

Devoir maison n° 3

A rendre le jeudi 5 octobre 2023

Le but de ce devoir est d'étudier la fonction f définie par $f : x \mapsto \cotan(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$.

On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan.

1. (a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
(b) Étudier la parité de la fonction f sur D_f .
(c) Démontrer que la fonction f est π -périodique.
(d) Justifier, à l'aide des questions précédentes, que l'on peut étudier la fonction f sur l'intervalle $]0 ; \frac{\pi}{2}]$.
2. (a) Justifier que la courbe C admet une asymptote sur $]0 ; \frac{\pi}{2}]$.
(b) Déterminer le tableau de variation de la fonction f sur $]0 ; \frac{\pi}{2}]$.
3. (a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C en son point d'abscisse $\frac{\pi}{2}$.
(b) Étudier les variations de la fonction d définie sur $]0 ; \frac{\pi}{2}]$ par

$$d(x) = f(x) - \left(-x + \frac{\pi}{2}\right)$$

- (c) En déduire la position relative de la droite T et de la courbe C .
4. Tracer l'allure du graphe de f sur $]0 ; \frac{\pi}{2}]$, puis sur $] - \pi ; 0[\cup]0 ; \pi]$ en expliquant les transformations utilisées.

Représenter également la droite T et les éventuelles asymptotes à la courbe C .