

## Devoir Maison n°1

### À rendre lundi 22 septembre

*Exercice 1*— Résoudre les équations et inéquations suivantes d'inconnue  $x \in \mathbb{R}$  :

$$x^4 - 3x^2 - 10 = 0, \quad -2x^2 + x + 6 \geq 0, \quad x + \frac{1}{x} \geq -1, \quad \frac{1-x}{1+x} > 0, \quad \exp(x^2) \geq 2.$$

—

*Exercice 2*— Donner l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité et la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$$f: x \mapsto \ln\left(1 + x + \frac{1}{x}\right), \quad g: x \mapsto \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}, \quad h: x \mapsto (x-1)e^{\frac{x}{x-1}}.$$

Faire l'étude complète de la fonction  $f$ .

—

*Exercice 3*— 1. Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . On suppose que  $f$  est croissante et  $g$  est décroissante. Montrer que  $f \circ g$  est décroissante.

2. Montrer :  $\forall x \in \mathbb{R}, \quad x + \sqrt{1+x^2} > 0$ .

3. Soient  $a, b \in \mathbb{R}$ . Montrer :  $a^2 + b^2 = 0 \iff a = b = 0$ .

4. Soient  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . On suppose que  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = ab + bc + cd + da$ . Montrer que  $a = b = c = d$ .

5. Montrer que l'énoncé suivant est incorrect :

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \quad a \leq b \iff a^2 \leq b^2.$$

Corriger le membre de gauche de l'équivalence précédente de sorte qu'elle devienne vraie.