

NOM :

Lundi 18 décembre 2023

Test n° 12**Sujet B**

1. Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Compléter l'équivalence suivante par au moins une proposition :

A est inversible ssi _____

2. Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Calculer B^2 et B^3 . _____

- (b) Conjecturer l'expression de B^n pour tout entier n et la prouver au moyen d'un raisonnement par récurrence.

3. On définit deux suites (u_n) et (v_n) par : $u_0 = 1$, $v_0 = 2$ et
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{3}(2u_n + v_n) \\ v_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 2v_n) \end{cases}$$

- (a) Montrer que la suite définie par $w_n = v_n - u_n$ est géométrique, préciser sa raison, et déterminer sa limite.

- (b) Montrer que (u_n) est croissante, que (v_n) est décroissante, puis que ces deux suites convergent vers une même limite ℓ .
