

# Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 15 : du lundi 20 janvier au vendredi 24 janvier

## Structure des interrogations

Avant le début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant-e une démonstration parmi,

1. Loi exponentielle  $\mathcal{E}(\lambda)$  : donner une densité, calculer la fonction de répartition et l'espérance.
2. Loi uniforme  $\mathcal{U}([a; b])$  : donner une densité, calculer la fonction de répartition et l'espérance.
3. Loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  donner une densité, calculer l'espérance de  $\mathcal{N}(0, 1)$  et l'espérance dans le cas général en effectuant un changement de variable.

## Intégrales généralisées

1. Définition de la convergence d'une intégrale d'une fonction continue sur  $[a; b[$ ,  $]a; b]$  avec  $a$  et  $b$  réels ou infinis
2. Intégrale sur  $]a; b[$ , Les étudiants doivent se ramener à l'étude de l'intégrale sur  $]a; c]$  et  $[c; b[$ . Faites attention à la rédaction.
3. Croissance linéarité et positivité de l'intégrale
4. Formule de l'IPP pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas incités à utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la convergence des crochets  $[fg]_a^b$  et à la nature des intégrales.
5. Formule de changement de variable pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas obligés d'utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la nature des intégrales et à la stricte monotonie.  
Ce théorème est recommandé pour les changements du type  $u = ax + b$ .
6. Intégrale de fonction paires et impaires, faire attention aux convergences.
7. Convergence absolue : définition et lien avec la convergence
8. Théorème de comparaison sur les intégrales de fonctions positives cas  $\leq$  et  $\sim$

## Variable aléatoire à densité

1. Rappels : propriétés d'une fonction de répartition, utilisation pour le calcul de  $\mathbb{P}(a \leq X \leq b)$ .
2. Une var admet une densité si sa fonction de répartition est continue sur  $\mathbb{R}$  et de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}$  sauf éventuellement en un nombre fini de points.
3. Calcul d'une densité à partir de la fonction de répartition, régularité de la densité obtenue.
4. Une fonction continue sur  $\mathbb{R}$ , positive et d'intégrale sur  $\mathbb{R}$  égale à 1 peut être vue comme une densité. Calcul de la fonction de répartition associée, régularité
5. Lois usuelles : définition et fonction de répartition pour uniforme, normale, exponentielle
6. Espérance : définition calcul des espérances des loi usuelles

## Savoir faire

Les étudiant-e-s doivent savoir.

1. Reconnaître une fonction de répartition associée à un variable à densité et en déduire une densité.
2. Reconnaître une densité et calculer la fonction de répartition associée.
3. Ne pas confondre les deux méthodes et les hypothèses à vérifier.
4. Tracer les graphes des densités et fonctions de répartition simples en discutant de la régularité.
5. Calculer des espérances (en utilisant les parités éventuelles)

## Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à <https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/>