

Devoir maison n° 8

A rendre le jeudi 30 novembre 2023

1. Pour $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$, on considère l'équation différentielle $(E) : (x - 1)y' - ny = x$.
 - (a) Par intégration par parties, déterminer une primitive de $g : x \mapsto \frac{x}{(x - 1)^{n+1}}$ sur $]1, +\infty[$.
 - (b) En déduire l'ensemble des solutions de (E) sur $]1, +\infty[$.
2. On considère l'équation différentielle $(F) : x^2y'' + 4xy' + (2 - x^2)y = e^x$.

Pour $x \in \mathbb{R}_+^*$, on pose $z(x) = x^2y(x)$.

 - (a) Montrer que y est solution de (F) ssi z est solution de $(F') : z'' - z = e^x$.
 - (b) Résoudre (F') . En déduire les solutions de (F) sur \mathbb{R}_+^* .
3. (a) Déterminer une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto e^{\sin(x)} \sin(x) \cos(x)$ à l'aide du changement de variable $t = \sin(x)$.
 - (b) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' + \cos(x)y = \sin(2x)$.