

Programme de la colle 3 : semaine du 29/09/25.

1 Contenu : révisions de Terminale, compléments sur \mathbb{R} et étude de fonctions

- Logique : notions d'assertions, connecteurs logiques, tables de vérité, quantificateurs, négation d'une assertion logique.
- Mode de définition d'un ensemble : par énumération, par compréhension, par image directe.
- Règle de rédaction : montrer un \forall , un \exists , un ET, un OU, une implication, une équivalence.
- Résolution d'équations et inéquations.
- Dérivation, intégration.
- Courbe d'une fonction.
- Valeurs absolue sur les nombres réels : $|x| = \max(x, -x) = \text{dist}(x, 0) = \sqrt{x^2}$. Inégalité triangulaire.
- Relation d'ordre sur \mathbb{R} , propriétés élémentaires, comportement avec les opérations classiques.
- Intervalles de \mathbb{R} , droite achevée.
- Parties majorées, minorées, bornées. Bornes sup/inf, max/min. Toute partie non vide et majorée possède une borne sup.
- Ensembles de nombres : \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} , \mathbb{Q} . Toute partie non vide de \mathbb{N} possède un min. \mathbb{R} est la propriété d'Archimède. Approximation : partie entière, approximation décimale d'un réel, tout intervalle de \mathbb{R} contient un rationnel.
- Fonctions de la variable réelle à valeurs dans \mathbb{R} . Définition, domaine de définition, opérations classiques, graphes de $x \mapsto f(x)$, de $x \mapsto f(x) + a$, de $x \mapsto f(x + a)$, de $x \mapsto -f(x)$, de $x \mapsto f(-x)$. Interprétation géométrique de problème de la forme $f(x) = g(x)$, $f(x) \leq g(x)$.
- Pour A et B deux parties de \mathbb{R} , notion de f réalise une bijection de A dans B . Réciproque d'une bijection.
- Monotonie ((strict.) (dé)croissant), symétries (fonctions paires, impaires, périodiques).
- Bornes : fonction majorée (minorée), borne supérieure (inférieure), max (min). Interprétation géométrique. f est bornée ssi $|f|$ est majorée.
- Dérivation. Définition du nombre dérivé, de la dérivée. Domaine de dérivabilité. Opérations sur les dérivées (combinaisons linéaires, produit, quotient, composition).
- Lien en dérivée et monotonie. Pour f une fonction définie et dérivable sur un intervalle :
 - f est croissante ssi $f' \geq 0$.
 - f est strictement croissante ssi $f' \geq 0$ et l'ensemble des zéros de f' ne contient aucun intervalle.
 - Théorème de la bijection dérivable.
- Fonctions classiques : exp, ln, cos, sin, tan, sinh et cosh, fonctions puissance $x \mapsto x^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$, arccos, arcsin et arctan : domaine de définition, de dérivabilité, graphes, symétries, dérivées, limites, croissances comparées...

2 Rédaction et méthodes

- Manipulations algébriques : chapitres 1 à 4 de la feuille de calcul.
- Manipulation des fonctions exp et ln : chapitre 7 de la feuille de calcul.
- Dérivation des fonctions : chapitre 9 de la feuille de calcul.
- Donner la négation d'une assertion.
- Résolution d'équations et d'inéquations par équivalences, ou par analyse-synthèse.
- Manipulation des valeurs absolues : par disjonction de cas, géométriquement ($|a - b| = \text{dist}(a, b)$).
- Attention : $a^2 = b^2 \not\Rightarrow a = b$.
- Déterminer le domaine de définition et de dérivabilité d'une fonction de la variable réelle.
- Dérivation de fonctions usuelles (en particulier composée).
- Tableau des variations : on doit résoudre $f'(x) = 0$ et $f'(x) > 0$.
- Valeurs remarquables des fonctions exp, ln, sin, cos, tan, arccos, arcsin et arctan.