

# TD RÉVISIONS DE TERMINALE

## 1 Analyse réelle

*Exercice 1*— Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x+1)^2 - x + 1$ , et  $\mathcal{C}$  sa courbe dans un repère orthonormé.

1. En quel(s) point(s)  $\mathcal{C}$  coupe-t-elle l'axe des abscisses ? des ordonnées ? la première bissectrice  $y = x$  ?
2. Résoudre l'inégalité  $f(x) > 0$ .

*Exercice 2*— Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes :  $(x-3)(4x+1) = 5(x-3)$ ,  $\frac{x-2}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{-3x+1}{x^2-1}$ ,  $\frac{x^2-4}{x+1} \leq 0$ ,  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 1$ ,  $6x^2 + x^{-2} = 5$ ,  $e^x + e^{-x} = 4$ ,  $\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} = 3$ .

*Exercice 3*— Dériver les fonctions suivantes :  $x \mapsto \ln(x) \sin(x)$ ,  $x \mapsto e^{\cos x}$ ,  $x \mapsto \frac{\ln(2x^2)}{x-1}$ ,  $x \mapsto (\sin(x))^n$  où  $n \in \mathbb{N}$ .

*Exercice 4*— Donner les primitives des fonctions suivantes :  $x \mapsto 2x^3 + \cos x - e^x$ ,  $x \mapsto e^{2x}$ ,  $x \mapsto \sin(x) \cos(x)$ .

*Exercice 5*— Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes :

$$|x-2| = |x+4|, \quad |x-2| = 2x, \quad |x-1| + |x+2| < 5.$$

*Exercice 6*— Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

$$\sqrt{x+2} = x, \quad \sqrt{x(x-3)} = \sqrt{3x-5}, \quad \sqrt{x-2} > x-4, \quad x^{(x^x)} = (x^x)^x.$$

*Exercice 7*— Soient  $x$  et  $y$  deux réels strictement positifs. Montrer que  $\sqrt{x+y} < \sqrt{x} + \sqrt{y}$ .

## 2 Manipulations algébriques

*Exercice 8*— Montrer que pour tous réels  $a$  et  $b$ ,  $ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$ . Étudier le cas d'égalité.

*Exercice 9*— Soit  $a$  un réel non nul. On pose  $x = a - \frac{1}{a}$ .

1. Exprimer  $x^2$  et  $x^3$  en fonction de  $a$ .
2. Exprimer  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  et  $a^3 - \frac{1}{a^3}$  en fonction de  $x$  seulement.