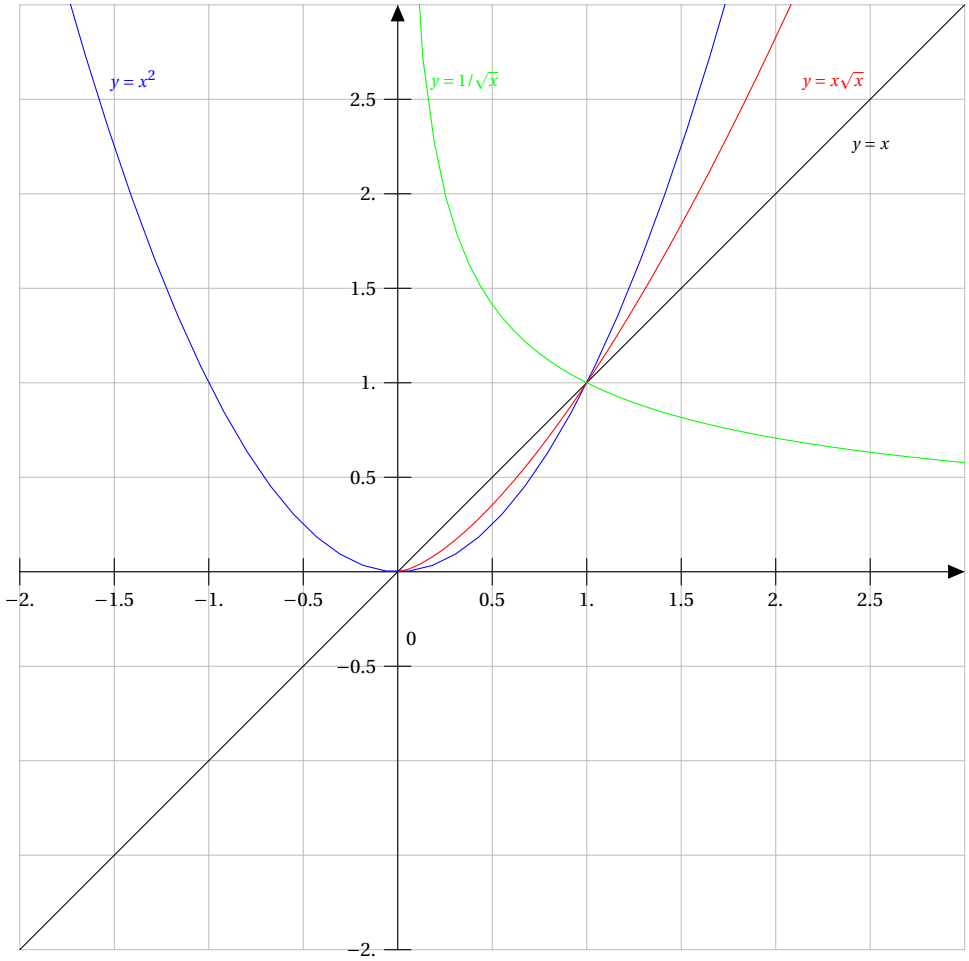
Nom :

Interrogation de mathématiques BCPST spé 2
Jeudi 14 septembre 2023
réponses

Consignes : les réponses et les éventuels calculs doivent figurer sur ce document, n'oubliez pas d'indiquer votre nom.

1. Sur le graphe suivant tracer les courbes des fonctions suivantes.
   (a) $x \mapsto \dfrac{1}{x^3}$
   (b) $x \mapsto x^2$
   (c) $x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
   (d) $x \mapsto x\sqrt{x}$



LA SUITE AU VERSO

2. Compléter les formules suivantes, a et b sont des réels tels que les quantités soient bien définies

   - $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$

   - $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 1 - 2\sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1$ une seule formule suffit

   - $\tan(a-b) = \dfrac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$

3. Soit f une fonction à valeurs réelles, de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$, et $h : t \mapsto h(t)$, $k : t \mapsto k(t)$ deux fonctions à valeurs réelles, de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$. on pose

   $$\forall t \in \mathbb{R} \qquad \psi(t) = f\left(h(t),\ k(t)\right)$$

   Donner la dérivée de ψ.

   $$\forall t \in \mathbb{R} \qquad \psi'(t) = h'(t)\frac{\partial f}{\partial x}(h(y),k(t)) + k'(t)\frac{\partial f}{\partial y}(h(y),k(t))$$

4. Donner l'approximation pour des petites variations autour de $(1,1)$ pour la fonction $(x,y) \mapsto x\mathrm{e}^y + y^2$.

RÉPONSE:

La fonction f est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$ par opérations. et pour $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \mathrm{e}^y \qquad \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = x\mathrm{e}^y + 2y$$

Donc le gradient en $(1,1)$ est $\overrightarrow{grad}(f)(1,1) = (\mathrm{e}, \mathrm{e}+2)$
Pour h et k proches de 0

$$f(1+h,1+k) \simeq f(1,1) + h\mathrm{e} + k(\mathrm{e}+2)$$

*