Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 17 : du lundi 03 février au vendredi 7 février

Structure des interrogations

Avant le début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant·e une démonstration parmi,

1. Loi exponentielle $\mathscr{E}(\lambda)$: donner une densité, calculer la fonction de répartition, l'espérance et la variance et démontrer le caractère sans mémoire.
2. Soit X suivant la loi normale $\mathcal{N}(m,\sigma^2)$ donner une densité, tracer le graphe en plaçant les points d'inflexion, utiliser une table de loi normale pour calculer $\mathbb{P}(m-\sigma \leqslant X \leqslant m+\sigma)$
3. Si $X \hookleftarrow \mathcal{N}(m,\sigma^2)$ calcul de la loi de $aX+b$ (cas $a>0$) utilisation pour retrouver l'espérance et la variance de $N(m,\sigma^2)$ à partir de celles de $\mathcal{N}(0,1)$.

Variable aléatoire à densité

1. Rappels : propriétés d'une fonction de répartition, utilisation pour le calcul de $\mathbb{P}(a \leqslant X \leqslant b)$.
2. Une var admet une densité si sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$ et de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$ sauf éventuellement en un nombre fini de points.
3. Calcul d'une densité à partir de la fonction de répartition, régularité de la densité obtenue.
4. Une fonction continue sur $\mathbb{R}$, positive et d'intégrale sur $\mathbb{R}$ égale à 1 peut être vue comme une densité. Calcul de la fonction de répartition associée, régularité
5. Lois usuelles : définition et fonction de répartition pour uniforme, normale, exponentielle
6. Espérance : définition calcul des espérances des loi usuelles
7. Variance et moments , formule de Konig Huygens, variance de lois classiques.
8. Propriétés de la variance et de l'espérance.
9. Exemple de transfert.
10. Indépendance.
11. Exemple de somme, la formule de convolution doit être donnée
12. Propriétés des loi uniforme, transformée affine d'une loi uniforme, utilisation pour la simulation.
13. Propriétés des lois normales, transformation affine, somme de variable aléatoire indépendante suivant des lois normales. Pour Φ fonction de répartition de $\mathcal{N}(0,1)$ $\Phi(x)+\Phi(-x)=1$
14. Une loi exponentielle est sans mémoire

Savoir faire

Les étudiant·e·s doivent savoir.

1. Reconnaître une fonction de répartition associée à un variable à densité et en déduire une densité.
2. Reconnaître une densité et calculer la fonction de répartition associée.
3. Ne pas confondre les deux méthodes et les hypothèses à vérifier.
4. Tracer les graphes des densités et fonctions de répartition simples en discutant de la régularité.
5. Calculer des espérances et des variances (en utilisant les parités éventuelles).
6. Effectuer des transfert $Y=f(X)$ et démontrer l'existence d'une densité et la calculer.

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/