

NOM :

Lundi 4 décembre 2023

Test n° 11**Sujet A**

1. Compléter : $M = \sup(A)$ ssi _____

2. Déterminer, s'ils existent, la borne supérieure, la borne inférieure, le maximum et le minimum de $A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \right\}$

3. (a) Soit (a_k) , une suite réelle. Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| \leq \sum_{k=1}^n |a_k|$

(b) Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$ et $x \in \mathbb{R}$. Montrer que $\left| \frac{(-1)^n \sin(nx)}{n + k^2} \right| \leq \frac{1}{n}$

(c) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\left| \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k \sin(kx)}{n + k^2} \right| \leq 1$
