

Q.C.M. n°1 : Calculs de base et applications numériques.

Pour samedi 26 juillet

Cette première planche a pour but de vous faire réviser les règles de calculs basiques. Les exemples sont pris dans le cours de PTSI, il est inutile de chercher à comprendre comment ces équations ont été obtenues.

Les réponses doivent être envoyées grâce au formulaire suivant : <https://forms.gle/75FDF5EyhF1FqKRF7>

I. Résolution de systèmes d'équations

1 - Résoudre le système suivant, d'inconnues M et N :

$$\begin{cases} M + N = x_0 \\ -M\omega_0 + N\omega_0 = v_0 \end{cases}$$
$$\text{A : } \begin{cases} M = x_0 - \frac{v_0}{\omega_0} \\ N = x_0 + \frac{v_0}{\omega_0} \end{cases}$$
$$\text{B : } \begin{cases} M = -x_0 - \frac{v_0}{\omega_0} \\ N = -x_0 + \frac{v_0}{\omega_0} \end{cases}$$
$$\text{C : } \begin{cases} M = \frac{x_0}{2} + \frac{v_0}{2\omega_0} \\ N = \frac{x_0}{2} - \frac{v_0}{2\omega_0} \end{cases}$$

$$\text{D : } \begin{cases} M = \frac{x_0}{2} - \frac{v_0}{2\omega_0} \\ N = \frac{x_0}{2} + \frac{v_0}{2\omega_0} \end{cases}$$

2 - Résoudre le système suivant, d'inconnues P et Q :

$$\begin{cases} P + Q + E = 0 \\ Pr_1 + Qr_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{A : } \begin{cases} P = \frac{r_2 E}{r_2 - r_1} \\ Q = \frac{r_1 E}{r_1 - r_2} \end{cases}$$
$$\text{B : } \begin{cases} P = \frac{r_1 E}{r_2 - r_1} \\ Q = \frac{r_2 E}{r_1 - r_2} \end{cases}$$
$$\text{C : } \begin{cases} P = \frac{r_2 E}{r_1 - r_2} \\ Q = \frac{r_1 E}{r_2 - r_1} \end{cases}$$
$$\text{D : } \begin{cases} P = \frac{r_1 E}{r_1 - r_2} \\ Q = \frac{r_2 E}{r_2 - r_1} \end{cases}$$

3 - Dans une machine ditherme réversible, échangeant un travail W et des quantités de chaleur Q_C et Q_F avec des sources de chaleur de température T_C et T_F , on a les relations :

$$\begin{cases} W + Q_C + Q_F = 0 \\ \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0 \end{cases}$$

Exprimer Q_C et Q_F en fonction de W , T_C et T_F .

$$\begin{aligned} \text{A : } & \begin{cases} Q_C = \frac{T_C W}{T_C - T_F} \\ Q_F = \frac{T_F W}{T_F - T_C} \end{cases} \\ \text{B : } & \begin{cases} Q_C = \frac{T_C W}{T_F - T_C} \\ Q_F = \frac{T_F W}{T_C - T_F} \end{cases} \\ \text{C : } & \begin{cases} Q_C = \frac{T_F W}{T_F - T_C} \\ Q_F = \frac{T_C W}{T_C - T_F} \end{cases} \\ \text{D : } & \begin{cases} Q_C = \frac{T_F W}{T_C - T_F} \\ Q_F = \frac{T_C W}{T_F - T_C} \end{cases} \end{aligned}$$

4 - Un gaz parfait, initialement à la pression P_1 , à la température T_1 , occupe un volume V_1 . Il subit une compression adiabatique réversible le menant une température T_2 connue. Le facteur γ est un nombre sans dimension, connu. Quels sont la pression P_2 et le volume V_2 atteints, sachant que :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \\ P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \end{cases} \\ \text{A : } & \begin{cases} P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \\ V_2 = V_1 \sqrt[1-\gamma]{\frac{T_1}{T_2}} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B : } & \begin{cases} P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ V_2 = V_1 \sqrt[\gamma-1]{\frac{T_1}{T_2}} \end{cases} \\ \text{C : } & \begin{cases} P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \\ V_2 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\gamma-1} \end{cases} \\ \text{D : } & \begin{cases} P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ V_2 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{1-\gamma} \end{cases} \end{aligned}$$

II. Applications numériques

Aux concours de la filière PTSI-PT, des applications numériques seront demandées alors que les calculatrices sont interdites. Il est donc impératif, pendant l'année, de s'entraîner à calculer des applications numériques au papier et crayon : le premier chiffre significatif, la bonne puissance de 10, sans oublier l'unité !

N'utilisez pas votre calculatrice pour les questions suivantes !

Pensez à convertir si besoin les grandeurs en unités du système international, notamment : kg, m, s. Dans le formulaire en ligne, rajoutez l'unité à la valeur numérique de votre calcul.

5 - Dans un montage électrique, le courant i a pour expression :

$$i = \frac{1}{6} \left(\frac{e_1}{2R} - \frac{e_2}{R} + \eta \right)$$

Calculer i sachant que $e_1 = 5 \text{ V}$, $e_2 = 2,5 \text{ V}$, $\eta = 6 \text{ mA}$ et $R = 50 \Omega$.

6 - Une bille de masse $m = 100 \text{ g}$ est lâchée depuis une hauteur $h_0 = 50 \text{ cm}$ au-dessus d'un plateau horizontal, soutenu par un ressort vertical de raideur $k = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. On prend $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Calculer la hauteur h_1 dont elle enfonce le plateau (h_1 compté positivement), cette hauteur valant :

$$h_1 = \frac{mg}{k} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2kh_0}{mg}} \right)$$

7 - Un satellite artificiel a un mouvement circulaire à une altitude $h = 600 \text{ km}$ autour de la Terre, de rayon $R_T = 6400 \text{ km}$.

On note $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ la constante gravitationnelle, et $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ la masse de la Terre.

Estimer la période de révolution T de ce satellite, donnée par la troisième loi de Kepler :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_T} (R_T + h)^3}$$

8 - Une bobine est constituée d'un fil conducteur très fin, conducteur, enroulé $N = 1000$ fois autour d'un support cylindrique de rayon $R = 4 \text{ cm}$. La hauteur de cette bobine est $H = 12 \text{ cm}$. Son inductance propre est donnée par la relation :

$$L = \frac{\mu_0 N^2}{H} \pi R^2$$

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ est la permittivité diélectrique du vide.

Calculer la valeur numérique de L , dont l'unité est le henry (de symbole H).

9 - Un récipient isolé thermiquement contient initialement une masse $m_f = 150 \text{ g}$ d'eau froide, à la température $T_i = 20^\circ\text{C}$. On y rajoute une masse $m_c = 100 \text{ g}$ d'eau froide, à la température $T_c = 50^\circ\text{C}$.

Un bilan enthalpique permet de montrer que la température finale T_f atteinte par l'ensemble vérifie la relation :

$$m_f(T_f - T_i) + m_c(T_f - T_c) = 0$$

Calculer la température finale T_f .