2.1 Structure des entités chimiques** | |
| **Modèle de la liaison covalente**<br>Liaison covalente localisée.<br>Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion monoatomique ou d'un ion polyatomique pour les éléments des blocs $s$ et $p$. | Citer les ordres de grandeur de longueurs et d'énergies de liaisons covalentes.<br>Déterminer, pour les éléments des blocs s et p, le nombre d'électrons de valence d'un atome à partir de la position de l'élément dans le tableau périodique.<br>Établir un schéma de Lewis pertinent pour une molécule ou un ion.<br>Identifier les écarts à la règle de l'octet. |
| **Géométrie et polarité des entités chimiques**<br>Électronégativité : liaison polarisée, moment dipolaire, molécule polaire. | Associer qualitativement la géométrie d'une entité à une minimisation de son énergie.<br>Comparer les électronégativités de deux atomes à partir de données ou de leurs positions dans le tableau périodique.<br>Prévoir la polarisation d'une liaison à partir des électronégativités comparées des deux atomes mis en jeu.<br>Relier l'existence ou non d'un moment dipolaire permanent à la structure géométrique donnée d'une molécule.<br>Déterminer direction et sens du vecteur moment dipolaire d'une liaison ou d'une molécule de géométrie donnée. |
| **4.2.2 Relations structure des entités - propriétés physiques macroscopiques** | |
| **Interaction entre entités**<br>Interactions de van der Waals.<br>Liaison hydrogène ou interaction par pont hydrogène. | Citer les ordres de grandeur énergétiques des interactions de van der Waals et de liaisons hydrogène.<br>Interpréter l'évolution de températures de changement d'état de corps purs moléculaires à l'aide de l'existence d'interactions de van der Waals ou par pont hydrogène. |
| **Solubilité ; miscibilité.**<br>Grandeurs caractéristiques et propriétés de solvants moléculaires : moment dipolaire, permittivité relative, caractère protogène.<br>Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique. | Associer une propriété d'un solvant moléculaire à une ou des grandeurs caractéristiques.<br>Interpréter la miscibilité ou la non-miscibilité de deux solvants.<br>Interpréter la solubilité d'une espèce chimique moléculaire ou ionique. |

## Plan du chapitre


1 Atomes . . . 20
1.1 Composition . . . 20
1.2 Configuration électronique . . . 20
1.3 Tableau périodique . . . 20
2 Molécules . . . 21
2.1 Liaison covalente . . . 21
2.2 Charge formelle . . . 21
2.3 règles empiriques de stabilité . . . 22
2.4 Schéma de Lewis . . . 22
3 Polarité . . . 23
3.1 Polarisation d'une liaison . . . 23
3.2 Moment dipolaire . . . 23
4 Forces intermoléculaires . . . 24
4.1 Les différentes intéractions . . . 24
4.2 Changement d'état . . . 24
4.3 Les solvants moléculaires . . . 24

# 1 Atomes

## 1.1 Composition

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Un **atome** que l'on note ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ est constitué de :

- $Z$ protons dans le noyau. $Z$ est appelé numéro atomique, s'il change l'atome devient un **élément chimique différent**.
- $Z$ électrons autour du noyau. L'atome est neutre, s'il perd ou gagne des électrons il devient un **ion** du même élément chimique.
- $A$ le nombre total de nucléons. $A$ est aussi appelé **nombre de masse**.
- $N = A - Z$ le nombre de neutrons dans le noyau, s'il change l'atome devient un **isotope différent**.

**Application :** Décrire les atomes ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ et ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$.

## 1.2 Configuration électronique

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **configuration électronique** la répartition des électrons sont répartis dans des couches électroniques associées à un nombre entier $n$ qui se déclinent en sous-couches associées à des lettres $s$, $p$, $d$, etc.
On retiendra que pour un atome dans son état fondamental :

- Une sous-couche $s$ contient au maximum deux électrons, une sous-couche $p$ au maximum six électrons et une sous-couche $d$ au maximum dix électrons ;
- Toutes les sous-couches doivent être pleines avant d'en remplir une nouvelle ;
- L'ordre de remplissage des sous-couche est le suivant :

$$\underbrace{1s}_{\text{ligne 1}} \longrightarrow \underbrace{2s \to 2p}_{\text{ligne 2}} \longrightarrow \underbrace{3s \to 3p}_{\text{ligne 3}} \longrightarrow \underbrace{4s \to 3d \to 4p}_{\text{ligne 4}}$$

On distingue :

- Les **électrons de valence** qui sont moins liés au noyau : occupant les orbitales de nombre quantique principal $n$ le plus élevé et/ou les sous-couches incomplètes.
- Les **électrons de cœur** qui sont solidement liés au noyau : occupant les autres sous-couches.

**Application :** Donner les configuration électronique des atomes suivants ${}_{6}\mathrm{C}$, ${}_{8}\mathrm{O}$, ${}_{16}\mathrm{S}$, ${}_{10}\mathrm{Ne}$ et ${}_{3}\mathrm{Li}$. Indiquer quelles sont les sous-couches de valence et le nombre d'électrons de valence.

## 1.3 Tableau périodique

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Le tableau périodique permet de ranger les différents éléments en fonctions de leurs propriétés, les atomes sont rangés par **familles** qui correspondent aux colonnes et on appelle les lignes les **périodes**. Vous devez retenir les trois premières lignes du tableau, voici deux phrases mnémotechniques :

- deuxième ligne : «**Li**li **Ber**çait **B**oris **C**hez **N**otre **O**ncle **F**rançois **Ne**stor.»
- Troisième ligne : «**Na**poléon **Mang**ea **Al**lègrement **Si**x **P**oulets **S**ans **Cl**aquer d'**Ar**gent.»

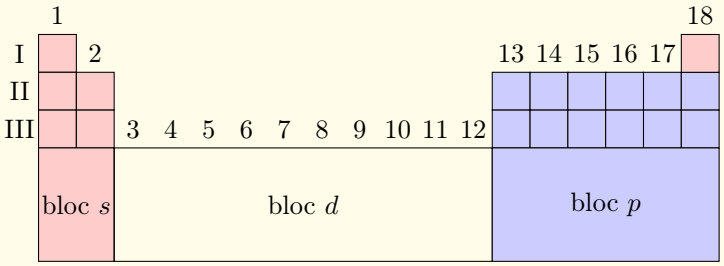
La première ligne étant bien entendu composé de l'hydrogène tout à gauche et de l'hélium tout à droite.

| | 1 | 2 | Z X | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 1 H | | | | | | | | 2 He |
| II | 3 Li | 4 Be | | 5 B | 6 C | 7 N | 8 O | 9 F | 10 Ne |
| III | 11 Na | 12 Mg | | 13 Al | 14 Si | 15 P | 16 S | 17 Cl | 18 Ar |

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Dans le tableau périodique tous les éléments d'une même ligne ont la même couche $n$ en cours de remplissage.
Les éléments sont rangés par famille, deux éléments d'une même colonne auront la même structure de valence, c'est-à-dire même nombre d'électron de valence et rangé dans des sous-couches de même type.
Pour un élément, on peut donc déduire de sa position dans le tableau périodique le nombre d'électron de valence.
On distingue alors des blocs :

- le bloc $s$ qui constitue les deux premières colonnes plus les deux premiers éléments H et He ;
- le bloc $p$ qui constitue les 6 dernières colonnes ;
- le bloc $d$ qui constitue les 10 colonnes entre le bloc $s$ et le bloc $p$ à partir de la 4$^{e}$ ligne ;
- le bloc $f$ qui constitue les 14 colonnes entre le bloc $s$ et le bloc $d$ à partir de la 6$^{e}$ ligne.




**Exception :** l'hélium qui devrait appartenir au bloc $s$ est rangé dans la famille des gaz noble, c'est-à-dire les éléments dont toutes les couches sont pleines.

**Application :**

- Le sodium est situé à la période III dans la première colonne du bloc $s$ :
- L'oxygène est situé à la période II dans la quatrième colonne du bloc $p$ :
- Le vanadium est à la période IV dans la troisième colonne du bloc $d$ :

# 2 Molécules

## 2.1 Liaison covalente

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Une **liaison covalente** entre deux atomes résulte de la mise en commun de deux électrons de valence. Les électrons forment alors un **doublet liant** entre les deux atomes. Les électrons semblent appartenir aux deux atomes à la fois.
La liaison est dite **simple** si elle est constituée d'un seul doublet liant, elle peut être **double** si elle est constituée de deux doublets liants ou **triple**.
Les électrons de valences restant de chaque atome forment des **doublets non liants** qui sont localisés autour de l'atome auquel il appartient.

**Ordre de grandeur à retenir**

On donne l'ordre de grandeur de l'énergie molaire d'une liaison covalente ainsi que la distance entre deux atomes lié par liaison covalente :

- $E_{\text{cov}} \sim 100\,\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ à $1000\,\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- $d_{\text{cov}} \sim 100\,\text{pm}$

## 2.2 Charge formelle

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Pour former un doublet, ou bien chaque atome apporte un électron, ou bien un atome apporte seul les deux électrons. On définit la **charge formelle** comme la différence entre le nombre d'électron de valence apporté par l'atome et le nombre d'électron autour de l'atome en comptant pour moitié les électrons mis en jeu dans un doublet liant.

## 2.3 règles empiriques de stabilité

**Remarque :** Les liaisons covalentes se forment entre éléments du bloc $p$ et éventuellement l'hydrogène. Les règles qui suivent ne sont donc pas à appliquer à d'autres éléments.

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Lors de la formation de molécules, chaque atome tend à former des liaisons pour se rapprocher de la configuration électronique du gaz noble qui le suit.
**Conséquence pour la première période (règle du duet) :** l'hydrogène s'entoure de deux électrons qui forment un doublet.
**Conséquence pour la deuxième période (règle de l'octet) :** les éléments de la deuxième période tendent à s'entourer de huit électrons de valence, soit quatre doublets.
**Conséquence pour la troisième période (hypervalence) :** Les éléments de la troisième période peuvent respecter la règle de l'octet mais dans certains cas, les électrons de la sous-couche $d$ peuvent intervenir dans la formation de liaisons, l'atome est dit **hypervalent**.
**Exception pour les composé électrodéficients :** Lorsqu'un atome ne peut pas s'entourer d'un octet d'électrons, il est qualifié d'électrodéficient. Il est schématisé avec une lacune électronique symbolisée par un rectangle vide.

## 2.4 Schéma de Lewis

**Remarque :** Le schéma de Lewis est une représentation de la répartition des doublets au sein d'un édifice. Il n'indique en rien la géométrie de l'édifice en question.

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Sur votre copie il est primordial de faire apparaître le décompte du nombre de doublets ainsi que le schéma juste, la recherche se passe au brouillon.
On considère souvent un atome centrale, dont l'atome est souvent le premier nommé dans la formule chimique :

- compter le nombre d'électrons de valence et en déduire le nombre de doublet à distribuer, si vous trouvez un demi-entier, recomptez !
- représenter le squelette de l'édifice en plaçant l'atome au centrale au centre que vous reliez à tous les atomes périphériques par un doublet liant :
  → si l'atome central vérifie déjà la règle de l'octet, lier des atomes d'hydrogènes aux atomes périphériques pour libérer l'atome central.
- compléter avec les doublets non liants :
  → s'il manque des doublets sur les atomes périphériques : déplacer un atome d'hydrogène pour le lier à cet atome.
  → s'il manque des doublets sur l'atome central, déplacer un doublet non-liant d'un atome périphérique pour former une liaison multiple avec l'atome central.
- Compter les charges formelles de chaque atome ;
- **Tout Vérifier !**
  → Le nombre total de doublets ;
  → La règle de l'octet ou du duet, ceux de la troisième période peuvent être hypervalent ;
  → La somme des charges formelles doit être égale à la charge de l'édifice ;
  → Un schéma qui satisfait au règles précédentes est compté comme juste, la structure la plus stable est celle qui possède le moins de charge formelle.

Ne surtout pas utiliser les schémas de Lewis d'atomes que vous assemblez comme des légos, cette méthode ne marche pas dès qu'il y a des charges formelles !
Dans les très rares cas où le nombre d'électrons est impair, l'édifice est un **radical**, un atome possède alors un **électron célibataire**.

**Application :** Réprésenter les schéma de Lewis des molécules du dioxyde de carbone $CO_2$, du tétrafluorure de soufre $SF_4$, du méthanal $CH_2O$, $SOCl_2$, CO et NO

**Application :** Réprésenter les schéma de Lewis des ions hypochlorite $ClO^-$, oxonium $H_3O^+$, nitrate $NO_3^-$ et hydrogénocarbonate $HCO_3^-$.

# 3 Polarité

## 3.1 Polarisation d'une liaison

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Lorsque deux atomes d'éléments chimiques différents sont en liaison covalente, les électrons de valences ne restent pas répartis équitablement entre les deux atomes. Ils sont plus attirés par l'un ou par l'autre des deux atomes, ce qui crée un déséquilibre des charges au niveau de chaque atome. On dit alors que la liaison est polarisée :

$$\overset{\delta-}{\mathrm{A}}-\overset{\delta+}{\mathrm{B}}$$

L'**électronégativité** $\chi$ d'un élément chimique A quantifie sa propension à s'approprier les électrons d'une liaison covalente qui le lie à B. Ici $\chi_A > \chi_B$ car le nuage électronique est plus proche de A que de B.
L'électronégativité $\chi$ augmente si l'on se déplace dans la classification périodique de la gauche vers la droite ou du bas vers le haut. L'élément le plus électronégatif est le fluor F.
**Exemple à retenir :**

- une liaison impliquant un halogène ou un oxygène est presque toujours polarisée ;
- une liaison impliquant un azote est souvent polarisée mais pas toujours ;
- une liaison C–H n'est jamais polarisée ;

## 3.2 Moment dipolaire

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On considère une liaison AB polarisée, on définit le vecteur **moment dipolaire** $\overrightarrow{p}$ :

$$\overset{\delta-}{\mathrm{A}}-\overset{\delta+}{\mathrm{B}} \qquad \text{avec } \overrightarrow{p} = \delta e \times \overrightarrow{AB} \qquad \text{de norme } \|\overrightarrow{p}\| = \delta e d_{AB}$$

où $\overrightarrow{p}$ est orienté de la charge négative vers la charge positive (ici de $A$ vers $B$) $d_{AB}$ est la longueur de la liaison AB, $\delta$ est le **pourcentage d'ionicité** de la liaison et $\delta \times e$ représente la charge partielle en coulomb.
L'unité S.I. du moment dipolaire est le C·m. Cependant, on utilise beaucoup le Debye (D) : $1\,\mathrm{D} = 3{,}33 \times 10^{-30}\,\mathrm{C\cdot m}$

**Application :** Représenter et estimer l'ordre de grandeur du moment dipolaire de la liaison H–Cl, de longueur $l \simeq 125\,\mathrm{pm}$ et de pourcentage ionique $\delta \simeq 20\%$.

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

La géométrie d'une molécule est celle qui minimise les forces de répulsion entre doublets d'électrons, les angles entre les doublets sont maximaux.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Le **moment dipolaire permanent** d'une molécule est égal à la somme vectorielle des moments dipolaires des liaisons covalentes polarisées de la molécules.
Si son moment dipolaire permanent est non nul alors la molécule est dite **polaire**, sinon elle est **apolaire**.

**Application :** Construire graphiquement le moment dipolaire du $CO_2$ et de l'eau.

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Une molécule possède deux autres type de moment dipolaire :

- Lorsque la molécule est en présence d'un ion ou d'une molécule polaire, alors elle possède un moment dipolaire induit.
- Lorsque sous l'effet de fluctuations elle possède un moment dipolaire qui est nul en moyenne tout en ayant un moment dipolaire instantané.

Ces deux effets sont plus important lorsque la molécule est dite polarisable. La polarisabilité d'une molécule est directement liée à sa taille.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

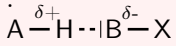
La capacité du nuage électronique d'une molécule à se déformer pour former un moment dipolaire induit est appelé **polarisabilité**. On considère que plus la molécule est «grande» plus elle est polarisable.

# 4 Forces intermoléculaires

## 4.1 Les différentes intéractions

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Les forces de **van der Waals** sont des interactions dipolaires attractives. L'intensité de l'interaction augmente avec la polarité et la polarisabilité des molécules.
Une **Liaison hydrogène** est une interaction attractive entre un atome d'hydrogène lié à un atome très électronégatif (azote ou oxygène) et un doublet non liant d'électrons porté par un atome électronégatif (oxygène, fluor ou azote). On représente cette liaison entre pointillé :




**Ordre de grandeur à retenir**

- Liaison covalente : $E_{\text{cov}} = 200\,\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ à $800\,\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Interaction VdW : $E_{\text{VdW}} = 1\,\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ à $5\,\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Liaison hydrogène : $E_{\text{H}} = 10\,\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ à $40\,\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

## 4.2 Changement d'état

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

On peut retenir qu'à chaque état de la matière, est associé à une intensité des interactions inter-moléculaires :

| État de la matière | Intensité des interactions |
|---|---|
| Solide | forte |
| Liquide | Intermédiaire |
| Gazeux | Faible |

On retiendra qu'entre deux composés, celui dont la température de changement d'état est la plus élevé est celui dont l'interaction intermoléculaire est la plus intense.

**Application :** Température d'ébullition de composés hydrogénés sous 1 bar

| Ligne | Colonne 14 | Colonne 16 |
|---|---|---|
| 2 | $CH_4$ ( $-161\,°C$) | $H_2O$ ($100\,°C$) |
| 3 | $SiH_4$ ($-112\,°C$ ) | $H_2S$ ($-60\,°C$) |
| 4 | $GeH_4$ ($-89\,°C$) | $H_2Se$ ($-41\,°C$) |
| 5 | $SnH_4$ ($-52\,°C$) | $H_2Te$ ($-1\,°C$) |

Le tableau ci-contre indique l'évolution de la température d'ébullition $T_{\text{éb}}$ de plusieurs molécules sous 1 bar. Ces molécules comptent un atome central entouré uniquement d'atomes d'hydrogène, et sont classés en fonction de la place de l'atome central dans le tableau périodique.

1. Interpréter l'évolution de $T_{\text{éb}}$ au sein de la colonne 14.
2. Interpréter l'évolution de $T_{\text{éb}}$ au sein de la colonne 16, en particulier l'anomalie de l'eau.
3. Interpréter la différente entre la colonne 14 et la colonne 16.

## 4.3 Les solvants moléculaires

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

L'opération consistant à regrouper en une même phase deux espèces chimiques initialement dans deux phases différentes est appelée :

- **dissolution** si les deux phases sont d'états physiques différents on parle alors de **solubilité** ;
- **mélange** si les deux phases sont de même état physique on parle alors de **miscibilité**.

Un solvant est caractérisé par :

- son moment dipolaire permanent ;
- son caractère protique ou aprotique (capacité à former des liaisons hydrogènes)
- sa permittivité relative : le pouvoir dispersant du solvant

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Qualitativement, un mélange ou une dissolution se fait efficacement lorsque le solvant et le soluté ont les mêmes propriétés à l'échelle moléculaire. Finalement, « qui se ressemble s'assemble ».

# Chapitre 5 : La réaction chimique

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **4.1.1 Description d'un système et de son évolution vers un état final** | |
| **Système physico-chimique.** Espèces physico-chimiques. | Recenser les espèces physico-chimiques présentes dans un système. |
| Corps purs et mélanges : concentration en quantité de matière, fraction molaire, pression partielle.<br>Composition d'un système physico-chimique | Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes. |
| Variables intensives et extensives. | Identifier le caractère extensif ou intensif d'une variable. |
| **Transformation chimique d'un système**<br>Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques. | Écrire l'équation de la réaction (ou des réactions) qui modélise(nt) une transformation chimique donnée. |

## Plan du chapitre


1 Système chimique . . . 25
1.1 Constituants . . . 25
1.2 Description d'une solution . . . 25
1.3 Description d'un mélange gazeux . . . 26
2 Transformation chimique . . . 26
2.1 Équation bilan . . . 26
2.2 Avancement de réaction . . . 27
2.3 Réaction totale . . . 27
3 Titrages . . . 28
3.1 Principe . . . 28
3.2 Aspect expérimental . . . 28
3.3 Suivi . . . 29
3.4 Titrages en deux étapes . . . 29


# 1 Système chimique

## 1.1 Constituants

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **corps pur** un système composé d'une seule espèce chimique.
On appelle **mélange** un système qui contient plusieurs espèces chimiques $A_i$.
On appelle **solution aqueuse** un mélange dans lequel $H_2O(l)$ est ultra-majoritaire et qu'on appelle le **solvant**.
Les autres espèces sont **dissoute** et appelées **solutés**.
On appelle **variables d'états**, les grandeurs qui permettent de décrire un système, elles sont de deux types :

- Une variable **extensive** est une variable qui dépend de la taille du système.
- Une variable **intensive** est une variable qui ne dépend pas de la taille du système.

## 1.2 Description d'une solution

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Dans une solution il faut :

- Recenser l'ensemble des espèces autre que $H_2O(l)$ présente en solution en précisant l'état physique ((g), (aq), (s), (l)) ;
- Quantifier la prépondérance de chaque constituant $A_i$ en calculant la quantité de matière $n_i$ ou la concentration molaire $c_i = \dfrac{n_i}{V}$ qu'on peut noter $[A_i]$

**Application :** Calculer la concentration des différents constituants d'une solution dans laquelle on a dissout 10 g de

NaCl. On donne les masses molaires : $M(\text{Na}) = 23\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $M(\text{Cl}) = 35\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

### 1.3 Description d'un mélange gazeux

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit un **gaz parfait** comme un gaz dont les variables d'état satisfont l'équation d'état des gaz parfait :

$$\boxed{pV = n_{\text{tot}}RT}$$

avec $p$ la pression du gaz en Pa ($1\,\text{bar}=1\times10^5\,\text{Pa}$), $V$ le volume en $\text{m}^3$, $n$ la quantité de matière de gaz toutes espèces confondues, la constante des gaz parfait $R$ et la température $T$ en K.
Dans un mélange gazeux ont définit la **pression partielle** $p(A_i)$ d'un constituant $A_i$ comme la pression qu'aurait le système si l'espèce était seule :

$$\boxed{p(A_i) = \frac{n_i RT}{V}}$$

Le mélange gazeux respecte la **loi de Dalton** : $\boxed{p(A_i) = x_i p}$ avec $\boxed{x_i = \frac{n_i}{n_{\text{tot}}}}$ qu'on appelle **fraction molaire**.

**Démonstration à savoir refaire**

**Loi de Dalton :**

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Dans un mélange gazeux il faut :

- Recenser l'ensemble des espèces présente en précisant l'état physique ;
- Quantifier la prépondérance de chaque constituant $A_i$ en calculant la quantité de matière $n_i$ ou la fraction molaire $x_i$ ou la pression partielle $p(A_i)$.

**Application :** Sachant qu'en première approximation, l'air est composé à 80% de $N_2$ et à 20% de $O_2$, déterminer la pression partielle ambiante de chaque gaz. On prendra comme pression ambiante $p = 1\,\text{bar}$.

## 2 Transformation chimique

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **transformation chimique** toute transformation où les atomes sont conservés mais sont réorganisés au sein de nouvelles molécules.

### 2.1 Équation bilan

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **équation bilan** l'équation qui traduit le bilan de la transformation chimique, elle peut s'écrire sous une de ces formes :

$$\text{réactifs} \longrightarrow \text{produits} \qquad \text{réactifs} = \text{produits} \qquad \text{réactifs} \rightleftharpoons \text{produits}$$

La réaction doit donc être équilibrée, on appelle **coefficient stœchiométrique** les coefficients $\nu_i$ devant chaque espèce $A_i$ permettant d'équilibrer le même nombre d'atomes de chaque éléments dans les réactifs et dans les produits. Par convention on le considère comme positif pour les produits et négatif pour les réactifs.

**Application :** Équilibrer les équations bilans suivante et donner les coefficients stœchiométriques algébriques.

1. ... $HCl(g)$ + ... $O_2(g)$ = ... $H_2O(g)$ + ... $Cl_2(g)$
2. ... $FeCl_3(g)$ = ... $Fe_2Cl_6(g)$
3. ... $Fe^{3+}(aq)$ + ... $Cu(s)$ = ... $Fe^{2+}(aq)$ + ... $Cu^{2+}(aq)$
4. ... $CH_4(g)$ + ... $H_2O(g)$ = ... $CO(g)$ + ... $H_2(g)$

## 2.2 Avancement de réaction

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit l'**avancement molaire** $\xi$ comme : $\boxed{\xi(t) = \dfrac{n_i(t) - n_i(t=0)}{\nu_i}}$

On définit l'**l'avancement volumique** $x$ comme : $\boxed{x = \dfrac{\xi}{V}}$

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Pour décrire le système au fur et à mesure de l'avancement de la réaction on dresse un **tableau d'avancement** :

→ Écrire l'équation bilan de la réaction ;

→ En dessous faire une première ligne du tableau avec la quantité de matière associée à chaque espèce (ne dépend pas des coefficients stœchiométriques) ;

→ En dessous faire une ligne du tableau avec la quantité de matière associée à chaque espèce à la fin de la réaction en fonction de l'avancement final de la réaction.

On peut dresser le tableau d'avancement en molaire (quantité de matière et avancement molaire) ou en volumique (concentration et avancement volumique)

**Application :** Dresser le tableau d'avancement pour la réaction suivante avec la même quantité de matière pour chaque réactif et aucun produit présent initialement.

| | $I_2(aq)$ + | $2S_2O_3^{2-}(aq)$ = | $2I^-(aq)$ + | $S_4O_4^{2-}(aq)$ |
|---|---|---|---|---|
| EI ($\xi = 0$) | | | | |
| EF ($\xi = \xi_f$) | | | | |

## 2.3 Réaction totale

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Une **réaction totale** est une réaction qui se poursuit jusqu'à épuisement d'au moins un réactif, le réactif épuisé est alors appelé **réactif limitant**. L'avancement final est alors égal à l'**avancement maximal** de la réaction que l'on note $\xi_{max}$.
Lorsque tous les réactifs sont réactifs limitants, on dit que les réactifs dans l'état initial sont en **proportion stœchiométrique**.

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Lorsqu'une réaction est totale :

→ Dresser le tableau d'avancement ;

→ Calculer l'avancement maximal en considérant successivement chaque réactif comme limitant ;

→ Garder le réactif limitant qui donne l'avancement le plus faible ;

→ Compléter la dernière ligne en remplaçant $\xi_{max}$ par sa valeur ;

**Application :** Établir une relation entre les quantités de matières pour que les réactifs soient en proportion stœchiométrique.

| | $I_2(aq)$ + | $2S_2O_3^{2-}(aq)$ = | $2I^-(aq)$ + | $S_4O_4^{2-}(aq)$ |
|---|---|---|---|---|
| EI ($\xi = 0$) | | | | |
| EF ($\xi = \xi_f$) | | | | |

Relation :

# 3 Titrages

## 3.1 Principe

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **titrage** la méthode qui consiste à déterminer la concentration molaire d'une espèce appelée espèce **titrée** dans une solution en la faisant réagir avec une solution contenant une espèce appelée **titrante** dont on connaît la concentration. La réaction entre les deux est appelée **réaction support du titrage** et celle-ci doit être :

- totale ;
- rapide ;
- unique ;

Lorsqu'on a introduit l'espèce titrante en proportion stœchiométrique avec l'espèce titrée, tous les réactifs sont consommés et a atteint ce qu'on appelle l'**l'équivalence** du titrage. L'équivalence se repère expérimentalement par :

- un changement de couleur de la solution ;
- un changement de couleur d'un indicateur coloré qu'on a introduit ;
- le suivi d'une grandeur physique dont on a tracé la courbe.

## 3.2 Aspect expérimental

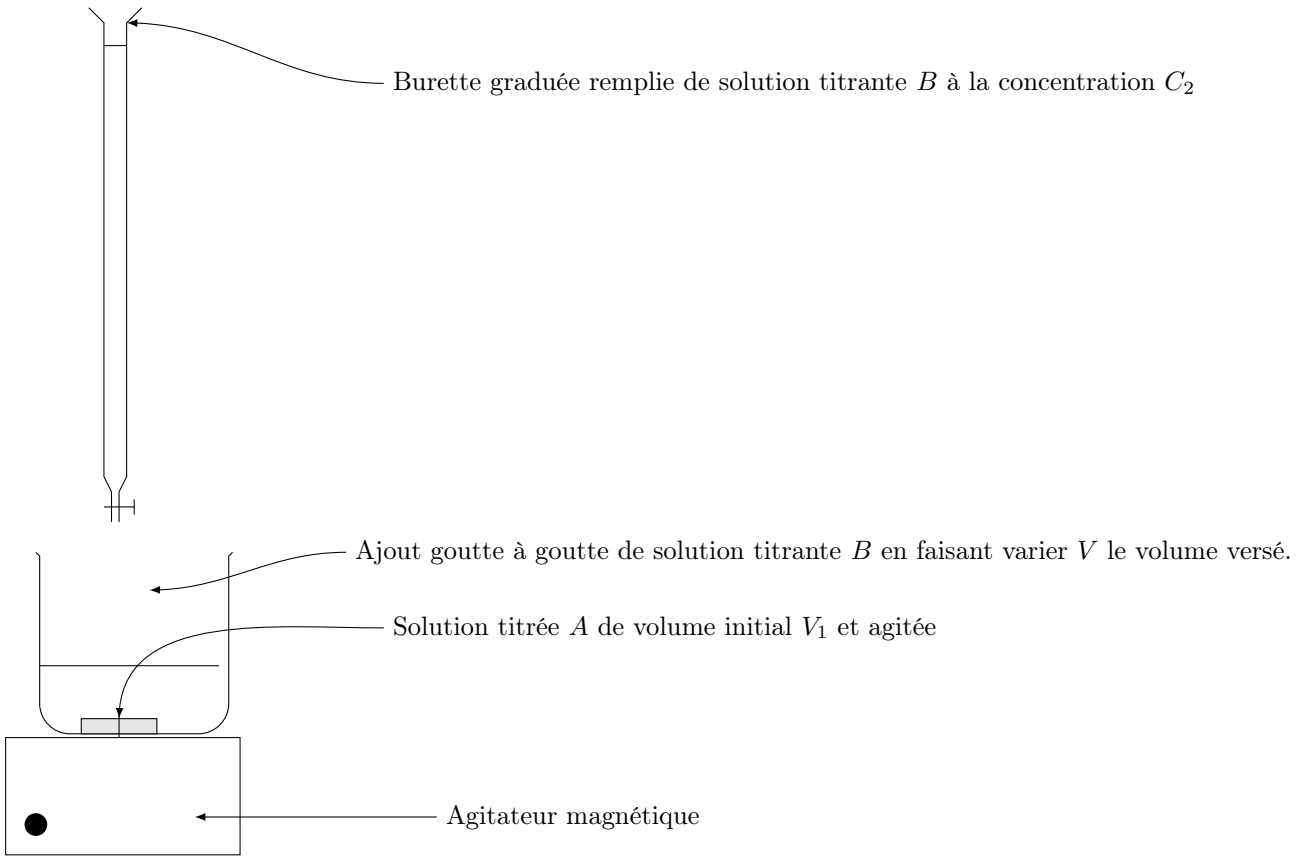
Le protocole expérimental est généralement le suivant :

→ On prélève un volume $V_1$ d'une solution contenant une espèce à titrer à la concentration inconnue qu'on note $C_1$ ;

→ On place le volume $V_1$ dans un bécher et on ajoute de l'eau distillée pour obtenir un volume suffisant ;

→ On rempli une burette graduée d'une solution contenant l'espèce titrante à la concentration $C_2$ ;

→ On verse goutte à goutte un volume $V$ de solution titrante et on cherche à repérer l'équivalence pour mesurer le volume versé à l'équivalence qu'on note $V_{\text{eq}}$.



## 3.3 Suivi

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Lorsqu'on réalise un titrage directe on cherche à établir un tableau d'avancement molaire qui dépend du volume $V$ de solution titrante versé :

→ Dresser un tableau d'avancement molaire classique avec la ligne de l'état initial et la ligne de l'état final en fonction de $\xi$.

→ Ajouter une ligne dans le cas où $V < V_{eq}$ lorsque le réactif titrant est réactif limitant : exprimer $\xi_f$ dans ce cas et remplacer le dans les expressions des quantités de matières de chaque constituant.

→ Ajouter une ligne dans le cas où $V > V_{eq}$ lorsque le réactif titré est réactif limitant : exprimer $\xi_f$ dans ce cas et remplacer le dans les expressions des quantités de matières de chaque constituant.

**Application :** Considérons le titrage du diiode $I_2$ par les ions thiosulfate $S_2O_6^{2-}$ :

- la solution titrée est une solution de diiode de concentration $C_0$ inconnue, dont on titre un prélèvement de volume $V_p$
- la solution titrante est une solution de thiosulfate de sodium ($2Na^+ + SO_2^-$) de concentration $C$ connue, versée progressivement à la burette.

1. Compléter le tableau d'avancement ci-dessous :

| Equation : | $I_2(aq)$ + | $2S_2O_3^{2-}(aq)$ ⟶ | $2I^-(aq)$ + | $S_4O_4^{2-}(aq)$ |
|---|---|---|---|---|
| Initial ($\xi = 0$) | | | | |
| Final ($\xi = \xi_f$) | | | | |
| $V < V_E$ ($\xi_f =$ ) | | | | |
| $V > V_E$ ($\xi_f =$ ) | | | | |

2. Exprimer la concentration cherchée $C_0$ en fonction du volume équivalent $V_E$ :

## 3.4 Titrages en deux étapes

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On cherche la concentration $C_A$ d'une solution. On considère une première réaction 5.1 :

$$A + B \text{ (en excès)} \longrightarrow C + ... \tag{5.1}$$

On appelle **titrage indirect** lorsque pour déterminer $C_A$ on procède au titrage du produit C formé à travers la réaction **??** :

$$C \text{ (formé)} + D \text{ (en excès)} \longrightarrow ... \tag{5.2}$$

On appelle **titrage en retour** lorsque pour déterminer $C_A$ on procède au titrage du restant de réactif B à travers la réaction 5.3 :

$$B \text{ (restant)} + D' \longrightarrow C + ... \tag{5.3}$$

**Application :** On fait réagir un volume $V_0$ d'une solution d'eau de Javel contenant des ions hypochlorite $ClO^-$ de concentration $C_0$ inconnue avec un excès d'iodure de potassium $I^-$. On dose ensuite le diiode formé au cours de la première réaction par une solution de thiosulfate de sodium de concentration $C$ connue.

1. Équilibrer la première réaction : ... $ClO^-(aq)$ + ... $I^-(aq)$ + ... $H^+(aq)$ = ... $Cl^-(aq)$ + ... $I_2(aq)$ + ... $H_2O(l)$
2. Équilibrer la seconde réaction : ... $I_2(aq)$ + ... $S_2O_3^{2-}(aq)$ = ... $I^-(aq)$ + ... $S_4O_6^{2-}(l)$
3. Écrire l'état final de la première réaction. Exprimer la quantité de diiode formé $n_0$ en fonction de $C_0$ et $V_0$.

4. Compléter le tableau d'avancement du titrage indirect :

| Equation : | ... $I_2(aq)$ | + ... $S_2O_3^{2-}(aq)$ | $\longrightarrow$ ... $I^-(aq)$ | + ... $S_4O_4^{2-}(aq)$ |
|---|---|---|---|---|
| Initial ($\xi = 0$) | | | | |
| Final ($\xi = \xi_f$) | | | | |
| $V < V_E$ ($\xi_f =$ ) | | | | |
| $V > V_E$ ($\xi_f =$ ) | | | | |

5. En déduire une relation entre $C_0$ et le volume équivalent $V_E$.

**Application :** On prélève un volume $V_0$ d'une solution contenant des ions $Ca^{2+}$ de concentration $C_0$ inconnue, que l'on fait réagir avec un volume $V'$s d'une solution d'oxalate d'ammonium ($NH_4^+ + C_2O_4^{2-}$) apportée en excès à la concentration $C'$, ce qui forme un précipité d'oxalate de calcium $CaC_2O_4(s)$. Après avoir éliminé le précipité par filtration, on titre l'excès d'ions ocalate restant dans le milieu par une solution de permanganate de potassium à la concentration $C$.

1. Équilibrer la première réaction : ... $Ca^{2+}(aq)$ + ... $C_2O_4^{2-}(aq)$ = ... $CaC_2O_4(s)$
2. Équilibrer la seconde réaction : ... $C_2O_4^{2-}(aq)$+ ... $MnO_4^-(aq)$ + ... $H^+(aq)$ = ... $Mn^{2+}(aq)$ + ... $CO_2(aq)$ + ... $H_2O(l)$
3. Écrire l'état final de la première réaction. Exprimer la quantité d'oxalate restant $n_r$ en fonction de $C_0$, $V_0$, $C'$ et $V'$.

4. Compléter le tableau d'avancement du titrage indirect :

| Equation : | ... $C_2O_4^{2-}(aq)$ | + ... $MnO_4^-(aq)$ | + ... $H^+(aq)$ | $\longrightarrow$ .. $Mn^{2+}(aq)$ | + $CO_2(aq)$ | + ... $H_2O(l)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Initial ($\xi = 0$) | | | excès | | | excès |
| Final ($\xi = \xi_f$) | | | excès | | | excès |
| $V < V_E$ ($\xi_f =$ ) | | | excès | | | excès |
| $V > V_E$ ($\xi_f =$ ) | | | excès | | | excès |

5. En déduire une relation entre $C_0$ et le volume équivalent $V_E$

# Chapitre 6 : Cinétique chimique

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **4.1.2 Évolution temporelle d'un système chimique** | |
| **Cinétique en réacteur fermé de composition uniforme**<br>Vitesses de consommation d'un réactif et de formation d'un produit.<br>Vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique supposée sans accumulation d'intermédiaires. | Relier la vitesse de réaction, dans les cas où elle est définie, à la vitesse de consommation d'un réactif ou de formation d'un produit. |
| Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent.<br>Temps de demi-vie d'un réactif, temps de demi- réaction. | Exprimer la loi de vitesse si la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée.<br>Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode numérique ou graphique. Déterminer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi- réaction.<br>Confirmer la valeur d'un ordre par la méthode intégrale, en se limitant strictement à une décomposition d'ordre 0, 1 ou 2 d'un unique réactif, ou se ramenant à un tel cas par dégénérescence de l'ordre ou conditions initiales stœchiométriques.<br>**Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.** |
| Loi d'Arrhenius ; énergie d'activation. | Déterminer la valeur de l'énergie d'activation d'une réaction chimique à partir de valeurs de la constante cinétique à différentes températures.<br>**Déterminer l'énergie d'activation d'une réaction chimique**. |

## Plan du chapitre


1 Vitesse de réaction . . . 32
1.1 Vitesse volumique de la réaction . . . 32
1.2 Vitesse de formation ou consommation . . . 32
1.3 Facteurs cinétiques . . . 32
2 Lois de vitesse . . . 33
2.1 Lois de vitesse avec ordre . . . 33
2.2 Loi d'Arrhénius . . . 33
2.3 Exemples de cinétiques de décomposition . . . 33
3 Méthodes expérimentales . . . 34
3.1 Ordre apparent global . . . 34
3.2 Ordre apparent partiel . . . 35
3.3 Suivi conductimétrique . . . 35
3.4 Suivi spectrophotométrique . . . 35
4 Analyse des données . . . 36
4.1 Méthode intégrale . . . 36
4.2 Méthode des temps de demi-réaction . . . 37
4.3 Méthode différentielle . . . 38

# 1 Vitesse de réaction

## 1.1 Vitesse volumique de la réaction

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit la **vitesse volumique de la réaction** :

$$v_{\mathrm{r}} = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

avec $x = \dfrac{\xi}{V}$ l'avancement volumique de la réaction. L'unité de la vitesse est : $\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

**Démonstration à savoir refaire**

**Relation entre vitesse de réaction et concentration :**

## 1.2 Vitesse de formation ou consommation

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Considérons un système fermé dans lequel se produit une transformation chimique à volume constant, caractérisée par la réaction d'équation bilan :

$$\alpha\mathrm{A}_1 + \beta\mathrm{A}_2 \rightarrow \gamma\mathrm{A}_3 + \delta\mathrm{A}_4$$

A et B représentent les réactifs, et C et D sont les produits.
On définit la vitesse de disparition des réactifs :

$$v(A_1) = -\frac{\mathrm{d}\left[\mathrm{A}_1\right]}{\mathrm{d}t} \text{ et } v(A_2) = -\frac{\mathrm{d}\left[\mathrm{A}_2\right]}{\mathrm{d}t}$$

On définit la vitesse de formation des produits :

$$v(A_2) = \frac{\mathrm{d}\left[\mathrm{A}_3\right]}{\mathrm{d}t} \text{ et } v(A_4) = \frac{\mathrm{d}\left[\mathrm{A}_4\right]}{\mathrm{d}t}$$

## 1.3 Facteurs cinétiques

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

La vitesse volumique de la réaction dépend de :

- La concentration : en général, lorsque la concentration des réactifs augmente, la vitesse augmente.
- La température : en général, lorsque la température augmente, la vitesse augmente.
- Présence d'un **catalyseur** : un catalyseur modifie le mécanisme réactionnel miscroscopique mais pas l'état final. Il n'intervient pas dans l'équation bilan mais il accélère la réaction.

# 2 Lois de vitesse

## 2.1 Lois de vitesse avec ordre

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Lorsqu'une réaction chimique de la forme :

$$\alpha \mathrm{A} + \beta \mathrm{B} \rightarrow \text{ Produits}$$

On dit qu'elle admet un **ordre de réaction** si sa loi de vitesse peut s'écrire :

$$v_\mathrm{r} = k \times [\mathrm{A}]^p \times [\mathrm{B}]^q$$

avec $p$ et $q$ les ordres partiels liés aux réactifs $A$ et $B$ et $k$ la constante des vitesse qui ne dépend que de la température et dont l'unité dépend de l'ordre de la réaction. **L'ordre global** de la réaction est noté $n = p + q$. Sinon on dit que la réaction est **sans ordre**.

**Remarque**

- Les ordres partiels ne sont à priori pas égaux aux coefficients stœchiométriques de l'équation. Il faut partir du principe qu'ils seront différents.
- toutes les réactions n'admettent pas forcément d'ordre. Certaines réactions possèdent des modélisations plus complexes n'intégrant pas le notion d'ordre de réaction.
- La dimension de la constante de vitesse dépend de l'ordre global de la réaction.

**Application :** Indiquer si les réactions ci-dessous admettent un ordre, et identifier le cas échéant les ordres partiels et l'ordre global.

1. La réaction $2\mathrm{I}^- + \mathrm{S_2O_8^{2-}} = \mathrm{I_2} + 2\mathrm{SO_4^{2-}}$ a pour loi de vitesse $v_\mathrm{r} = k\left[\mathrm{S_2O_8^{2-}}\right]\left[\mathrm{I}^-\right]$

2. La réaction $\mathrm{CO} + \mathrm{Cl_2} = \mathrm{COCl_2}$ (en phase gazeuse) a pour loi de vitesse $v_\mathrm{r} = k\left[\mathrm{Cl_2}\right]\left[\mathrm{CO}\right]^{3/2}$

3. La réaction $\mathrm{H_2} + \mathrm{Br_2} = 2\mathrm{HBr}$ a pour loi de vitesse : $v_\mathrm{r} = k\dfrac{\left[\mathrm{H_2}\right]\left[\mathrm{Br_2}\right]^{1/2}}{1 + k'\dfrac{[\mathrm{HBr}]}{[\mathrm{Br_2}]}}$

   Montrer que cette réaction admet un ordre initial à l'instant $t = 0$.

## 2.2 Loi d'Arrhénius

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

[Loi d'Arrhenius] On modélise la dépendance de $k$ avec la température par la loi d'Arrhénius :

$$\boxed{k = Ae^{-\frac{E_a}{RT}}}$$

avec $E_a$ l'énergie d'activation en $\mathrm{J \cdot mol^{-1}}$, $R$ la constante des gaz parfaits, et $T$ la température en K. Ici $A$ est seulement un pré-facteur de la même unité que $k$.

## 2.3 Exemples de cinétiques de décomposition

**Réaction d'ordre 0 :** À haute température, l'ammoniac se décompose à la surface d'un catalyseur en platine selon la réaction d'ordre 0

$$2\mathrm{NH_3(g)} = \mathrm{N_2(g)} + 3\mathrm{H_2(g)}$$

1. Écrire la loi de vitesse et en déduire une équation différentielle portant sur $[\mathrm{NH_3}]$. Identifier l'unité de $k$.

2. Déterminer l'expression de $[NH_3](t)$ pour une concentration initiale $C_0$.

**Réaction d'ordre 1 :** Le pentoxyde d'azote $N_2O_5$ est une molécule relativement instable, qui se dissocie spontanément en phase gazeuse selon la réaction d'ordre 1

$$2N_2O_5(g) = 4NO_2(g) + O_2(g)$$

1. Écrire la loi de vitesse et en déduire une équation différentielle portant sur $[N_2O_5]$. Identifier l'unité de $k$.

2. Déterminer l'expression de $[N_2O_5](t)$ pour une concentration initiale $C_0$.

**Réaction d'ordre 2 :** L'éthanal se décompose thermiquement selon la réaction d'ordre 2

$$CH_3CHO(g) = CH_4(g) + CO(g)$$

1. Écrire la loi de vitesse et en déduire une équation différentielle portant sur $[CH_3CHO]$. Identifier l'unité de $k$.

2. Déterminer l'expression de $[CH_3CHO](t)$ pour une concentration initiale $C_0$.

# 3 Méthodes expérimentales

## 3.1 Ordre apparent global

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Lors de l'étude d'une cinétique où les réactifs ont été introduits en proportions stœchiométriques, les différentes concentrations des réactifs sont proportionnelles entre elles à tout instant. La loi de vitesse peut alors se mettre sous la forme :

$$v_r = k_{app}[A]^n$$

où $k_{app}$ est une constante de vitesse apparente lors de cette expérience et $n$ l'ordre global de la réaction.

**Application :** Considérons la réaction d'oxydoréduction en milieu aqueux entre le dichlore et les ions thiosulfate :

$$2Cl_2 + 2\,S_2O_3^{2-}(aq) = Cl^-(aq) + S_4O_6^{2-}(aq)$$

On suppose que la réaction suit une loi de vitesse avec ordre de la forme : $v_r = k[Cl_2]^p\left[S_2O_3^{2-}\right]^q$

1. Établir la relation entre la concentration initiale en dichlore notée $C_0$ et la concentration initiale en thiosulfate $C_1$ pour que les proportions soient stœchiométriques.

| Equation : | $2Cl_2$ | + | $2\,S_2O_3^{2-}(aq)$ | $\longrightarrow$ | $Cl^-(aq)$ | + | $S_4O_6^{2-}(aq)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Initial ($x=0$) | | | | | | | |
| Final ($x=x_f$) | | | | | | | |

2. Montrer que la loi de vitesse peut alors s'écrire uniquement en fonction de $[Cl_2]$, $n = p + q$ et $k_{app}$ dont on donnera l'expression.

3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $[Cl_2]$.

## 3.2 Ordre apparent partiel

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Lors de l'étude d'une cinétique où les réactifs ont été introduits en large excès à l'exception du réactif limitant $A$, les concentrations des autres réactifs peuvent être considérées comme constantes au cours de l'expérience. La loi de vitesse peut alors se mettre sous la forme :

$$v_r = k_{app}\,[A]^p$$

où $k_{app}$ est une constante de vitesse apparente lors de cette expérience et $p$ l'ordre partiel par rapport au réactif limitant $A$.

**Application :** La réduction de $Hg^{2+}$ par $Fe^{2+}$ s'effectue selon la réaction :

$$2Fe^{2+}(aq) + 2Hg^{2+}(aq) = Hg_2^{2+}(aq) + 2Fe^{3+}(aq)$$

On suppose que la réaction suit une loi de vitesse avec ordre de la forme : $v_r = k\left[Hg^{2+}\right]^p\left[Fe^{2+}\right]^q$

1. On effectue une expérience avec $\left[Fe^{2+}\right]_0 = 0{,}1\,mol\cdot L^{-1}$ et $\left[Hg^{2+}\right]_0 = 0{,}001\,mol\cdot L^{-1}$. Expliquer l'intérêt de ces conditions initiales.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\left[Hg^{2+}\right]$ en fonction de $p$ et $k_{app}$ dont on donnera l'expression.

## 3.3 Suivi conductimétrique

On plonge dans la solution une cellule de conductimétrie qui mesure la conductance $G = 1/R$ de la solution comprise dans la cellule. Celle-ci après étalonnage renvoie la conductivité de la solution : $\sigma = G/K$ avec $K$ la constante de cellule.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

La conductivité est reliée aux concentrations des ions $A_i$ par la **loi de Kohlrausch** :

$$\boxed{\sigma = \sum_{ions\,i} [A_i]\,\lambda_i}$$

où $\lambda_i$ est la conductivité molaire ionique de l'ion $A_i$.

## 3.4 Suivi spectrophotométrique

On prélève un peu de solution qu'on place dans une cuve de longueur $l$, on place la cuve dans un spectrophotomètre qui mesure alors l'intensité lumineuse $I$ qui traverse la cuve et compare avec l'intensité lumineuse de référence $I_0$. L'appareil calcule l'absorbance

$$A = -\log\left(\frac{I}{I_0}\right) > 0$$

Généralement on prend comme référence $I_0$ l'intensité lumineuse traversant la cuve ne contenant que le solvant.

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

L'absorbance est reliée aux concentrations des espèces colorées $A_c$ par la **loi de Beer-Lambert** :

$$\boxed{A = \sum_{\text{esp coloc}} [A_c]\,\epsilon_c(\lambda)l}$$

où $\epsilon_c(\lambda)$ est le coefficient d'extinction molaire de l'espèce $A_c$ à la longueur d'onde $\lambda$ et $l$ la longueur de la cuve en cm.

**Remarque**

On choisit la longueur d'onde $\lambda$ pour laquelle l'absorbance est maximum pour diminuer l'incertitude sur la mesure.

# 4 Analyse des données

## 4.1 Méthode intégrale

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

**Méthode intégrale :**

→ Obtenir une équation différentielle de la forme : $\dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{A}]}{\mathrm{d}t} = -k_{\mathrm{app}}\nu_{\mathrm{A}}[\mathrm{A}]^n$

→ Intégrer cette équation différentielle en faisant une hypothèse sur la valeur de $n$ pour obtenir $[\mathrm{A}](t)$ en fonction de $t$.

→ Représenter graphiquement une fonction $f([\mathrm{A}])$ en ordonnée en fonction du temps $t$ en abscisse.

→ Valider l'ordre si la courbe est linéaire.

→ Estimer la constante de vitesse apparente $k_{\mathrm{app}}$ en faisant une régression linéaire.

**Démonstration à savoir refaire**

**Pour l'ordre $n = 0$ :**

**Pour l'ordre $n = 1$ :**

**Pour l'ordre $n = 2$ :**

| Ordre | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| Solution équation différentielle | | | |
| Graphe à tracer | | | |

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

**Estimer l'énergie d'activation :** Lorsqu'on a la constante de vitesse pour au moins deux températures différentes
→ Énoncer la loi d'Arrhénius et appliquer ln ;

→ Si on a uniquement deux températures exprimer $\ln(k(T_1)/k(T_2)) = \ln(k_1/k_2)$ puis en déduire $E_a$ en fonction de $R$, $T_1$, $T_2$, $k_1$ et $k_2$.
→ Si l'on a un tableau de valeurs faire une régression linéaire de $Y = \ln(k)$ en fonction de $X = 1/(RT)$, l'équation $Y = aX + b$ donne $a = -E_a$.

## 4.2 Méthode des temps de demi-réaction

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit pour une réaction donnée le **temps de demi-réaction** comme le temps nécessaire pour consommer la moitié de la quantité de matière initiale du réactif limitant $A$. On peut alors définir le temps de demi-réaction $t_{\frac{1}{2}}$ :

$$[\mathrm{A}]\,(t = t_{\frac{1}{2}}) = \frac{[\mathrm{A}]_0}{2}$$

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Si l'on reproduit l'expérience pour plusieurs concentrations initiales différentes $[\mathrm{A}]_0$ du ou des réactif(s) limitant(s) :
→ Exprimer $t_{1/2}$ pour l'ordre à tester.
→ Tracer la courbe de $t_{1/2}$ en fonction de la relation obtenue avec $[\mathrm{A}]_0$
→ Valider l'ordre si c'est une droite.

**Démonstration à savoir refaire**

**Pour l'ordre $n = 0$ :**

**Pour l'ordre $n = 1$ :**

**Pour l'ordre $n = 2$ :**

## 4.3 Méthode différentielle

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

**Méthode différentielle :** On considère une loi de vitesse apparente lors d'une expérience de la forme

$$v_\mathrm{r} = k_\mathrm{app}\,[\mathrm{A}]^n$$

→ Appliquer ln à la loi de vitesse ;

→ Si on ne vous donne que [A] en fonction du temps, on peut estimer $v_\mathrm{r}$ :

$$v_\mathrm{r}(t_i) = \frac{1}{\nu_\mathrm{A}}\frac{\mathrm{d}\,[\mathrm{A}]}{\mathrm{d}t}(t_i) \simeq \frac{1}{\nu_\mathrm{A}}\left(\frac{[\mathrm{A}]\,(t_{i+1}) - [\mathrm{A}]\,(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}}\right)$$

→ Effectuer la régression linéaire avec $Y = \ln(v_\mathrm{r})$ et $X = \ln([\mathrm{A}])$. L'équation $Y = aX + b$ donne $a = n$ et $b = \ln(k_\mathrm{app})$.

# Chapitre 7 : Équilibre chimique

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **4.1.1 Description d'un système et de son évolution vers un état final** | |
| **Transformation chimique d'un système**<br>Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques.<br>Équation de réaction ; constante thermodynamique d'équilibre. | Écrire l'équation de la réaction (ou des réactions) qui modélise(nt) une transformation chimique donnée.<br>**Déterminer une constante d'équilibre.** |
| Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique : avancement, activité, quotient réactionnel, critère d'évolution. | Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque.<br>Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélanges de gaz parfaits avec référence à l'état standard. Exprimer le quotient réactionnel.<br>Prévoir le sens de l'évolution spontanée d'un système chimique. |
| Composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale. | Identifier un état d'équilibre chimique.<br>Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique ou de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.<br>Capacité numérique : déterminer, à l'aide d'un langage de programmation, l'état final d'un système, siège d'une transformation, modélisée par une réaction à partir des conditions initiales et valeur de la constante d'équilibre. |

## Plan du chapitre


1 Équilibre chimique . . . 39
1.1 Quotient de réaction . . . 39
1.2 Loi d'action des masses . . . 40
1.3 Sens d'évolution . . . 41
2 État final . . . 41
2.1 Réaction totale . . . 41
2.2 Réaction quasi-totale . . . 42
2.3 Réaction très peu avancée . . . 43
3 Méthode numérique . . . 44
3.1 Principe de la dichotomie . . . 44
3.2 Exemple . . . 44


# 1 Équilibre chimique

## 1.1 Quotient de réaction

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On considère une équation de réaction qu'on note :

$$\sum_{\text{espèces } i} \nu_i A_i = 0 \qquad \text{ou} \qquad \sum_{\text{réactif } r} \nu_r A_r = \sum_{\text{produits } p} \nu_p A_p$$

avec $\nu_i$ les coefficients stœchiométriques algébriques.
On définit alors le **quotient de réaction** qui est une grandeur adimensionnelle instantanée définie par :

$$Q(t) = \prod_{\text{espèces } i} a_i^{\nu_i}(t) = \frac{\prod_{\text{produits } p} a_p^{\nu_p}(t)}{\prod_{\text{réactif } i} a_r^{\nu_r}(t)}$$

avec $a_i$ l'activité chimique de l'espèce $A_i$ qui dépend de la phase de l'espèce et de ses variables d'états :

| corps pur | | mélange | | |
|---|---|---|---|---|
| phase condensée | phase gazeuse | solvant | soluté | gaz parfait |
| $a_i = 1$ | $a_i = \dfrac{p}{p^\circ}$ | $a_i = 1$ | $a_i = \dfrac{[\mathrm{A}_i]}{c^\circ}$ | $a_i = \dfrac{p(A_i)}{p^\circ}$ |

avec $c^\circ = 1\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$ est la concentration de référence appelée concentration standard ; et $p^\circ = 1\,\mathrm{bar}$ est la pression de référence appelée pression standard.

**Application :** Exprimer le quotient de réaction des réactions suivantes.

1. $\mathrm{CH_3COOH(aq) + H_2O(l) = CH_3COO^-(aq) + H_3O^+(aq)}$
2. $\mathrm{Fe^{2+}(aq) + 2HO^-(aq) = Fe(OH)_2(s)}$
3. $\mathrm{4Al(s) + 3O_2(g) = 2Al_2O_3(s)}$

## 1.2 Loi d'action des masses

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

À l'équilibre thermodynamique, tous les constituant du mélange coexistent et l'avancement de la réaction vaut $\xi_{\mathrm{eq}}$ qu'on appelle **avancement à l'équilibre**, celui-ci est solution de l'équation :

$$\boxed{Q_{\mathrm{r,eq}} = K^\circ(T)}$$

où $K^\circ(T)$ est la constante d'équilibre thermodynamique associée à la réaction chimique dont on exprime le quotient de réaction.
**Conséquence :** On a une relation entre la constante d'équilibre de la réaction dans le sens direct et la constante d'équilibre de la réaction dans le sens indirect

$$K^\circ_{\mathrm{indirect}} = \frac{1}{K^\circ_{\mathrm{direct}}}$$

On définit la**taux d'avancement** comme la rapport entre l'avancement à l'équilibre de la réaction et son avancement maximal si la réaction était totale :

$$\boxed{\tau = \frac{\xi_{\mathrm{eq}}}{\xi_{\mathrm{max}}}}$$

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Une réaction chimique caractérisée par une constante d'équilibre $K^\circ$ est dite :

- favorisée dans le sens direct si $K^\circ \gg 1$ ;
- défavorisée dans le sens direct si $K^\circ \ll 1$ (favorisée dans le sens indirect).

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

→ Faire une combinaison linéaire des différentes réactions dont la constante d'équilibre est connue pour obtenir la réaction cherchée.
→ chaque fois que vous ajoutez deux réactions, vous multiplier les constantes d'équilibre.
→ chaque fois que vous faites la soustraction de deux réactions vous diviser les constantes d'équilibre.
→ Vous pouvez alors exprimer la constante d'équilibre.

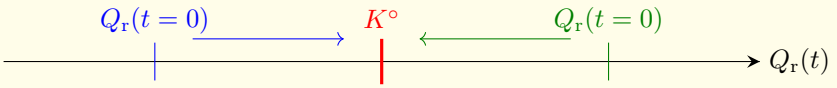
**Application :** Supposons connues les constantes d'équilibre des réactions suivantes à la température $T$ :
$\mathrm{CH_4(g) + H_2O(g) = CO(g) + 3H_2(g)}$ $K_2$
$\mathrm{CO(g) + H_2O(g) = CO_2(g) + H_2(g)}$ $K_3$

1. Exprimer la constante d'équilibre de la réaction suivante : $\mathrm{CO_2(g) + 4H_2(g) = CH_4}(g) + \mathrm{2H_2O(g)}$

### 1.3 Sens d'évolution

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

→ Calculer le quotient de réaction à l'état initial $Q_r(t=0)$ ;
→ Comparer $Q_r(t=0)$ avec $K$ :
- Si $K > Q_r(t=0)$ l'évolution se fait dans le sens direct ;
- si $K = Q_r(t=0)$ le système est déjà à l'équilibre thermodynamique et n'évolue pas ;
- si $K < Q_r(t=0)$ l'évolution se fait dans le sens indirect.




**Application :** On réunit dans un même bécher une masse $m$ de chlorure de plomb $PbCl_2(s)$, un volume $V$ d'une solution contenant des ions chlorure $Cl^-$ à la concentration $c$ et le même volume $V$ d'une seconde solution contenant des ions plomb $Pb^{2+}$ à la même concentration $c$. On s'intéresse à la dissolution du solide, de constante d'équilibre $K^\circ = 1{,}6\times10^{-5}$.

1. Écrire l'équation de réaction de dissolution.

2. Exprimer la concentration initiale des ions $Cl^-$ et $Pb^{2+}$ en fonction de $c$.

3. Montrer que le solide ne peut se dissoudre (au moins partiellement) que si la concentration $c$ est inférieure à une valeur seuil à déterminer.

4. On suppose cette condition remplie. Déterminer la masse $m$ minimale pour que le solide se dissolve, au moins partiellement.

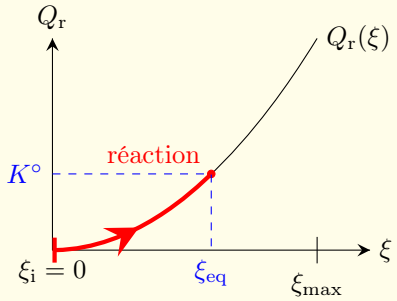
## 2 État final

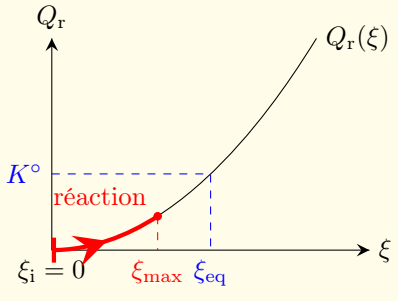
### 2.1 Réaction totale

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Le tableau d'avancement permet d'évaluer la valeur de $\xi_{max}$ l'avancement maximal lorsque la réaction est totale.
L'étude de l'équilibre permet d'évaluer la valeur de $\xi_{eq}$ l'avancement à l'équilibre.
Sachant qu'en début de réaction l'avancement est toujours nul :
- Si $\xi_{eq} < \xi_{max}$ la réaction atteindra un état d'équilibre.
- Si $\xi_{max} < \xi_{eq}$ la réaction sera totale, on dit qu'elle est en rupture d'équilibre car celui-ci n'est pas atteint et un réactif manque au mélange.

On retientdra que $\xi_f = \min(\xi_{max}, \xi_{eq})$



**Application :** Considérons la réaction de dissolution de la chaux $Ca(OH)_2(s) = Ca^{2+}(aq) + 2HO^-(aq)$
Sa constante d'équilibre vaut $K_s = 10^{-5,2}$. On se place dans un volume $V_0 = 100\,mL$.

1. Déterminer l'avancement à l'équilibre $\xi_{eq}$.

2. On part d'une quantité initiale $n_0 = 50\,mmol$ de $Ca(OH)_2$. Déterminer l'état final.

| Equation : | $Ca(OH)_2(s)$ | $\longrightarrow$ | $Ca^{2+}(aq)$ | + | $2HO^-(aq)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Initial ($\xi = 0$) | | | | | |
| Final ($\xi = \xi_f$) | | | | | |

3. Même question pour une quantité initiale $n_0' = 5\,mmol$.

| Equation : | $Ca(OH)_2(s)$ | $\longrightarrow$ | $Ca^{2+}(aq)$ | + | $2HO^-(aq)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Initial ($\xi = 0$) | | | | | |
| Final ($\xi = \xi_f$) | | | | | |

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

On retiendra qu'une réaction est totale seulement lorsqu'un réactif en phase solide ou liquide est réactif limitant.

## 2.2 Réaction quasi-totale

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Lorsque $K^\circ \gg 1$ on dit que la réaction est **quantitativement avancée** ou **quantitative**. Alors on peut faire l'hypothèse :

$$\xi_{eq} \simeq \xi_{max} - \epsilon \qquad \text{avec} \quad \epsilon \ll \xi_{max}$$

Cela revient à considérer que la réaction est totale mais qu'il reste une quantité très faible du réactif limitant.

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Lorsque $K^\circ > 10^4$ :
- → Identifier le réactif limitant et calculer $\xi_{max}$ ;
- → Calculer la quantité de matière de toutes les autres espèces en considérant que $\xi_{eq} \simeq \xi_{max}$ ;
- → Calculer la quantité de matière du réactif limitant restant en appliquant la loi d'action des masses.

→ Vérifier l'hypothèse.

**Application :** Considérons la réaction $CH_3COOH(aq) + NH_3(aq) = CH_3COO^-(aq) + NH_4^+(aq)$
qui a pour constante d'équilibre $K^\circ = 10^{4,4}$. À l'état initial, les concentrations en $CH_3COOH$ et $NH_3$ sont respectivement $C_1 = 1{,}5 \times 10^{-3}\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $C_2 = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

1. Identifier la réactif limitant de la transformation et déterminer toutes les concentrations à l'équilibre hormis la sienne.

| Equation : | $CH_3COOH(aq)$ | + | $NH_3(aq)$ | $\longrightarrow$ | $CH_3COO^-(aq)$ | $+ NH_4^+(aq)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Initial ($x = 0$) | | | | | | |
| Final ($x = x_f$) | | | | | | |

2. Déterminer la concentration du à l'équilibre du réactif limitant.

3. Vérifier que l'hypothèse semble raisonnable.

## 2.3 Réaction très peu avancée

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Lorsque $K^\circ \ll 1$ on dit que la réaction est **peu avancée**. Alors on peut faire l'hypothèse :

$$\xi_{eq} \ll \xi_{max}$$

Cela revient à considérer que les réactifs ne sont presque pas consommé.

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Lorsque $K^\circ < 10^{-4}$ :
→ Dresser un tableau d'avancement et faire l'hypothèse que la quantité de matière des réactif n'a pas variée.
→ Appliquer la loi d'action des masses pour calculer $\xi_{eq}$
→ Vérifier l'hypothèse et déterminer l'état final.

**Application :** Considérons la réaction $NH_4^+(aq) + H_2O(l) = NH_3(aq) + H_3O^+(aq)$
qui a pour constante d'équilibre $K^\circ = 10^{-9,2}$. À l'état initial, la concentrations en $NH_4^+$ est $C_0 = 1{,}0 \times 10^{-2}\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

1. Compléter le tableau d'avancement suivant et faire l'hypothèse d'une réaction peu avancée.

| Equation : | $NH_4^+(aq)$ | + | $H_2O(l)$ | $\longrightarrow$ | $NH_3(aq)$ | $+ H_3O^+(aq)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Initial ($x = 0$) | | | | | | |
| Final ($x = x_f$) | | | | | | |

2. Déterminer l'état final.

3. Vérifier que l'hypothèse semble raisonnable.

# 3 Méthode numérique

## 3.1 Principe de la dichotomie

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Le principe de l'algorithme **dichotomique** est de partir d'un intervalle $[a_0, b_0]$ où l'on sait qu'une fonction $f$ donné s'annule (fonction monotone sur $[a_0, b_0]$ avec $f(a_0) \times f(b_0) < 0$). La méthode est décrite ci-dessous :

→ On teste alors successivement $f(m)$ avec $m$ le milieu de l'intervalle : $m = \dfrac{a_0 + b_0}{2}$.

→ Si $f(m)$ est du même signe que $f(a)$ alors on réduit l'intervalle à $[a_1, b_0]$ avec $a_1 = m$.

→ Sinon on réduit l'intervalle à $[a_0, b_1]$ avec $b_1 = m$.

→ On arrête lorsque la taille de l'intervalle est à la bonne précision $\epsilon$ choisie.

## 3.2 Exemple

**Implémentation Python :**

```
a = ...
b = ...
eps = ...
def f(x) :
    return ....
while b-a > eps:
    if ............... :
        ... = ...
    else :
    ... = ...
print(m)
```

**Application :** On considère la réaction : $2SO_2(g) + O_2(g) = 2SO_3(g)$ de constante d'équilibre $K^\circ = 31$
La réaction s'effectue sous une pression constante $p = 1$ bar et dans les proportions stœchiométriques.

1. Exprimer $Q_r$ en fonction du taux d'avancement à l'équilibre $\tau_{eq}$.

2. Écrire la fonction $f(\tau)$ tel que $f(\tau_{eq}) = 0$.

```
def f(x) :
    return ....
```

3. Déterminer l'intervalle $[a; b]$ dans lequel appliquer l'algorithme dichotomique.
4. Écrire le code pour obtenir le taux d'avancement à l'équilibre avec une précision de $10^{-6}$.

```
a = ...
b = ...
eps = ...
while b-a > eps:
    if ............... :
        ... = ...
    else :
    ... = ...
print(m)
```

# Chapitre 8 : Lois de l'électrocinétique

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **1.2. Signaux électriques dans l'ARQS** | |
| Charge électrique, intensité du courant. Potentiel, référence de potentiel, tension. Puissance. | Justifier que l'utilisation de grandeurs électriques continues est compatible avec la quantification de la charge électrique.<br>Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.<br>Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence.<br>Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.<br>Utiliser la loi des mailles.<br>Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.<br>Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application. |
| Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire. | Utiliser les relations entre l'intensité et la tension.<br>Citer des ordres de grandeurs des composants R, L, C.<br>Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.<br>Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.<br>Modéliser une source en utilisant la représentation de Thévenin. |
| Association de deux résistances. | Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.<br>Établir et exploiter les relations des diviseurs de tension ou de courant. |
| Résistance de sortie, résistance d'entrée. | **Évaluer une résistance d'entrée ou de sortie à l'aide d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.**<br>**Étudier l'influence des résistances d'entrée ou de sortie sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.** |

## Plan du chapitre


1 Introduction . . . 46
1.1 La charge . . . 46
1.2 Le courant . . . 46
1.3 Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) . . . 46
2 Lois de Kirchhoff . . . 46
2.1 Vocabulaire . . . 46
2.2 Loi des nœuds . . . 47
2.3 Loi des mailles . . . 47
3 Dipôles . . . 48
3.1 Convention et puissance . . . 48
3.2 Fils et interrupteurs . . . 49
3.3 Résistances . . . 49
3.4 Générateurs et résistance de sortie . . . 50
3.5 Multimètre et résistance d'entrée . . . 50
4 Circuits résistifs . . . 51
4.1 Résistances équivalentes . . . 51
4.2 Pont diviseur de tension . . . 52
4.3 Pont diviseur de courant . . . 52

# 1 Introduction

## 1.1 La charge

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

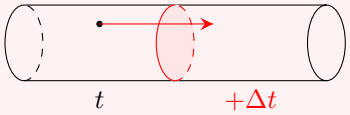
La **charge électrique** est une grandeur :

- positive ou négative, par convention la charge d'un électron est négative.
- additive.
- conservative.
- quantifiée. On définit la charge élémentaire notée $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$ où C est le symbole pour le coulomb. Une charge ne peut être qu'un multiple de $e$ de telle sorte que : $q = \pm Ze$.

## 1.2 Le courant

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Dans un conducteur, les **porteurs de charge libres** peuvent se déplacer, on définit l'**intensité du courant** $I$ dans un volume où les charges se déplacent comme la charge positive $\Delta q$ qui traverse une section du volume pendant une durée $\Delta t$.




On schématise alors le conducteur par :




On peut alors calculer l'intensité du courant $I$ qui s'exprime en ampères, de symbole A :

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Comme les porteurs de charges sont les électrons, le sens du courant est opposé au sens de déplacement des électrons.

## 1.3 Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

L'ARQS consiste à négliger le délai de propagation qui est égal à environ $\frac{L}{c}$, où $L$ est la longueur du fil entre l'interrupteur et la lampe et $c$ la vitesse de la lumière dans le vide.
On peut se placer dans ce cadre si le temps $\Delta t$ de propagation des ondes dans le circuit est **petit** devant le temps caractéristique $\tau$ de variation de la source : $\Delta t = \dfrac{L}{c} \ll \tau$

**Application :**Validité de l'ARQS

1. On considère une box internet qui doit émettre des ondes wifi de fréquence environ 1 GHz, l'électronique interne de la box fait environs 1 cm. Peut-on se placer dans l'ARQS ?

2. Jusqu'à quelle distance d'une centrale le réseau électrique peut-il être traité dans l'ARQS ?

# 2 Lois de Kirchhoff

## 2.1 Vocabulaire

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

- On appelle **dipôle** un composant électrique possédant deux bornes.
- On appelle **nœud** la jonction entre plusieurs dipôles.
- On appelle **branche** une suite de dipôles parcourut par le même courant, les dipôles sont dits **montés en**

**série**.

- On appelle **maille** un ensemble de branches formant une boucle fermée.
- Lorsque plusieurs dipôles sont connectées aux mêmes deux nœuds, ils sont **montés en parallèle** ou **en dérivation**.

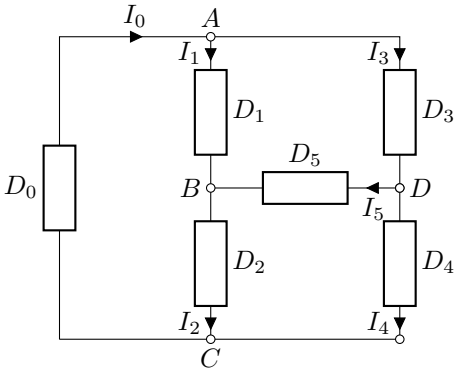
## 2.2 Loi des nœuds

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Au nœud d'un circuit, on a : $\sum_{p \text{ entrant}} i_p = \sum_{q \text{ sortant}} i_q$

**Démonstration à savoir refaire**

**Application :** Dans le circuit suivant on mesure les courants $I_0 = 5\,\text{A}$, $I_1 = 1\,\text{A}$ et $I_4 = 3\,\text{A}$, en déduire les courants $I_2$, $I_3$ et $I_5$.




**Ordre de grandeur à retenir**

| Électronique | Électrotechnique | Motrice TGV | Orages |
|---|---|---|---|
| 10 mV | 10 A | 1 kA | $1 \times 10^5$ A |

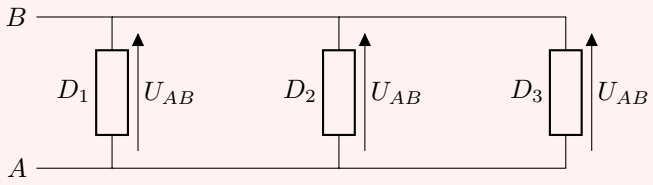
## 2.3 Loi des mailles

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit **le potentiel électrique** comme proportionnel à l'énergie potentielle vue par les électrons du circuit et s'exprime en V. C'est lui qui met en mouvement les électrons qui sont les porteurs de charges.
On appelle **masse d'un circuit** le point du circuit où l'on considère que le potentiel est nul, généralement on prend le potentiel de la borne - d'un générateur ou d'une pile.
On définit **la tension** comme la différence de potentiel électrique entre deux points du circuit :

$$U_{AB} = V_B - V_A = -U_{BA}$$

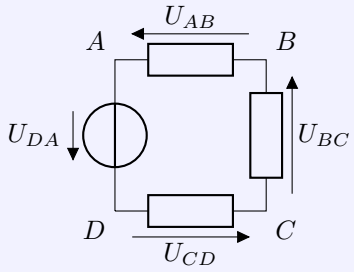
Alors on voit que plusieurs dipôles en parallèles auront la même tensions :



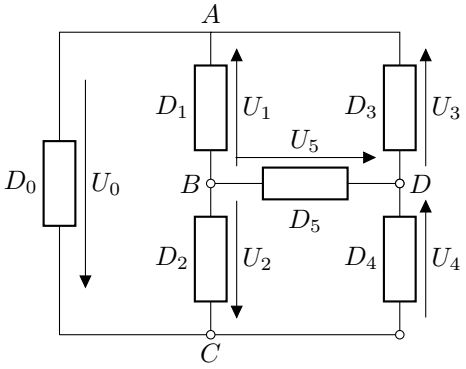

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Au sein d'une maille d'un circuit, on a : $\sum_{p \text{ sens } +} u_p = \sum_{q \text{ sens -}} u_q$

**Démonstration à savoir refaire**




**Application :** Dans le circuit suivant on mesure les courants $U_0 = 5\,\text{V}$, $U_1 = 3\,\text{V}$ et $U_4 = 1\,\text{V}$, en déduire les courants $U_2$, $U_3$ et $U_5$.




**Ordre de grandeur à retenir**

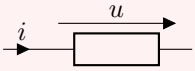
| Électronique | Électrotechnique | Motrice TGV | Orages |
|---|---|---|---|
| 0,1 V à 10 V | 100 V à 1000 V | 25 kV | $100 \times 10^6$ V |

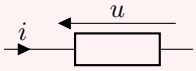
# 3 Dipôles

## 3.1 Convention et puissance

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit un **dipôle** comme un élément qui possède deux bornes avec une tension entre les deux bornes $u$. Le courant entre par une borne et sort par l'autre avec la même intensité $i$.
On dit que le dipôle est fléché en **convention récepteur** lorsque $u$ et $i$ sont dans des sens opposés, sinon on dit qu'il est en **convention générateur**.

générateur 

récepteur 

On définit la **puissance reçue** par un dipôle fléché en convention récepteur par :

$$\mathscr{P}_{\text{reçue}} = u \times i \qquad \text{(en W)}$$

On définit la **puissance fournie** par un dipôle fléché en convention générateurpar :

$$\mathscr{P}_{\text{fournie}} = u \times i$$

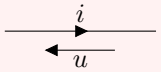
Les deux définitions sont reliées par la relation : $\mathscr{P}_{\text{reçue}} = -\mathscr{P}_{\text{fournie}}$ On définit le **fonctionnement générateur** d'un dipôle si $\mathscr{P}_{\text{fournie}} > 0$ ($\mathscr{P}_{\text{reçue}} < 0$). Réciproquement on dit qu'il a un **fonctionnement récepteur** si $\mathscr{P}_{\text{reçue}} > 0$ ($\mathscr{P}_{\text{fournie}}$).
On peut pour un dipôle tracer la **caractéristique statique** en régime stationnaire $I = f(U)$. On définit un dipôle linéaire si sa caractéristique peut être modélisée par une droite affine.

**Application :** Relier l'unité de la tension en fonctions des unités fondamentales : m, kg, s, et A.

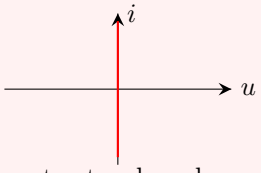
## 3.2 Fils et interrupteurs

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

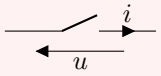
On définit un **fil** par un dipôle pour lequel la tension à ces bornes est nulle quelque soit le courant qui la traverse.



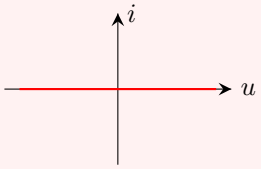

$$u = 0 \quad \forall i$$




On définit un **interrupteur ouvert** par un dipôle pour lequel le courant est nul quelque soit la tension à ses bornes.



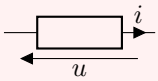

$$i = 0 \quad \forall u$$



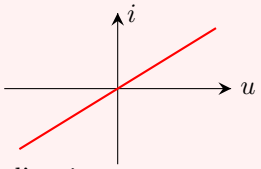

## 3.3 Résistances

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

**Loi d'Ohm :** la relation entre le courant et la tension aux bornes d'une résistance en convention récepteur est linéaire.




$$u = Ri \text{ avec } R \text{ en } \Omega$$
$$\Longleftrightarrow$$
$$i = Gu \text{ avec } G = 1/R \text{ en S}$$




**L'effet Joule :** La puissance reçue par la résistance est entièrement restitué à l'environnement sous forme de transfert thermique.

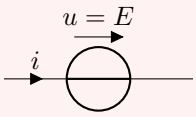
**Démonstration à savoir refaire**

**Application :** Relier l'unité de la résistance en fonctions des unités fondamentales : m, kg, s, et A.

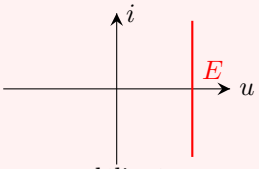
## 3.4 Générateurs et résistance de sortie

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

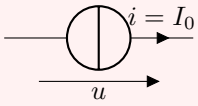
On définit le **générateur idéal de tension** comme un dipôle dont la tension à ses bornes est constante quelque soit le courant délivré. La tension à ses bornes est alors appelée **force électromotrice** (f.e.m.) ou **tension à vide**.



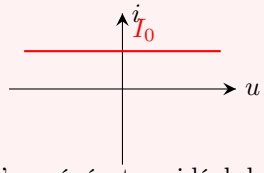

$u = E \quad \forall i$



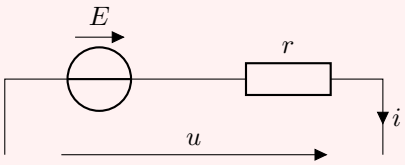

On définit le **générateur idéal de courant** comme un dipôle dont le courant délivré est constant quelque soit la tension à ses bornes. Le courant délivré est appelé **courant de court-circuit**.



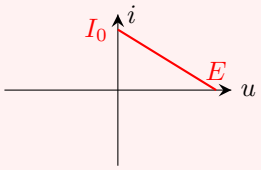

$i = I_0 \quad \forall u$




On définit le modèle du **générateur de Thévenin** par la mise en série d'un générateur idéal de tension de f.e.m. $E$ et d'une résistance $r$. La résistance est appelée **résistance de sortie** ou **résistance interne**.




$u = E - ri$



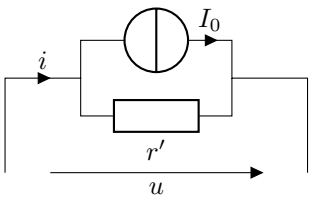

**Démonstration à savoir refaire**

**Générateur de Thévenin :**

**Ordre de grandeur à retenir**

- Résistance de sortie d'un générateur de fonction : $R_s \sim 50\,\Omega$

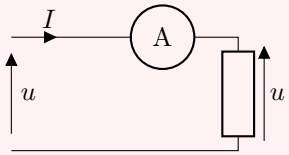
**Application :** On considère le générateur de Norton ci-dessous, établir la relation $u = f(i)$ et montrer qu'il est équivalent à un générateur de Thévenin en donnant les relations entre $E$, $I_0$, $r$ et $r'$.

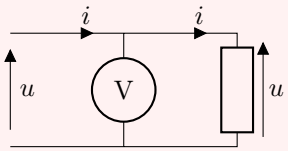



## 3.5 Multimètre et résistance d'entrée

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

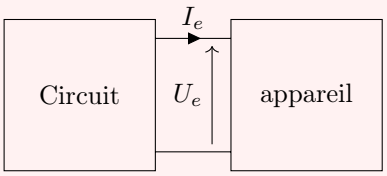
On utilise le mode **ampèremètre** lorsqu'on le branche en série pour mesurer le courant qui parcours toute la branche.
On utilise le mode **voltmètre** lorsqu'on le branche en parallèle de deux nœud pour mesurer la tension entre les bornes.
Lorsque le multimètre est **idéal** il n'influence pas le circuit :



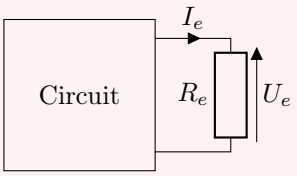




On définit la **résistance d'entrée** d'un appareil de mesure comme la résistance équivalente à l'appareil vis-à-vis

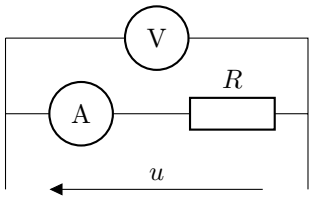
du circuit.

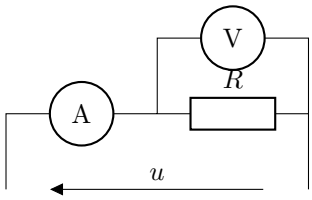



$$R_e = \frac{U_e}{I_e}$$




**Application :**Afin de connaître la valeur $R$ d'une résistance, il faut mesurer simultanément la tension à ses bornes et le courant qui la traverse. Il est possible d'utiliser deux types de montages, appelés courte ou longue dérivation selon la manière dont le voltmètre est branché. Ces montages sont représentés ci-dessous :




Représenter ces deux montages en prenant en comptes les résistances d'entrée $R_\text{V}$ et $R_\text{A}$ respectivement du voltmètre et de l'ampèremètre.

**Ordre de grandeur à retenir**

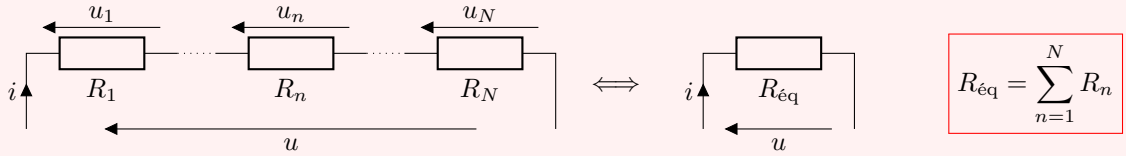
- Résistance d'entrée d'un oscilloscope ou d'un multimètre en position voltmètre : $R_e \sim 10\,\text{M}\Omega$
- Résistance d'entrée d'un multimètre en position ampèremètre : $R_e \sim 10\,\Omega$

# 4 Circuits résistifs

## 4.1 Résistances équivalentes

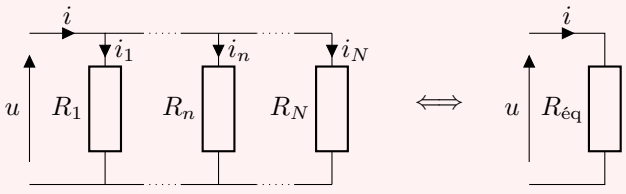
**Résultat ou définition à connaître par cœur**

L'association en série de $N$ résistances $R_n$ est équivalente à une unique résistance équivalente $R_\text{éq}$ :




$$R_\text{éq} = \sum_{n=1}^{N} R_n$$

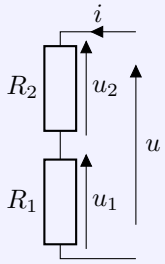
L'association en parallèle de $N$ résistances $R_n$ est équivalente à une unique résistance équivalente $R_\text{éq}$ :



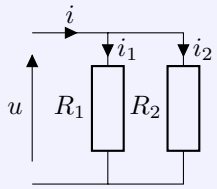

$$\frac{1}{R_\text{éq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}$$

**Démonstration à savoir refaire**

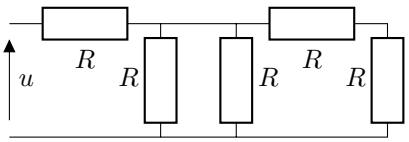
**Deux résistances en série :**




**Deux résistances en parallèles :**



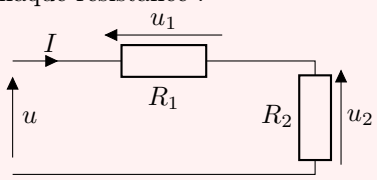

**Application :** Exprimer la résistance équivalente du circuit suivant.




## 4.2 Pont diviseur de tension

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

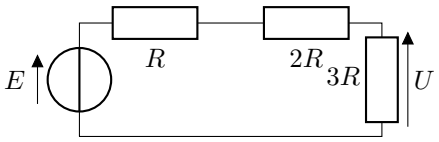
Lorsque deux résistances sont en série, on peut appliquer le pont diviseur de tension et exprimer la tension aux bornes de chaque résistance :




$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u \qquad \text{et} \qquad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

**Démonstration à savoir refaire**

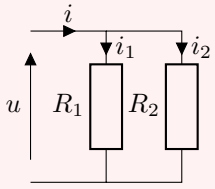
**Application :** Exprimer $U$ dans le circuit suivant




## 4.3 Pont diviseur de courant

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

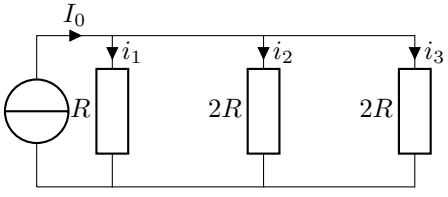
Lorsque deux résistances sont en parallèle, on peut appliquer le pont diviseur de courant et exprimer le courant qui traverse chaque résistance :




$$i_1 = \frac{\dfrac{1}{R_1}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \qquad \text{et} \qquad i_2 = \frac{\dfrac{1}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

**Démonstration à savoir refaire**

**Application :** Exprimer $i_1$ dans le circuit suivant



# Chapitre 9 : Circuits linéaires du premier ordre

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **1.2. Signaux électriques dans l'ARQS** | |
| Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire. | Utiliser les relations entre l'intensité et la tension.<br>Citer des ordres de grandeurs des composants R, L, C.<br>Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.<br>Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine. |
| **1.3. Circuit linéaire du premier ordre** | |
| Régime libre, réponse à un échelon de tension. | Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon de tension.<br>Interpréter et utiliser la continuité de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité du courant traversant une bobine.<br>Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.<br>Déterminer la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon de tension.<br>Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.<br>**Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un circuit linéaire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.**<br>Capacité numérique : mettre en œuvre la méthode d'Euler à l'aide d'un langage de programmation pour simuler la réponse d'un système linéaire du premier ordre à une excitation de forme quelconque. |
| Stockage et dissipation d'énergie. | Réaliser un bilan énergétique. |

## Plan du chapitre

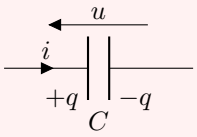

1 Condensateurs et bobines . . . 54
1.1 Le condensateur . . . 54
1.2 La bobine . . . 54
1.3 Le régime permanent . . . 55
1.4 Le régime transitoire . . . 55
2 Circuit à condensateur . . . 56
2.1 Continuité . . . 56
2.2 Échelon de tension . . . 56
2.3 Temps de réponse . . . 57
2.4 Régime libre . . . 57
2.5 Bilan d'énergie . . . 58
3 Circuit à bobine . . . 58
3.1 Continuité . . . 58
3.2 Échelon de tension . . . 58
3.3 Bilan de puissance . . . 59
4 Méthode numérique . . . 59
4.1 Principe de la méthode d'Euler . . . 59
4.2 Exemple . . . 60

# 1 Condensateurs et bobines

## 1.1 Le condensateur

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Le **condensateur** est composé de deux plaques conductrices séparés par un isolant. Sous l'effet d'un champ électrique (d'une tension) les porteurs de charges (les électrons) s'accumulent sur une plaque, tandis qu'un manque d'électron s'effectue sur l'autre plaque qui fait apparaître une charge $q$, on parle de "charge" du condensateur. Cette accumulation de charge $q$ fait apparaître un courant $i(t)$ :




$$\boxed{i(t) = C\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}} \iff \boxed{q(t) = Cu(t)}$$

avec $C$ la capacité exprimée en farad noté F

Le condensateur est capable de stocker de l'énergie puis de la fournir au circuit plus tard, l'**éngergie stockée** dans le condensateur s'exprime : $\boxed{\mathscr{E}_c(t) = \frac{1}{2}Cu^2(t)}$ L'unité de l'énergie est le joule noté J.

**Démonstration à savoir refaire**

**Énergie stockée :**

**Application :** Relier l'unité de la capacité en fonctions des unités fondamentales : m, kg, s, et A.

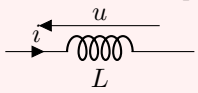
**Ordre de grandeur à retenir**

$C \sim 1\,\mathrm{nF}$ à $1000\,\mathrm{nF}$

## 1.2 La bobine

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

La **bobine** est composée d'un enroulement de fil parcourut par un courant. On verra plus tard qu'un phénomène d'auto-induction causé par le champ magnétique produit donne la relation entre la tension et le courant :




$$\boxed{u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}}$$

avec $L$ l'inductance propre exprimée en henry noté H

La bobine est capable de stocker de l'énergie puis de la fournir au circuit plus tard, l'**éngergie stockée** s'exprime :

$$\boxed{\mathscr{E}_L(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)}$$

**Démonstration à savoir refaire**

**Énergie stockée :**

**Application :** Relier l'unité de l'inductance en fonctions des unités fondamentales : m, kg, s, et A.

**Ordre de grandeur à retenir**

$L \sim 1\,\text{mH}$ à $1000\,\text{mH}$

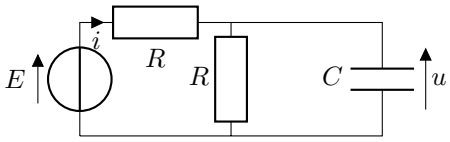
## 1.3 Le régime permanent

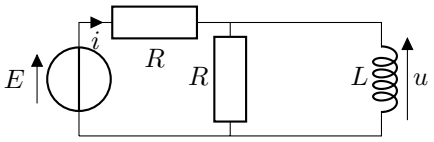
**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit le **régime permanent** ou **régime établi** comme un régime où toutes les grandeurs sont constantes.
On note alors toutes les tensions et les courants avec un $\infty$ en indice.
On peut alors dessiner un **circuit équivalent en régime permanent** en remplaçant les condensateurs et les bobines par des dipôles aux mêmes caractéristiques en régime permanent :

- Pour une bobine : $u_L(t) = 0$ $\quad \forall i_L$ soit : 
- Pour un condensateur : $i_C(t) = 0$ $\quad \forall u_C$ soit : 

**Application :** Soit les circuits suivants, exprimer toutes les grandeurs en fonction de $E$ en régime permanent :




## 1.4 Le régime transitoire

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Lorsqu'on ferme ou ouvre un interrupteur à l'instant $t = 0$, on définit le **régime transitoire** comme la période où les grandeurs évoluent avant d'atteindre le régime permanent.
Les grandeurs durant le régime transitoire sont toutes solution d'**équations différentielles linéaires d'ordre 1** de **forme canonique** :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} + \frac{f(t)}{\tau} = \frac{f_\infty}{\tau}}$$

où $f$ peut être un courant ou une tension du circuit,le terme de droite est appelé **second membre** avec $f_\infty$ la valeur de $f$ en régime permanent et $\tau$ est appelé **constante de temps** du circuit.
La solution de cette équation différentielle se met sous la forme : $f(t) = f_h(t) + f_p$

- avec $f_h(t)$ **solution homogène** de l'**équation différentielle homogène** :

$$\frac{\mathrm{d}f_h}{\mathrm{d}t} + \frac{f_h(t)}{\tau} = 0 \qquad \boxed{f_h(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}}$$

  avec $A \in \mathbb{R}$, une constante à déterminer appelée **constante d'intégration**.
- et $f_p(t)$ est une **solution particulière** de l'équation différentielle. Dans le cas particulier où le second membre est constant :

$$f_p = C^{te} \Longrightarrow \frac{\mathrm{d}\cancel{f_p}}{\mathrm{d}t} + \frac{f_p}{\tau} = \frac{f_\infty}{\tau} \Longrightarrow \boxed{f_p = f_\infty}$$

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Obtenir une équation différentielle vérifiée par une grandeur $f$ et la résoudre :

→ Appliquer en alternance loi des mailles et lois des nœuds ainsi que les relations des composants ;

→ Remplacer les tensions et courants différents de $f$ en utilisant les relations précédentes qui les relient à $f$ ;

→ Obtenir l'équation différentielle vérifiée par $f$ et la mettre sous forme canonique pour identifier $\tau$ ;

→ Poser $f(t) = f_h(t) + f_p$ avec $f_h(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ et chercher $f_p$ en prenant la dérivée nulle dans l'équation différentielle.

→ Calculer la constante d'intégration $A$ en posant $f(0^+) = A + f_p$ en utilisant la valeur de $f(0^+)$.

**Ordre de grandeur à retenir**

On considère que le régime permanent est établi au bout d'une durée de l'ordre de $3\tau$ à $5\tau$.

# 2 Circuit à condensateur

## 2.1 Continuité

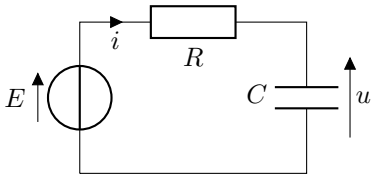
**Résultat ou définition à connaître par cœur**

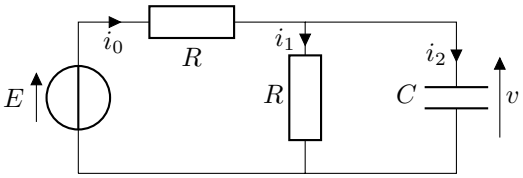
Lors de la fermeture ou l'ouverture d'un interrupteur, la seule grandeur continue est l'énergie stockée dans un condensateur :

$$u_c(t=0^-) = u_c(t=0^+)$$

On dit que le condensateur est **initialement déchargé** lorsque $u_c(t=0) = 0$.
On dit que **l'interrupteur était ouvert ou fermé depuis longtemps** lorsque le régime permanent était établi sur le circuit avant $t = 0$.

**Application :** Soit les circuits suivants, exprimer toutes les grandeurs en fonction de $E$ à $t = 0^+$ :



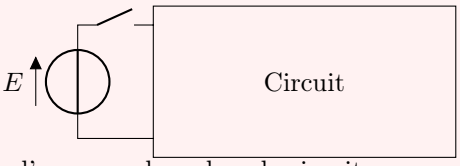




## 2.2 Échelon de tension

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

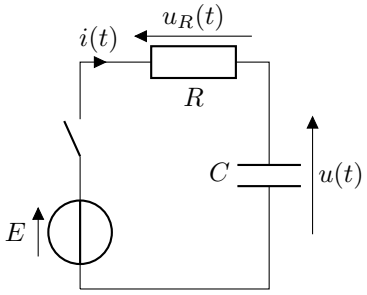
On branche en série un générateur idéal de f.e.m. $e(t)$ indépendante du temps et un interrupteur à un circuit. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.
On définit alors un **échelon de tension** où la tensions $e(t)$ est de la forme :

$$e(t) = \begin{cases} 0 \text{ pour } t < 0 \\ E \text{ pour } t \geqslant 0 \end{cases}$$



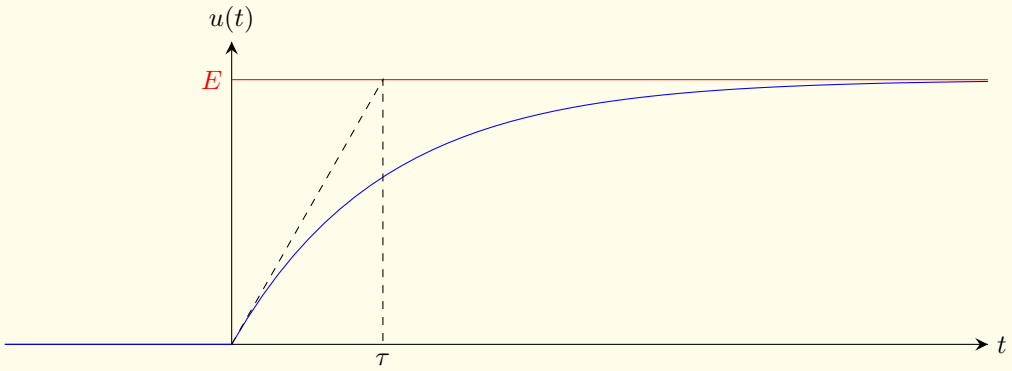

La **réponse à un échelon de tension** consiste à étudier l'évolution d'une grandeur dans le circuit.

**Application :**Étudier la tension au borne d'un condensateur initialement déchargé lors de la réponse à un échelon de tension du circuit $RC$.




**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Lors de la charge du circuit $RC$ on observe la courbe suivante :




On peut voir que l'instant $\tau$ correspond à l'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote de la courbe.

**Application :**Montrer que $RC$ est bien homogène à un temps.

## 2.3 Temps de réponse

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit le **temps de réponse à $x$%** noté $t_x$ comme :

$$u(t_x) - u(0) = \frac{x}{100}(u_\infty - u(0))$$

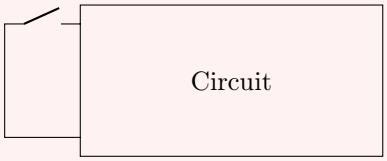
On retiendra que $t_{63} = \tau$ est une méthode plus précise pour mesurer $\tau$ graphiquement.

**Application :**Déterminer en fonction de $\tau$ les expressions de $t_{95}$ et $t_{99}$.

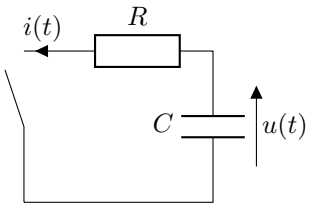
## 2.4 Régime libre

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On parle de **régime libre** lors de l'étude d'un circuit où de l'énergie est stockée dans un condensateur ou une bobine et à $t = 0$ on ferme l'interrupteur. Les charges peuvent alors se déplacer dans le circuit et atteindre un nouveau régime permanent.

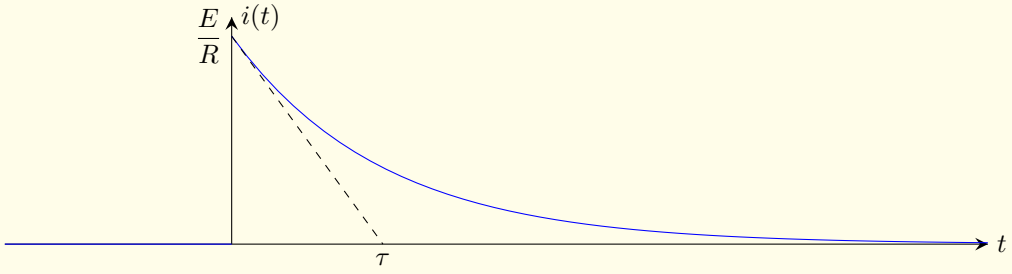



**Application :**Étudier le courant délivré par le condensateur initialement chargé à la tension $U_0$ lors du régime libre.




**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Lors de la décharge du circuit $RC$ on observe la courbe suivante :



### 2.5 Bilan d'énergie

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **rendement de la charge du condensateur**, le rapport $\rho$ entre l'énergie stockée dans le condensateur et l'énergie délivrée par le générateur lors de la charge.

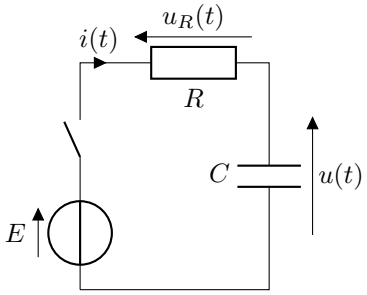
$$\rho = \frac{\Delta \mathscr{E}_c}{\mathscr{E}_{géné}}$$

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

Obtenir une équation différentielle vérifiée par une grandeur $f$ et la résoudre :

- → Appliquer la loi des mailles au circuit ;
- → multiplier par le courant délivré par le générateur $i(t)$ ;
- → Si le circuit à deux mailles, utiliser la loi des nœuds pour faire apparaître la puissance reçue ou la puissance fournie par chaque dipôle.
- → utiliser les relations des dipôles pour intégrer entre $t = 0$ et $t \to +\infty$ ;
- → Identifier l'énergie fournie par le générateur, l'énergie dissipée par effet Joule et l'énergie stockée dans le condensateur ou la bobine.

**Application :**Effectuer un bilan de puissance puis un bilan d'énergie pour exprimer le rendement de la charge du condensateur.




## 3 Circuit à bobine

### 3.1 Continuité

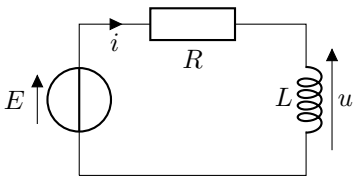
**Résultat ou définition à connaître par cœur**

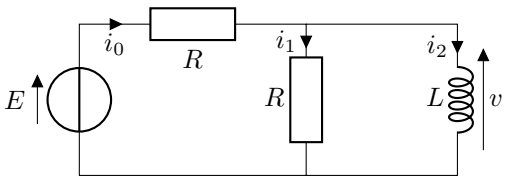
Lors de la fermeture ou l'ouverture d'un interrupteur, la seule grandeur continue est l'énergie stockée dans une bobine :

$$\boxed{i_L(t = 0^-) = i_L(t = 0^+)}$$

On dit que la bobine est **initialement déchargé** lorsque $i_L(t = 0) = 0$.
On dit que **l'interrupteur était ouvert ou fermé depuis longtemps** lorsque le régime permanent était établi sur le circuit avant $t = 0$.

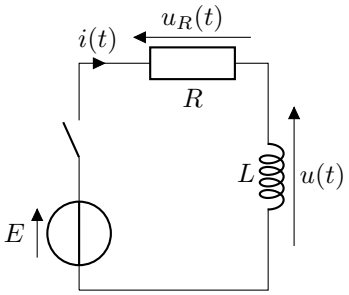
**Application :** Soit les circuits suivants, exprimer toutes les grandeurs en fonction de $E$ à $t = 0^+$ :



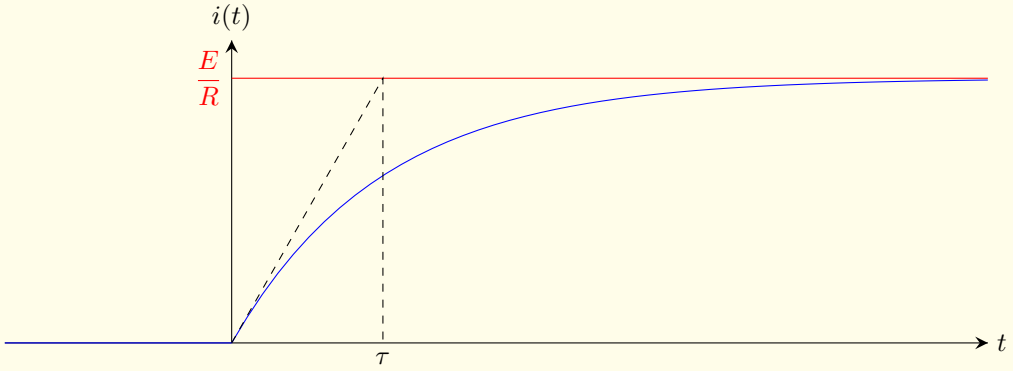

### 3.2 Échelon de tension

**Application :**Étudier le courant qui traverse la bobine initialement déchargé lors de la réponse à un échelon de tension du circuit $RL$.




**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

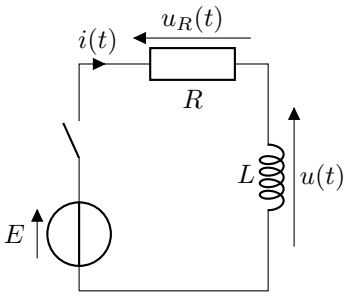
Lors de la charge du circuit $RL$ on observe la courbe suivante :




**Application :**Montrer que $L/R$ est bien homogène à un temps.

### 3.3 Bilan de puissance

**Application :** Établir le bilan de puissance du circuit $RL$ .




## 4 Méthode numérique

### 4.1 Principe de la méthode d'Euler

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

[Méthode d'Euler explicite] La **méthode d'Euler** est une méthode itérative qui calcule numériquement une solution approchée de l'équation différentielle :

$$boxreddérivyt(t) = F(y(t), t) \quad \text{avec } t \in [t_i, t_f] \quad \text{et } y(t_i) = y_i$$

On utilise l'expression approchée de la dérivée suivante :

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t) \simeq \frac{y(t+\delta t) - y(t)}{\delta t}$$

On peut alors construire les suites de $N$ nombres suivantes :

- $t_{k+1} = t_k + \delta t$ avec $k \in [0; N-1]$ et $\delta t = \dfrac{t_f - t_0}{N-1}$
- $y_{k+1} = y_k + F(y_f, t_k) \times \delta t$ avec $y_0 = y_i$

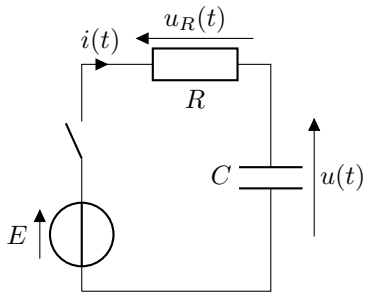
Les $N$ couples de points $(t_k, y_k)$ représentent les coordonnées des $N$ points approchés de la courbe $y(t)$.

## 4.2 Exemple

**Implémentation Python :**

```
import matplotlib.pyplot as plt
y0 = ...
t0 = ...
tf = ...
N = ...
dt = ...
t,y = [t0],[y0]
 def F(y,t):
      return ...
for k in range( ... , ...):
    t = ...
    y = ...
plt.figure()
plt.plot(t,y)
plt.xlabel("t (unité de temps)")
plt.ylabel("y (unité de y)")
plt.grid()
plt.show()
```

**Application :**On considère le circuit $RC$ suivant, on ferme l'interrupteur à $t = 0$ et le condensateur est initialement déchargé. Résoudre numériquement l'équation différentielle suivante avec $\tau = 1\,\text{s}$ et $E = 10\,\text{V}$.




1. Quelles valeurs donner à `y0`, `N`, `t0` et `tf` ?
2. Comment calculer l'intervalle entre deux instants consécutifs `dt` ?
3. Donner l'expression de la fonction `F(y,t)` à compléter.
4. Compléter le programme pour calculer les différents instants $t_k$ et les valeurs de $y(t_k)$ associées dans les listes `t` et `y`.
5. Utiliser une ordinateur et comparer la solution numérique avec la solution analytique obtenue précédemment.

# Chapitre 10 : Cinématique du point matériel

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **2.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point** | |
| **Repérage dans l'espace et dans le temps**<br>Espace et temps classiques. Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement. Caractère absolu des distances et des intervalles de temps. | Citer une situation où la description classique de l'espace ou du temps est prise en défaut. |
| **Cinématique du point**<br>Description du mouvement d'un point. Vecteurs position, vitesse et accélération. Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques. | Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire géométriquement les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques.<br>Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans les seuls cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.<br>Identifier les degrés de liberté d'un mouvement. Choisir un système de coordonnées adapté au problème. |
| Mouvement à vecteur accélération constant. | Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur position en fonction du temps.<br>Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes. |
| Mouvement circulaire uniforme et non uniforme. | Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires planes. |
| Repérage d'un point dont la trajectoire est connue.<br>Vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour une trajectoire plane. | Situer qualitativement la direction du vecteur vitesse et du vecteur accélération pour une trajectoire plane.<br>Exploiter les liens entre les composantes du vecteur accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur vitesse et sa variation temporelle.<br>**Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.** |

## Plan du chapitre


1 Relativité du mouvement . . . 62
1.1 Point matériel . . . 62
1.2 Référentiel . . . 62
1.3 Hypothèse non-relativiste . . . 62
1.4 Vecteurs cinématiques . . . 62
2 Repérage d'un point dans le plan . . . 63
2.1 Coordonnées cartésiennes . . . 63
2.2 Coordonnées polaires . . . 63
2.3 Repère de Frenet . . . 64
3 Repérage d'un point en 3D . . . 65
3.1 Coordonnées cartésiennes . . . 65
3.2 Coordonnées cylindriques . . . 65
3.3 Coordonnées sphériques . . . 65
3.4 Déplacement élémentaire . . . 66

# 1 Relativité du mouvement

## 1.1 Point matériel

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Un **point matériel** est un solide dont on peut négliger l'extension spatiale et la rotation sur lui-même, on lui affecte une masse $m$.

## 1.2 Référentiel

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit un **référentiel** comme un solide qu'on considère fixe et auquel est lié l'observateur du mouvement. On l'associe à :

- un repère $\mathscr{R}(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ fixe avec $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$ trois vecteurs qui pointent dans des directions différentes ;
- une horloge qui définit une origine des temps $t = 0$ et la mesure des instants suivants $t$.

## 1.3 Hypothèse non-relativiste

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Lors d'une description classique du mouvement on fait les **hypothèses non-relativistes** suivantes :

- les durées $\Delta t = t_2 - t_1$ qui ne dépendent pas du référentiel d'étude ;
- les distances entre deux points $M_1$ et $M_2$ : $\|\overrightarrow{M_1M_2}\| = \sqrt{\overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{M_1M_2}}$ qui ne dépendent pas du référentiel d'étude.

Ces deux propriétés ne sont valables que lorsqu'on peut décrire de manière classique le mouvement. Si la vitesse des objets devient non négligeable devant le vitesse de la lumière $c$, on assiste à une dilatation du temps et de l'espace en fonction du référentiel d'observation. C'est la mécanique relativiste d'Einstein.

## 1.4 Vecteurs cinématiques

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On appelle **vecteur position** le vecteur reliant un point fixe $O$ du référentiel au point $M$ à décrire. Le vecteur position est alors noté $\vec{r}$ ou $\overrightarrow{OM}$.
La **trajectoire** d'un point $M$, dans un référentiel donné, est l'ensemble des positions de ce point au cours du temps, rapportées à un repère fixe dans ce référentiel.
On appelle **degrés de liberté** du mouvement le nombre de coordonnées d'espace nécessaires pour décrire le mouvement, il correspond à la dimension du mouvement (1D, 2D, 3D).
On définit le **vecteur vitesse** du point $M$ dans le référentiel $\mathscr{R}$ par :

$$\vec{v}(M)_{/\mathscr{R}}(t) = \left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathscr{R}}$$

On note généralement $v = \|\vec{v}\|$ et on dit que le mouvement est **uniforme** lorsque $v = C^{te}$.
On définit le **vecteur accélération** du point $M$ dans le référentiel $\mathscr{R}$ par :

$$\vec{a}(M)_{/\mathscr{R}}(t) = \left.\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathscr{R}} = \left.\frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t^2}\right|_{\mathscr{R}}$$

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Lors d'un mouvement à vecteur accélération constant, on a deux situations possibles :

- Le vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$ est colinéaire au vecteur accélération $\vec{a}(M)_{/\mathscr{R}}$, dans ce cas le mouvement est à une dimension.
- Le vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$ n'est pas colinéaire au vecteur accélération $\vec{a}(M)_{/\mathscr{R}}$, dans ce cas le mouvement est à deux dimension.

**Application :** On considère un mouvement à accélération constante tel que $\vec{a} = a_0 \vec{u}_x$, à $t = 0$ le point $M$ est à l'origine sans vitesse initiale.

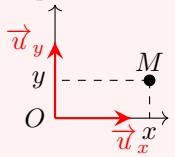
1. Justifier que le mouvement est à un degrés de liberté.
2. Établir l'équation du mouvement.
3. Intégrer l'équation du mouvement pour obtenir l'équation horaire de la vitesse $\dot{x}(t)$.
4. Intégrer pour obtenir l'équation horaire de la position $x(t)$.

# 2 Repérage d'un point dans le plan

## 2.1 Coordonnées cartésiennes

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit le **repère cartésien** $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ comme un repère fixe du référentiel d'étude avec $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$ deux vecteurs orthonormés. Le vecteur position s'exprime alors en fonction des **coordonnées cartésiennes** $(x, y)$ ;




$$\boxed{\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{u}_x + y(t)\vec{u}_y}$$

**Démonstration à savoir refaire**

**Expression du vecteur vitesse :**

**Expression du vecteur accélération :**

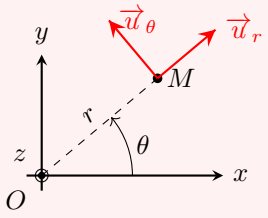
**Application :** On considère un mouvement à accélération constante tel que $\vec{a} = a_0 \vec{u}_y$, à $t = 0$ le point $M$ est à l'origine avec une vitesse initiale $\vec{v_0} = v_0 \vec{u}_x$.

1. Justifier que le mouvement est à deux degrés de liberté.
2. Établir les équations du mouvement.
3. Intégrer les équations du mouvement pour obtenir les équations horaires de la vitesse $\dot{x}(t)$ et $\dot{y}$.
4. Intégrer pour obtenir l'équation horaire de la position $x(t)$ et $y(t)$.
5. En déduire l'équation de la trajectoire $y(x)$.

## 2.2 Coordonnées polaires

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit le **repère polaire** $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ et les **coordonnées** polaires $(r, \theta)$ tel que :




- $r = \|\overrightarrow{OM}\|$ soit $\boxed{\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r}$
- le vecteur $\vec{u}_r$ fait un angle $\theta$ avec le vecteur $\vec{u}_x$ du repère cartésien.
- le vecteur $\vec{u}_\theta$ correspond à $\vec{u}_r$ après une rotation de $\pi/2$.

**Démonstration à savoir refaire**

**Relation entre $(x, y)$ et $(r, \theta)$ :**

**Expression du vecteur vitesse :**

**Expression du vecteur accélération :**

**Application :** Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme de rayon $R$, établir les expressions du vecteurs vitesse et du vecteur accélération.

## 2.3 Repère de Frenet

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Sur une trajectoire plane, on appelle **cercle osculateur** au point $M$, le cercle tangent à cette courbe et qui l'approche au mieux. Le rayon $R$ du cercle est appelé **rayon de courbure** de la courbe au point $M$ et le centre du cercle est le **centre de courbure**.
Le **repère de Frenet** $(M, \overrightarrow{u_T}, \overrightarrow{u_N})$ est définit par :

- le **vecteur tangent** à la trajectoire $\overrightarrow{u_T}$ par :

$$\overrightarrow{u_T} = \frac{\overrightarrow{v}(M)_{/\mathscr{R}}}{\|\overrightarrow{v(M)_{/\mathscr{R}}}\|}$$

- le **vecteur normal** $\overrightarrow{u_N}$ comme le vecteur orthogonal à $\overrightarrow{u_T}$ et orienté vers le centre de courbure.

On admet alors que l'expression pour un trajectoire plane de l'accélération d'un point $M$ dans le repère de Frenet s'exprime :

$$\boxed{\overrightarrow{a}(M)_{/\mathscr{R}} = \frac{v^2}{R}\overrightarrow{u_N} + \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{u_T}}$$

avec $R$ le rayon de courbure de la trajectoire au point $M$, $v$ la norme du vecteur vitesse et $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ la dérivée temporelle de la norme du vecteur vitesse.

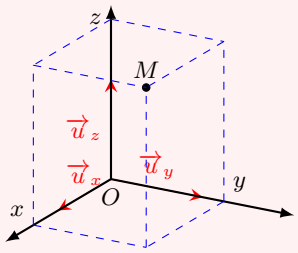
**Application :** Dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon $R$, établir les expressions du vecteur tangent et du vecteur normal en fonction de $\overrightarrow{u}_r$ et $\overrightarrow{u}_\theta$ de la base polaire.

# 3 Repérage d'un point en 3D

## 3.1 Coordonnées cartésiennes

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On généralise le repère cartésien en trois dimensions en ajoutant une coordonnée $z$ et un vecteur $\vec{u}_z$. La base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est orthonormée directe. Le vecteur position s'exprime dans ce repère en fonction des coordonnées cartésienne $(x, y, z)$ :

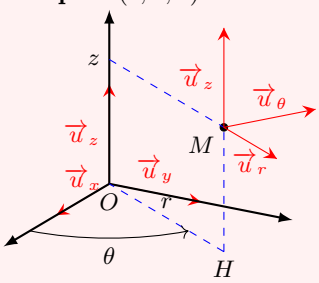



$$\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{u}_x + y(t)\vec{u}_y + z(t)\vec{u}_z$$

## 3.2 Coordonnées cylindriques

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On généralise le repère polaire en trois dimensions en ajoutant une coordonnée $z$ et un vecteur $\vec{u}_z$. Le **repère cylindrique** $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ est orthonormée directe. Le vecteur position s'exprime dans ce repère en fonction des **coordonnées cylindriques** $(r, \theta, z)$ :




$$\overrightarrow{OM}(t) = r(t)\vec{u}_r(t) + z(t)\vec{u}_z$$

**Démonstration à savoir refaire**

**Expression du vecteur vitesse :**

**Expression du vecteur accélération :**

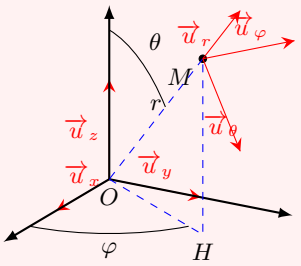
## 3.3 Coordonnées sphériques

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit le **repère sphérique** $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ et les **coordonnées sphériques** $(r, \theta, \varphi)$ tel que :

- rayon $r = \|\overrightarrow{OM}\|$ ;
- Colatitude $\theta \in [0;\pi]$ ;
- Azimuth $\varphi \in [0;2\pi[$ (l'angle $\theta$ en polaire) ;

$$\boxed{\overrightarrow{OM}(t) = r(t)\overrightarrow{u}_r(t)}$$




## 3.4 Déplacement élémentaire

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit le **déplacement élémentaire** comme le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ (ou $\overrightarrow{\mathrm{d}OM}$) tangent à la trajectoire tel que entre un instant $t$ et un instant infiniment proche $t + \mathrm{d}t$, le point $M$ s'est déplacé de :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{d}l} = \overrightarrow{\mathrm{d}OM} = \overrightarrow{OM}(t+\mathrm{d}t) - \overrightarrow{OM}(t)} \quad \text{et} \quad \boxed{\overrightarrow{\mathrm{d}l} = \overrightarrow{v}\,\mathrm{d}t}$$

**Démonstration à savoir refaire**

**Expression de $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ à partir d'un schéma :**

- **Coordonnées cartésiennes :**

- **Coordonnées cylindriques :**

- **Coordonnées sphériques :**

# Chapitre 11 : Dynamique du point matériel

| Notions et contenus | Capacités exigibles (en gras les capacités expérimentales) |
|---|---|
| **2.2. Lois de Newton** | |
| **Quantité de mouvement**<br>Masse d'un système. Conservation de la masse pour système fermé.<br>Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre de masse d'un système fermé. | Exploiter la conservation de la masse pour un système fermé. Établir l'expression de la quantité de mouvement pour un système de deux points sous la forme : $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}(G)$. |
| Première loi de Newton : principe d'inertie. Référentiels galiléens. | Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens. |
| Notion de force. Troisième loi de Newton. | Établir un bilan des forces sur un système ou sur plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma. |
| Deuxième loi de Newton. | Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre de masse d'un système fermé dans un référentiel galiléen.<br>**Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force par exemple à l'aide d'un microcontrôleur.** |
| Force de gravitation.<br>Modèle du champ de pesanteur uniforme au voisinage de la surface d'une planète. Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme. | Etudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement. |
| Modèles d'une force de frottement fluide. Influence de la résistance de l'air sur un mouvement de chute. | Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique.<br>Écrire une équation adimensionnée.<br>**Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.** |

## Plan du chapitre


1 Actions mécaniques . . . 68
1.1 Modélisation . . . 68
1.2 Les interactions fondamentales . . . 68
1.3 Les lois phénoménologiques . . . 68
2 Lois de Newton . . . 69
2.1 Principe d'inertie . . . 69
2.2 Principe fondamental de la dynamique . . . 70
2.3 Principe des actions réciproques . . . 70
2.4 Systèmes de points . . . 70
3 Méthodologie de la chute libre . . . 71
3.1 Équations du mouvement . . . 71
3.2 Équations horaires . . . 71
3.3 Trajectoire . . . 72
4 Méthodologie de la chute avec frottements . . . 73
4.1 Vitesse limite et temps caractéristique . . . 73
4.2 Cas des frottements fluides linéaires . . . 73
4.3 Cas des frottements quadratiques . . . 73
4.4 Temps caractéristique . . . 74
4.5 Adimensionnement . . . 74

# 1 Actions mécaniques

## 1.1 Modélisation

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

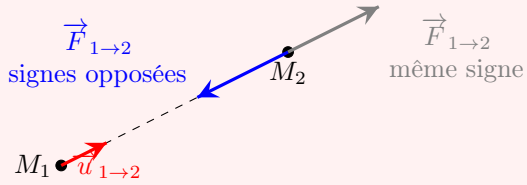
Une **force** $\overrightarrow{F}$ est une action mécanique que l'on modélise par un vecteur caractérisé par :
- Un point d'application qui est l'origine du vecteur ;
- Une direction et un sens qui sont décrits que l'on peut exprimer dans un repère ;
- Une intensité $\|\overrightarrow{F}\|$ exprimée en newton noté N.

Les forces peuvent être de contact (frottements) ou à distance (gravité).

## 1.2 Les interactions fondamentales

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

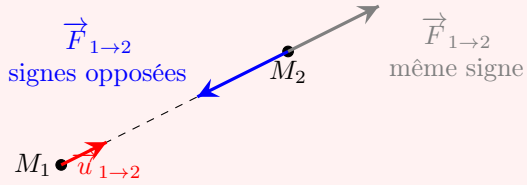
Il existe quatre interactions fondamentales :
- L'**interaction faible** qui intervient dans les transformations radioactives, de faible intensité et courte portée ;
- L'**interaction forte** responsable de la cohésion des noyaux atomiques, de forte intensité et courte portée ;
- L'**interaction électromagnétique** responsable de la cohésion des matériaux, de moyenne intensité et de longue portée, appliqué à deux charges elle est modélisée par la **force de Coulomb** :




$$\boxed{\overrightarrow{F}_{1\to2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\overrightarrow{u}_{1\to2}}$$

avec $\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ la permittivité du vide, $r$ la distance entre $M_1$ et $M_2$ et $\overrightarrow{u}_{1\to2}$ le vecteur unitaire qui part de $M_1$ en direction de $M_2$.

- L'**interaction fondamentale** responsable de la cohésion de l'univers, de faible intensité et longue portée. L'attraction entre deux points massiques est donnée par la **force de gravitation** :



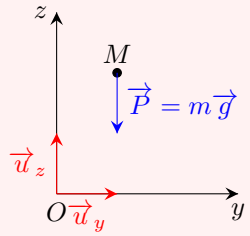

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{1\to2} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\overrightarrow{u}_{1\to2}}$$

avec $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ la constante de gravitation universelle, $r$ la distance entre $M_1$ et $M_2$ et $\overrightarrow{u}_{2\to1}$ le vecteur unitaire qui part de $M_2$ en direction de $M_1$.

## 1.3 Les lois phénoménologiques

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

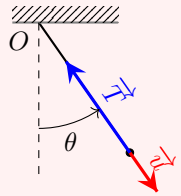
Pour décrire une interaction mécanique on se ramène souvent à un modèle issu d'une simplification ou bien de l'expérience (phénoménologique) pour obtenir une **loi de force**.
- Le **Poids** : Dans le référentiel Terrestre, on exprime la force de gravitation à la surface de la Terre comme une constante.




$$\boxed{\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg\overrightarrow{u}_z}$$

avec $g = 9{,}81\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ l'accélération de la pesanteur de direction verticale et dirigée vers le bas.

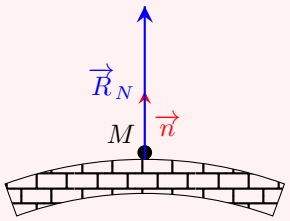
- La **tension** d'un fil inextensible : lorsqu'une masse est accrochée à un fil qu'on suppose inextensible, le fil exerce une force de contact dont on connaît la direction (le fil) et le sens (vers le fil) mais pas l'intensité :




$$\boxed{\overrightarrow{T} = -\|\overrightarrow{T}\|\overrightarrow{u}}$$

avec $\overrightarrow{u}$ le vecteur unitaire qui donne la direction et le sens du fil.

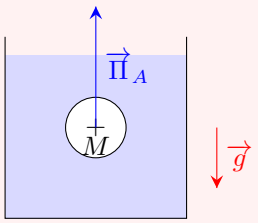
- La **réaction normale** du support : lorsqu'une masse est au contact d'une surface, celle-ci exerce une force de contact dont on connaît la direction (la normale) et le sens (vers la masse) mais pas l'intensité :




$$\boxed{\overrightarrow{R}_N = \|\overrightarrow{R_N}\|\overrightarrow{n}}$$

avec $\overrightarrow{n}$ le vecteur normal à la surface dirigé vers la masse.

- La **poussée d'Archimède** : lorsqu'une masse est immergée dans un fluide de masse volumique $\rho_f$, celui-ci exerce une force de pression dont la résultante est opposée au poids :

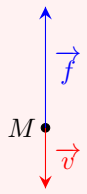



$$\boxed{\overrightarrow{\Pi}_A = -\rho_f V_{im}\overrightarrow{g}}$$

avec $V_{im}$ le volume immergé dans le fluide.

- Les **frottements fluides** : lorsqu'une masse est en mouvement dans un fluide, celui-ci exerce une force de trainée dont la résultante est opposée à la vitesse. On a un deux modèles :

Modèle linéaire pour les faibles vitesses




$$\boxed{\overrightarrow{f} = -\lambda\overrightarrow{v}}$$

Modèle quadratique pour les vitesses élevées :

$$\boxed{\overrightarrow{f} = -\mu v\overrightarrow{v}}$$

avec $\lambda$ et $\mu$ des coefficients à déterminer expérimentalement.

**Application :** En utilisant les ordres de grandeurs $\rho_{sol} \sim 1000\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et $\rho_{gaz} \sim 1\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, montrer que la poussée d'Archimède sera toujours négligeable devant le poids dans l'air.

# 2 Lois de Newton

## 2.1 Principe d'inertie

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

Si aucune action mécanique ne s'énerve sur un système on dit qu'il est **isolé**.
Si toutes les actions mécaniques qui s'exercent sur un système se compensent, alors il est **pseudo-isolé**.
**Principe d'inertie :** On postule l'existence de référentiels dit **galiléens** ou **inertiels** où un point matériel **isolé** ou **pseudo-isolé** est soit au **repos**, soit en **mouvement de translation rectiligne uniforme**.
**Conséquence :** Un référentiel est **galiléen ssi** il est en **translation rectiligne et uniforme** par rapport à un autre référentiel **galiléen**.

**Application :** On rappelle les définitions des différents référentiels classiques, justifier dans quelle limite on peut les considérer comme galiléens :

1. **Référentiel Terrestre :** Lié à la Terre, il peut se présenter en un point quelconque de la planète. Il est en rotation autour du centre de la Terre par rapport au référentiel géocentrique. C'est très souvent le référentiel classique en laboratoire.

2. **Référentiel géocentrique :** Lié au centre de la Terre et à trois étoiles «fixes». En translation par rapport au référentiel héliocentrique. La Terre tourne dans le référentiel mais son centre est fixe.

3. **Référentiel géocentrique :** Lié au centre du Soleil et à trois étoiles «fixes», c'est-à-dire suffisamment lointaines pour nous paraître fixes sur la durée du problème. Le soleil tourne dans le référentiel mais son centre est fixe.

## 2.2 Principe fondamental de la dynamique

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

[Quantité de mouvement] On définit la **quantité de mouvement** d'un point matériel $M$ de masse $m$ et de vitesse $\overrightarrow{v}_{M/\mathscr{R}}$ par rapport au référentiel $\mathscr{R}$ est :

$$\boxed{\overrightarrow{p}_{M/\mathscr{R}} = m\overrightarrow{v}_{M/\mathscr{R}}} \qquad \text{en kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Principe fondamental de la dynamique (PFD) :** dans un **référentiel galiléen** $\mathscr{R}_g$, la dérivée temporelle de la quantité de mouvement d'un point matériel $M$, de masse $m$ est égale à la résultante $\overrightarrow{F}_{ext\to M}$ des forces extérieures s'appliquant au point matériel.

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}_{M/\mathscr{R}_g}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathscr{R}_g} = \overrightarrow{F}_{ext\to M}}$$

**Remarque**

- Lorsque le système et le référentiel sont bien explicités en début d'exercice, vous pouvez alléger les notations et noter $\overrightarrow{p}_{M/\mathscr{R}_g} = \overrightarrow{p}$ et $\overrightarrow{v}_{M/\mathscr{R}} = \overrightarrow{v}$ ou encore $a\overrightarrow{a}_{M/\mathscr{R}} = \overrightarrow{a}$.
- Dans 99% des exercices la masse étant constante on peut directement écrire : $m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{F}_{ext\to M}$. Attention cependant lorsque le système éjecte une partie de sa masse ou s'il est composé de plusieurs points.
- Lorsque $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ on obtient le **principe fondamental de la statique**, ce qui est différent du principe d'inertie.

## 2.3 Principe des actions réciproques

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

**Principe des actions réciproques :** Soient deux points matériels $M_1$ et $M_2$. Si $M_1$ exerce une force $\overrightarrow{F}_{1\to 2}$ sur $M_2$ alors le point $M_2$ exerce une force $\overrightarrow{F}_{2\to 1}$ de même direction, même intensité et sens opposé :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{1\to 2} = -\overrightarrow{F}_{2\to 1}}$$

**Méthode à savoir appliquer et adapter**

→ Faire un schéma (dans une position quelconque) en utilisant des couleurs avec en évidence la ou les BOND utiles, les coordonnées du points $M$, d'autres paramètres importants.
→ Définir le système étudié ! (Dans certains exercices plusieurs points matériels existent et il faut bien définir le système).
→ Choisir un référentiel et préciser sa nature (galiléen, supposé galiléen, ou non galiléen).
→ Faire le bilan des actions mécaniques extérieur s'appliquant au système, dans le bilan exprimer chaque action mécanique dans la BOND utilisée.
→ Appliquer le PFD.
→ Faire une projection du PFD dans la BOND choisie et en choisissant un système de coordonnée adapté pour l'accélération.
→ Obtenir la ou les équations du mouvement.

## 2.4 Systèmes de points

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit alors le **centre de masse** $G$ d'un système composé de $N$ points $M_i$ de masse $m_i$ :

$$\boxed{\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_i m_i\overrightarrow{OM_i}}{m_{\text{tot}}}} \qquad \text{avec} \quad m_{\text{tot}} = \sum_i m_i$$

Soit un système de points $(S)$ composé de points $M_i$ de masse $m_i$, la quantité de mouvement totale du système dans $\mathscr{R}$ est la quantité de mouvement du centre de masse associé à la masse totale $m_{\text{tot}}$ :

$$\boxed{vcp_{(S)/\mathscr{R}} = m_{\text{tot}} \overrightarrow{v}_{G/\mathscr{R}}}$$

Le **théorème de la résultante cinétique** donne la relation :

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}_{(S)/\mathscr{R}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathscr{R}} = \overrightarrow{F}_{\text{ext}\to(S)}}$$

En pratique cela revient à assimiler le système de point à un unique point situé au centre de masse.

**Démonstration à savoir refaire**

**Système de deux points :** On considère un point $M_1$ de masse $m_1$ et un point $M_2$ de masse $m_2$.

# 3 Méthodologie de la chute libre

## 3.1 Équations du mouvement

**Application :** Un projectile de masse $m$, considéré comme ponctuel, est lancé depuis $O$ dans le champ de pesanteur uniforme $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{u}_z$ avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0\cos(\alpha)\overrightarrow{u}_x + v_0\sin(\alpha)\overrightarrow{u}_z$.

1. Définir le système et le référentiel, faire un schéma et un bilan des forces.

2. Appliquer le PFD.

3. Justifier que le mouvement est à accélération constante. En déduire le nombre de degrés de liberté.

4. Définir le système de coordonné utilisé et exprimer l'accélération.

5. En déduire les équations du mouvement.

## 3.2 Équations horaires

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit la **portée** comme la distance horizontale que parcours le projectile avant de toucher le sol.
On définit la **flèche** comme la hauteur maximale atteinte par le projectile.

**Application :** À partir des équations du mouvement précédentes :

1. Intégrer pour obtenir les équations horaires de la vitesse $\dot{x}(t)$ et $\dot{z}(t)$.

2. Intégrer pour obtenir les équations horaires de la position $x(t)$ et $z(t)$.

3. Déterminer la portée et la vitesse du projectile au moment de toucher le sol.

4. Déterminer la flèche.

## 3.3 Trajectoire

**Application :** À partir des équations horaires précédentes :

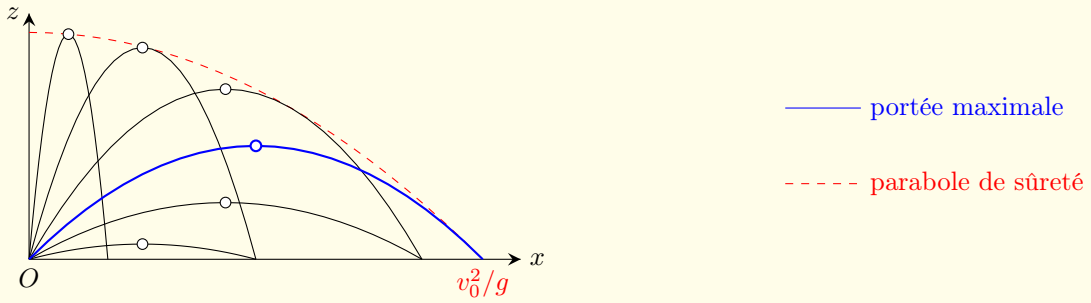
1. Déterminer l'angle $\alpha$ pour lequel la portée est maximale.

2. Déterminer l'angle $\alpha$ pour lequel la flèche est maximale.

3. Déterminer l'équation de la trajectoire. Comment se nomme ce type de courbe ?

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

On trace les trajectoires pour différentes valeurs de $\alpha$ avec un vitesse initiale identique :



# 4 Méthodologie de la chute avec frottements

## 4.1 Vitesse limite et temps caractéristique

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

[Vitesse limite] Lorsqu'on est en présence de frottement fluide, on suppose que le point $M$ de masse $m$ va suivre un mouvement transitoire jusqu'à atteindre une vitesse constante où les forces se compensent et le système devient pseudo-isolé. Alors :

$$\overrightarrow{v}(M)_{/\mathscr{R}} = \overrightarrow{v}_{\text{lim}} = \overrightarrow{C^{te}}$$

Est une solution particulière de l'équation du mouvement.
Le temps caractéristique $\tau$ est l'ordre de grandeur du temps nécessaire pour atteindre cette vitesse limite.

## 4.2 Cas des frottements fluides linéaires

**Application :**On considère la chute d'une bille de volume $V$ et masse volumique $\rho_{\text{b}}$ dans un liquide de masse volumique $\rho_{\text{f}}$. La bille est soumise à une force de frottement fluide $\overrightarrow{f} = -\lambda\overrightarrow{v}$. On lâche la bille de la surface sans vitesse initiale.

1. Définir le système et le référentiel, faire un schéma et un bilan des forces.

2. Appliquer le PFD.

3. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$.

4. Justifier que la vitesse de la bille va augmenter puis se stabiliser. En déduire l'expression de la vitesse limite.

5. En faisant l'analogie avec la charge d'un circuit $RC$, exprimer le temps caractéristique $\tau$.

6. En déduire l'ordre de grandeur de la profondeur nécessaire pour que la bille atteigne la vitesse limite.

## 4.3 Cas des frottements quadratiques

**Application :**On considère un parachutiste de masse $m$ soumis à une force de frottement fluide $\overrightarrow{f} = -\mu v\overrightarrow{v}$. Le parachutiste saute sans vitesse initiale d'une hauteur $h$.

1. Définir le système et le référentiel, faire un schéma et un bilan des forces.

2. Appliquer le PFD.

3. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$.

4. Justifier que la vitesse de la bille va augmenter puis se stabiliser. En déduire l'expression de la vitesse limite.

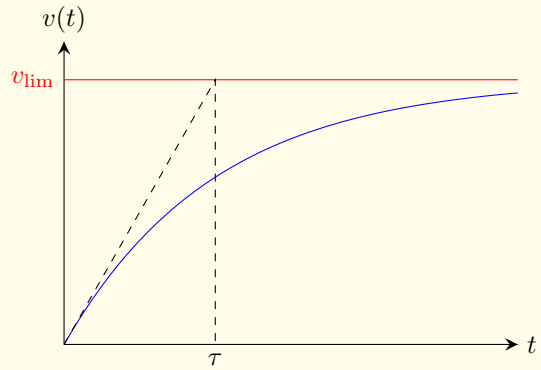
5. Par une analyse dimensionnelle, proposer une expression du temps caractéristique $\tau$.

6. En déduire l'ordre de grandeur de la profondeur nécessaire pour que la bille atteigne la vitesse limite.

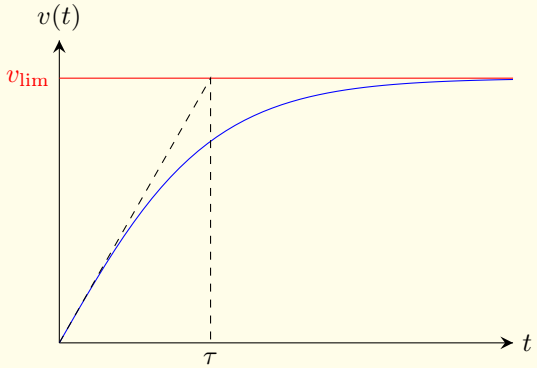
## 4.4 Temps caractéristique

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

On trace l'allure des courbes de $v(t)$ pour les deux modèles, on peut voir que le temps caractéristique peut à chaque fois être définit comme l'instant de l'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote.



Modèle linéaire



Modèle quadratique

On peut alors le définir comme le temps nécessaire pour atteindre la vitesse limite en négligeant les frottements. Alors il apparaît que $\tau$ devient une frontière entre :

- une durée de l'expérience $\Delta t \ll \tau$, on peut négliger les frottements ;
- une durée de l'expérience $\Delta t \gg \tau$, on peut considérer que la vitesse limite a été atteinte.

**Application :**En repartant des équations différentielles, exprimer $\tau$ en le définissant comme le temps nécessaire pour atteindre la vitesse limite sans frottements.

## 4.5 Adimensionnement

**Résultat ou définition à connaître par cœur**

On définit les vitesses et temps **adimensionnée** $v^*$ et $t^*$ comme les rapports :

$$t^* = \frac{t}{\tau} \qquad v^* = \frac{v}{v_{\text{lim}}}$$

**Application :** Reprendre le cas de la bille qui chute dans un liquide et montrer que l'on peut obtenir une équation différentielle vérifiée par $v^*(t^*)$.

**Application :** Reprendre le cas du saut du parachutiste et montrer que l'on peut obtenir l'expression de $\tau$ qui permet d'écrire une équation différentielle adimensionnée en vérifiée par $v^*(t^*)$.

**Aspect qualitatif à comprendre et retenir**

Dans le cas d'un tir où la vitesse initiale est $\overrightarrow{v_0} = v_0(\cos(\alpha)\overrightarrow{u}_x + \sin(\alpha)\overrightarrow{u}_z)$ on a deux cas limites possibles :

- $v_0 \ll v_{\text{lim}}$ dans ce cas les frottements sont négligeable pendant toute la trajectoire, on retrouve le tir parabolique.
- $v_0 \gg v_{\text{lim}}$ dans ce cas les frottements sont très important et on peut négliger le poids, la trajectoire est dans un premier temps rectiligne, jusqu'à ce que la vitesse diminue suffisamment pour que le poids ne soit plus négligeable. On trace ci-contre l'allure de la trajectoire.

