

1. Étudier la fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

f est définie et dérivablessi $x^2-1 > 0$

ssi $x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[= Df$

$\forall x \in Df, -x \in Df$ et $f(-x) = -f(x)$. La fonction f est impaire, il suffit de l'étudier sur $]1, +\infty[$.

$$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2-1} - x \times \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{(\sqrt{x^2-1})^2} = \frac{x^2-1-x^2}{\sqrt{x^2-1}(x^2-1)} = \frac{-1}{(x^2-1)^{3/2}} < 0$$

x	1	$+\infty$
f'		-
f	$+\infty$	1

En 1^+ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x^2-1} = 0^+$

donc $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ par quotient

En $+\infty$ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{x}{x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1-\frac{1}{x^2}} = 1$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

2. Transformer sous la forme $A \cos(t-\theta)$:

$-3\sqrt{3} \cos t + 3 \sin t = 6 \cos(t - \frac{5\pi}{6})$ car, si on pose

$z = -3\sqrt{3} + 3i$

$|z| = \sqrt{3^2 \sqrt{3}^2 + 3^2} = \sqrt{36} = 6$

$z = 6 \left(-\frac{3\sqrt{3}}{6} + \frac{3i}{6} \right)$

$= 6 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$

$= 6 e^{i \frac{5\pi}{6}}$