

Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 09 : du lundi 24 novembre au vendredi 28 novembre 2025

Structure des interrogations

Au début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant-e

1. Une question de cours
2. ET une démonstration.
3. ET un exercice court de révision sur les matrices.

✿ Révisions

Systèmes linéaires et calcul matriciel : produit de matrices, inversion de matrices, écriture matricielle d'un système, puissance de matrices...

Concepts de base en probabilités

Variables aléatoires discrètes

Complexes et polynômes sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$

1. Rappels sur les complexes.

Les polynômes sont désormais écrits sous la forme $\sum a_k X^k$ avec les coefficients nuls à partir d'un certain rang

2. ✿ Ensemble $\mathbb{R}[X]$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{C}[X]$
3. ✿ opérations $+$, $\times$ dérivation, composition
4. ✿ degré, opérations et degré
5. ✿ Ensemble $\mathbb{R}_n[X]$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathbb{C}_n[X]$
6. ✿ Racine d'un polynôme, factorisation par $X - \alpha$
7. ✿ Racines multiples. α est une racine multiple de P si et seulement si $P(\alpha) = P'(\alpha) = 0$
8. ✿ Théorème de d'Alembert Gauss. Factorisation dans $\mathbb{C}[X]$
9. ✿ Les racines complexes d'un polynôme à coefficients réels sont conjuguées.
10. ✿ Pratique de la factorisation dans $\mathbb{R}[X]$ pas de résultat théorique.

Démonstrations exigibles

1. Soit $X \mapsto \mathcal{P}(\lambda)$: vérifier par le calcul que $\sum_{k \in \mathbb{N}} \mathbb{P}(X = k) = 1$, calcul de l'espérance et de la variance de X .
2. ✿ α est racine de $P \in \mathbb{K}[X]$ si et seulement si il existe $Q \in \mathbb{K}[X]$ tel que $P = (X - \alpha)Q$. On commencera par démontrer que dans le cas général P s'écrit sous la forme $P = P(\alpha) + (X - \alpha)Q$.
3. ✿ α est racine multiple de $P \in \mathbb{K}[X]$ si et seulement si $P(\alpha) = P'(\alpha) = 0$. On commencera par démontrer que dans le cas général P s'écrit sous la forme $P = P(\alpha) + (X - \alpha)P'(\alpha) + (X - \alpha)^2 R$, on pourra utiliser les résultats de la démonstration précédente.

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à <https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/>