

Colles semaine 8

En bref

- Calcul de sommes/produits.
- Formules exprimant $\sum_{k=0}^n k$; $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Factorisation, développement, permutation de termes dans les sommes.
- Identité remarquable de factorisation de $a^{n+1} - b^{n+1}$.
- Factorisation, coefficients binomiaux et formules du binôme de Newton.
- Exemples de sommes doubles, de sommes triangulaires.
- Exemples pratiques de résolution de systèmes linéaires. Algorithme du pivot de Gauss.
- Structure de l'ensemble des solutions d'un système linéaire.
- Écriture matricielle des systèmes linéaires.
- Produit de matrices, lien avec les transposition.
- Cas des matrices carrées. Lien entre l'inversibilité des matrices carrées et le nombre de solutions des systèmes associés. Notion de système de Cramer.

Exemples de questions de cours

Les étudiantes et étudiants se présentent à la colle en sachant répondre rapidement et précisément à TOUTES les questions suivantes. Ils seront interrogés sur l'une d'entre elles.

- Citer et démontrer la formule pour calculer $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Citer la formule du binôme. L'appliquer pour calculer $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$.
- Calculer $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} \frac{i}{j}$.
- Citer la formule de produit matriciel, l'appliquer pour montrer que le produit de deux matrices triangulaires supérieures est triangulaire supérieure.
- Citer la formule de produit matriciel. L'appliquer pour montrer que $(AB)^T = B^T A^T$ lorsque A et B sont deux matrices de formats compatibles.
- Si $\mathcal{S}$ est l'ensemble des solutions d'un système linéaire et $\mathcal{S}_0$ l'ensemble des solutions du système homogène associé; montrer que $\mathcal{S} = \{X + Z \mid Z \in \mathcal{S}_0\}$ pour toute solution particulière $X \in \mathcal{S}$. En déduire les nombres possibles de solutions pour $\mathcal{S}$ et $\mathcal{S}_0$.

Notes aux colleurs et colleuses

- Nous n'avons pas encore fait d'exemple de calcul de polynôme matriciel.
- N'ayant pas encore traité le cours sur les complexes, les matrices et systèmes linéaires sont pour le moment tous à coefficients réels.