

# Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 10 : du lundi 01 décembre au vendredi 05 décembre 2025

## Structure des interrogations

Au début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant-e

1. Une question de cours
2. ET une démonstration.
3. ET un exercice court de révision sur les matrices.

## Révisions

Systèmes linéaires et calcul matriciel : produit de matrices, inversion de matrices, écriture matricielle d'un système, puissance de matrices...

## Complexes et polynômes sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$

1. Rappels sur les complexes.

Les polynômes sont désormais écrits sous la forme  $\sum a_k X^k$  avec les coefficients nuls à partir d'un certain rang

2. Ensemble  $\mathbb{R}[X]$ ,  $\mathbb{K}[X]$ ,  $\mathbb{C}[X]$
3. opérations  $+$ ,  $\times$  dérivation, composition
4. degré, opérations et degré
5. Ensemble  $\mathbb{R}_n[X]$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$ ,  $\mathbb{C}_n[X]$
6. Racine d'un polynôme, factorisation par  $X - \alpha$
7. Racines multiples.  $\alpha$  est une racine multiple de  $P$  si et seulement si  $P(\alpha) = P'(\alpha) = 0$
8. Théorème de d'Alémbert Gauss. Factorisation dans  $\mathbb{C}[X]$
9. Les racines complexes d'un polynôme à coefficients réels sont conjuguées.
10. Pratique de la factorisation dans  $\mathbb{R}[X]$  pas de résultat théorique.

## ✿ Espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$

1. Définition d'un espace vectoriel
2. Exemple  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{R}^I$ ,  $\mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{K})$ ,  $\mathbb{K}[X]$ .
3. Définition d'un sous-espace vectoriel, caractérisations.
4. Exemples,  $\mathbb{K}_n[X]$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}[X]$
5. Un sous-espace vectoriel est un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.
6. Intersection de sous-espaces vectoriels.
7. Bases d'un espace vectoriel.

## Démonstrations exigibles

1.  $\alpha$  est racine de  $P \in \mathbb{K}[X]$  si et seulement si il existe  $Q \in \mathbb{K}[X]$  tel que  $P = (X - \alpha)Q$ . On commencera par démontrer que dans le cas général  $P$  s'écrit sous la forme  $P = P(\alpha) + (X - \alpha)Q$ .
2. ✿ Une intersection finie de sous-espace vectoriel est un sous-espace vectoriel.
3. ✿ En utilisant la définition d'un sous-espace vectoriel : unicité du symétrique pour  $+$ ,  $0_{\mathbb{K}} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0}_{\mathbb{E}}$ ,  $\lambda \cdot \mathbf{0}_{\mathbb{E}} = \mathbf{0}_{\mathbb{E}}$  et  $(-1) \cdot \mathbf{u} = -\mathbf{u}$

## Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à <https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/>