

Devoir maison n° 2

A rendre le jeudi 24 septembre 2026

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $\sqrt{2x^2 - x - 1} = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ et $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 1 - 2x$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $||x - 1| - x| \leq 1$.
3. Montrer que pour tous réels a et b positifs, $|\sqrt{a} - \sqrt{b}| \leq \sqrt{|a - b|}$.

Exercice 2 L'objectif est de résoudre l'inéquation (I) : $\frac{x^3 - 5}{7 - 3x} \leq x + 1$.

1. Trouver un nombre entier α solution de l'équation $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.
2. Trouver trois nombres réels a , b et c vérifiant :

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x - \alpha)(ax^2 + bx + c).$$

3. En déduire, à l'aide d'un tableau de signes, l'ensemble des solutions de l'inéquation (I).