# Devoir maison n° 6

**A rendre le jeudi 12 novembre 2026**

**Exercice 1** Le but de cet exercice est de calculer $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{1+2+3+\cdots+k}, n \in \mathbb{N}^*$.

1. Calculer $u_k = \frac{1}{1+2+3+\cdots+k}$ en fonction de $k$, pour tout $k \in \mathbb{N}^*$.
2. Déterminer deux réels $a$ et $b$ tels que $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x}, \forall x \in \mathbb{R}_+^*$
3. En déduire la valeur de $S_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

**Exercice 2** Le but de cet exercice est de calculer $P_n = \prod_{k=2}^{n} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$ pour tout entier naturel $n$ supérieur ou égal à 2.

1. Calculer $A_n = \prod_{k=2}^{n} \left(1 - \frac{1}{k}\right)$
2. Calculer $B_n = \prod_{k=2}^{n} \left(1 + \frac{1}{k}\right)$
3. Déduire des deux questions précédentes la valeur de $P_n$ en fonction de $n$.

**Exercice 3**

1. Discuter en fonction des valeurs du réel $m$ l'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$$

2. Discuter en fonction des valeurs des réels $a$, $b$, $c$, l'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} 2x - y + z = a \\ -x + 2y + 2z = b \\ 4x - 5y - 3z = c \end{cases}$$