

Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 14 : du lundi 13 janvier au vendredi 17 janvier

Structure des interrogations

Avant le début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant·e une démonstration parmi, puis un calcul d'intégrale (révisions première année)

1. Étude de $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$
2. Étude de $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$
3. Étude de $\int_1^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$

Applications linéaires

1. Application linéaire, endomorphisme, ...
2. Opération sur les applications linéaires combinaison linéaire, composée, bijection réciproque
3. Noyau et image, définition, structure lien avec l'injectivité et la surjectivité
4. En dimension finie une AL est définie par l'image d'une base, $\text{Im } f = \text{Vect}(f(e_1), \dots, f(e_n))$
5. Théorème du rang, lien entre injectivité, surjectivité en dimension finie.
6. Matrice d'une application linéaire dans des bases, utilisation pour le calcul de $\text{Im } f$ et $\text{Ker } f$
7. Noyau et image d'une matrice
8. Lien entre les opérations sur les applications linéaires et les opérations sur les matrices
9. Matrice de passage, changement de base.

Intégrales généralisées

1. Définition de la convergence d'une intégrale d'une fonction continue sur $[a; b[,]a; b]$ avec a et b réels ou infinis
2. Intégrale sur $]a; b[$, Les étudiants doivent se ramener à l'étude de l'intégrale sur $]a; c[$ et $[c; b[$. Faites attention à la rédaction.
3. Croissance linéarité et positivité de l'intégrale
4. Formule de l'IPP pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas incités à utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la convergence des crochets $[fg]_a^b$ et à la nature des intégrales.
5. Formule de changement de variable pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas obligés d'utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la nature des intégrales et à la stricte monotonie.
Ce théorème est recommandé pour les changements du type $u = ax + b$.
6. Intégrale de fonction paires et impaires, faire attention aux convergences.

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à <https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/>