

# Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 21 : du lundi 24 mars au vendredi 28 mars

✿ indique les nouveaux points

## Démonstration

1. Inégalité de Cauchy Schwartz et inégalité triangulaire.
2. Expression du produit scalaire dans une base orthonormale et coordonnées dans une base orthonormale
3. ✿  $E^\perp$  est un sous-espace vectoriel. Soit  $(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p)$  une base orthonormale de  $E$  alors

$$\forall \vec{u} \in \mathbb{R}^n \quad p_E(\vec{u}) = \sum_{i=1}^p \langle \vec{e}_i, \vec{u} \rangle \vec{e}_i$$

## Couples de variables aléatoires discrètes

### ✿ Produit scalaire

- Définition du produit scalaire canonique sur  $\mathbb{R}^n$
- Bilinéarité, définie positifs.
- Norme, propriétés
- Écriture matricielle
- Inégalité de Cauchy Schwartz et inégalité triangulaire, cas d'égalité.
- Famille orthogonale, orthonormale. Une famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre.
- Base orthonormale. Expression du produit scalaire dans une base orthonormale
- Coordonnées dans une base orthonormale
- Théorème spectral.
- ✿ Des vecteurs colonnes propres associés à des valeurs propres distinctes d'une matrice réelle symétrique sont orthogonaux.
- ✿ Sous espace orthogonal de  $E$  un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$ , propriétés, décomposition dans  $E, E^\perp$
- ✿  $\dim E + \dim E^\perp = \dim \mathbb{R}^n$
- ✿ projection orthogonale sur  $E$ , expression grâce à une base orthonormale de  $E$ .
- ✿ La projection orthogonale sur le sous-espace  $E$  est l'unique endomorphisme  $p$  de  $\mathbb{R}^n$  vérifiant  $p \circ p = p$ ,  $\text{Im}(p) = E$  et  $\text{Ker}(p) = E^\perp$
- ✿ Notion de distance entre deux vecteurs, propriétés.
- ✿ Distance d'un vecteur à un ensemble à un sous-espace vectoriel
- ✿ Distance à un sous-espace vectoriel et projection
- ✿ application : droite de régression linéaire.

## Savoir faire

1. Exemples guidés d'orthonormalisation d'une base
2. calcul de  $E^\perp$  en utilisant une base de  $E$
3. Exemples guidés d'écriture  $A = PDP^T$  pour  $A$  réelle symétrique
4. Calcul d'une projection orthogonale, avec aide pour calcul d'une base orthonormale de  $E$ .

## Documents

L'ensemble des documents distribués se trouve à <https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/>