

Q.C.M. n°3 : Manipulation de nombres complexes.

Pour samedi 09 août

Seuls les étudiants ayant suivi l'option Maths
Expertes peuvent traiter cette planche de QCM.

En cours d'année, vous serez amenés à travailler dans le domaine complexe afin de se simplifier les calculs (malgré les apparences !). Il est donc essentiel de maîtriser les notions de base des nombres complexes, à savoir : partie réelle, partie imaginaire, module et argument.

Les exemples sont pris dans le cours de PTSI, il est inutile de chercher à comprendre comment ces équations ont été obtenues.

Les réponses doivent être envoyées grâce au formulaire suivant :
<https://forms.gle/aFcRNEWrFVHeJFSSA>

Notation : Dans toute cette planche, les nombres complexes sont représentés par des lettres soulignées, par exemple $\underline{z}$. Les autres caractères représentent des nombres réels.

De plus, pour ne pas confondre avec une intensité électrique (notée i), l'imaginaire pur, noté i en mathématique, est noté j en physique. Ainsi, on a $j^2 = -1$.

1 - On pose $\underline{z}_1 = x_1 + jy_1$. Quelle affirmation ci-dessous est juste ?

- A : $\text{Re}(\underline{z}_1) = y_1$
- B : $\text{Im}(\underline{z}_1) = jy_1$
- C : $\arg(\underline{z}_1) = \frac{y_1}{x_1}$
- D : $|\underline{z}_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

2 - On pose $\underline{z}_2 = x_2 + \frac{y_2}{j}$. Quelle affirmation ci-dessous est juste ?

- A : $\text{Re}(\underline{z}_2) = y_2$
- B : $\text{Im}(\underline{z}_2) = -y_2$
- C : $\arg(\underline{z}_2) = \frac{y_2}{x_2}$
- D : $|\underline{z}_2| = \sqrt{x_2^2 - y_2^2}$

3 - Que vaut $|-4 + 3j|$?

- A : 5
- B : 7
- C : $\sqrt{7}$
- D : $5j$

4 - Écrire le nombre $e^{-j\frac{\pi}{6}}$ sous forme algébrique.

- A : $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{j}{2}$
- B : $\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C : $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{j}{2}$
- D : $\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$

5 - Exprimer $2j - 2$ sous forme trigonométrique.

- A : $8e^{j\frac{3\pi}{4}}$
- B : $8e^{j\frac{\pi}{4}}$
- C : $\sqrt{8}e^{j\frac{3\pi}{4}}$
- D : $\sqrt{8}e^{j\frac{\pi}{4}}$

6 - Exprimer $|\underline{H}_1|$ avec $\underline{H}_1 = H_0 \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0}\right)$

- A : $H_0 \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$
- B : $H_0 \sqrt{1 + \frac{\omega}{\omega_0}}$
- C : $H_0 \left(1 + \frac{\omega}{\omega_0}\right)$
- D : $H_0 \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$

7 - Exprimer $|\underline{H}_2|$, où $H_2 = \frac{1}{1 + jRC\omega}$.

A : $\sqrt{\frac{1}{1 + RC\omega}}$

B : $\sqrt{1 + RC\omega}$

C : $\sqrt{\frac{1}{1 + jRC\omega}}$

D : $\sqrt{\frac{1}{1 + (RC\omega)^2}}$

8 - Exprimer $|\underline{H}_3|$ avec $\underline{H}_3 = \frac{1 - j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

A : $\frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$

B : 1

C : $\frac{1 - \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{\omega}{\omega_0}}$

D : $\sqrt{\frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$

9 - Soit $\underline{K} = 1 + \frac{1}{Q} \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2$. Que vaut $|\underline{K}|^2$?

A : $\left(1 - \frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$

B : $\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2$

C : $\left(1 + \frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$

D : $\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2$

10 - Dans un circuit RLC en régime sinusoïdal forcé, l'amplitude complexe du courant s'écrit :

$$\underline{I} = \frac{\frac{E_0}{R}}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Exprimer $|\underline{I}|$.

A : $\frac{\frac{E_0}{R}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$

B : $\frac{\frac{E_0}{R}}{\sqrt{1 + Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}}$

C : $\frac{\frac{E_0}{R}}{\sqrt{1 + jQ^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$

D : $\frac{\frac{E_0}{R}}{\sqrt{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}}$

11 - Dans un circuit RLC en régime sinusoïdal forcé, l'amplitude complexe de la tension aux bornes du condensateur vaut :

$$\underline{U}_c = \frac{jRC\omega E_0}{1 + jRC\omega + LC(j\omega)^2}$$

Exprimer $|\underline{U}_c|$.

A : $\frac{jRC\omega E_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}$

B : $\frac{jRC\omega E_0}{\sqrt{(1 + LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}$

C : $\frac{RC\omega E_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}$

D : $\frac{RC\omega E_0}{\sqrt{(1 + LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}$