

Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 21 : du lundi 24 mars au vendredi 28 mars

✿ indique les nouveaux points

Démonstration

1. Inégalité de Cauchy Schwartz et inégalité triangulaire.
2. Expression du produit scalaire dans une base orthonormale et coordonnées dans une base orthonormale
3. ✿ E^\perp est un sous-espace vectoriel. Soit $(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p)$ une base orthonormale de E alors

$$\forall \vec{u} \in \mathbb{R}^n \quad p_E(\vec{u}) = \sum_{i=1}^p \langle \vec{e}_i, \vec{u} \rangle \vec{e}_i$$

Couples de variables aléatoires discrètes

✿ Produit scalaire

- Définition du produit scalaire canonique sur \mathbb{R}^n
- Bilinéarité, définie positifs.
- Norme, propriétés
- Écriture matricielle
- Inégalité de Cauchy Schwartz et inégalité triangulaire, cas d'égalité.
- Famille orthogonale, orthonormale. Une famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre.
- Base orthonormale. Expression du produit scalaire dans une base orthonormale
- Coordonnées dans une base orthonormale
- Théorème spectral.
- ✿ Des vecteurs colonnes propres associés à des valeurs propres distinctes d'une matrice réelle symétrique sont orthogonaux.
- ✿ Sous espace orthogonal de E un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n , propriétés, décomposition dans E, E^\perp
- ✿ $\text{Dim } E + \text{Dim } E^\perp = \text{Dim } \mathbb{R}^n$
- ✿ projection orthogonale sur E , expression grâce à une base orthonormale de E .
- ✿ La projection orthogonale sur le sous-espace E est l'unique endomorphisme p de \mathbb{R}^n vérifiant $p \circ p = p$, $\text{Im } (p) = E$ et $\text{Ker } (p) = E^\perp$
- ✿ Notion de distance entre deux vecteurs, propriétés.
- ✿ Distance d'un vecteur à un ensemble à un sous-espace vectoriel
- ✿ Distance à un sous-espace vectoriel et projection
- ✿ application : droite de régression linéaire.

Savoir faire

1. Exemples guidés d'orthonormalisation d'une base
2. calcul de E^\perp en utilisant une base de E
3. Exemples guidés d'écriture $A = PDP^T$ pour A réelle symétrique
4. Calcul d'une projection orthogonale, avec aide pour calcul d'une base orthonormale de E .

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouve à <https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/>