

Résumé n° 15

Mardi 6 octobre

1. Calculer la limite en 0 de $\frac{\operatorname{sh} x}{\sin x}$

$$\frac{\operatorname{sh} x}{\sin x} = \frac{\operatorname{sh} x}{x} \times \frac{x}{\sin x} \quad \text{On sait que } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

On montre de même que $\frac{\operatorname{sh} x}{x} = \frac{f(x) - f(0)}{x}$

avec $f(x) = \operatorname{sh} x$ dérivable en 0 et $f'(x) = \operatorname{ch} x$

donc $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} x}{x} = \operatorname{ch}(0) = 1$ et

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} x}{\sin x} = 1 \text{ par produit}}$$

2. Répondez dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^6 = -32 + 32i\sqrt{3}$

$$-32 + 32i\sqrt{3} = 64 \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 64 e^{2i\frac{\pi}{3}}$$

$$\text{et } z^6 = 64 e^{2i\frac{\pi}{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} r^6 = 64 = 2^6 \\ 6\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{en posant} \\ z = r e^{i\theta} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r = 2 \\ \theta = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \quad k \in [0, 5] \end{cases}$$

$$\boxed{S = \left\{ 2e^{i\frac{\pi}{9}}, 2e^{4i\frac{\pi}{9}}, 2e^{7i\frac{\pi}{9}}, 2e^{10i\frac{\pi}{9}}, 2e^{13i\frac{\pi}{9}}, 2e^{16i\frac{\pi}{9}} \right\}}$$

$$\boxed{2e^{10i\frac{\pi}{9}}}$$