Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 18 : du lundi 10 février au vendredi 14 février

Structure des interrogations

Avant le début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant·e une démonstration parmi,

1. Soit X suivant la loi normale $\mathcal{N}(m,\sigma^2)$ donner une densité, tracer le graphe en plaçant les points d'inflexion, utiliser une table de loi normale pour calculer $\mathbb{P}(m-\sigma \leqslant X \leqslant m+\sigma)$
2. Si $X \hookleftarrow \mathcal{N}(m,\sigma^2)$ calcul de la loi de $aX+b$ (cas $a>0$) utilisation pour retrouver l'espérance et la variance de $N(m,\sigma^2)$ à partir de celles de $\mathcal{N}(0,1)$.
3. SI $U_1,\dots,U_r$ est une famille libre de vecteurs colonnes propres associés à λ et $V_1,\dots,V_p$est une famille libre de vecteurs colonnes propres associés à $\mu \neq \lambda$, alors leur concaténation forme une famille libre.

Variable aléatoire à densité

1. Rappels : propriétés d'une fonction de répartition, utilisation pour le calcul de $\mathbb{P}(a \leqslant X \leqslant b)$.
2. Une var admet une densité si sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$ et de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$ sauf éventuellement en un nombre fini de points.
3. Calcul d'une densité à partir de la fonction de répartition, régularité de la densité obtenue.
4. Une fonction continue sur $\mathbb{R}$, positive et d'intégrale sur $\mathbb{R}$ égale à 1 peut être vue comme une densité. Calcul de la fonction de répartition associée, régularité
5. Lois usuelles : définition et fonction de répartition pour uniforme, normale, exponentielle
6. Espérance : définition calcul des espérances des loi usuelles
7. Variance et moments , formule de Konig Huygens, variance de lois classiques.
8. Propriétés de la variance et de l'espérance.
9. Exemple de transfert.
10. Indépendance.
11. Exemple de somme, la formule de convolution doit être donnée
12. Propriétés des loi uniforme, transformée affine d'une loi uniforme, utilisation pour la simulation.
13. Propriétés des lois normales, transformation affine, somme de variable aléatoire indépendante suivant des lois normales. Pour Φ fonction de répartition de $\mathcal{N}(0,1)$ $\Phi(x)+\Phi(-x)=1$
14. Une loi exponentielle est sans mémoire

Réduction

1. Opérations sur les matrices diagonales
2. Valeur propre et vecteur colonne propre pour une matrice carrée à coefficients réels ou complexes.
3. Sous espace propre, structure des sous espaces propres.
4. Diagonalisabilité.
5. Condition nécessaire et suffisante de diagonalisabilité la somme des dimension des sous espaces propres est égale à la taille de la matrice, dans les autres cas il n'y a à qu'une inégalité.

6. Conditions suffisantes de diagonalisabilité : matrices symétriques, la matrice possède autant de valeurs propres distinctes que sa taille. Contre exemples aux réciproques.
7. Définition de valeurs propres et vecteurs propres pour un endomorphisme, exemple
8. La partie du cours sur les endomorphismes en dimension finie sera terminée lundi matin.

Savoir faire

1. Savoir calculer toutes les valeurs propres en utilisant un calcul du rang de $A-\lambda I$.
2. Faire la différence entre calculer les valeurs propres et vérifier que λ est valeur propre.
3. Calculer les sev propres, diagonaliser une matrice.

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à `https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/`