

Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 10 : du lundi 01 décembre au vendredi 05 décembre 2025

Structure des interrogations

Au début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant·e

1. Une question de cours
2. ET une démonstration.
3. ET un exercice court de révision sur les matrices.

Révisions

Systèmes linéaires et calcul matriciel : produit de matrices, inversion de matrices, écriture matricielle d'un système, puissance de matrices...

Complexes et polynômes sur \mathbb{R} ou \mathbb{C}

1. Rappels sur les complexes.

Les polynômes sont désormais écrits sous la forme $\sum a_k X^k$ avec les coefficients nuls à partir d'un certain rang

2. Ensemble $\mathbb{R}[X]$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{C}[X]$
3. opérations +, x dérivation, composition
4. degré, opérations et degré
5. Ensemble $\mathbb{R}_n[X]$, $\mathbb{K}_n[X]$, $\mathbb{C}_n[X]$
6. Racine d'un polynôme, factorisation par $X - \alpha$
7. Racines multiples. α est une racine multiple de de P si et seulement si $P(\alpha) = P'(\alpha) = 0$
8. Théorème de d' Alembert Gauss. Factorisation dans $\mathbb{C}[X]$
9. Les racines complexes d'un polynôme à coefficients réels sont conjuguées.
10. Pratique de la factorisation dans $\mathbb{R}[X]$ pas de résultat théorique.

❖ Espaces vectoriels sur \mathbb{R} ou \mathbb{C}

1. Définition d'un espace vectoriel
2. Exemple \mathbb{K}^n , \mathbb{R}^I , $\mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}[X]$.
3. Définition d'un sous-espace vectoriel , caractérisations.
4. Exemples, $\mathbb{K}_n[X]$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}[X]$
5. Un sous-espace vectoriel est un \mathbb{K} -espace vectoriel .
6. Intersection de sous-espaces vectoriels .
7. Bases d'un espace vectoriel.

Démonstrations exigibles

1. α est racine de $P \in \mathbb{K}[X]$ si et seulement si il existe $Q \in \mathbb{K}[X]$ tel que $P = (X - \alpha)Q$. On commencera par démontrer que dans le cas général P s'écrit sous la forme $P = P(\alpha) + (X - \alpha)Q$.
2. ❖ Une intersection finie de sous-espace vectoriel est un sous-espace vectoriel .
3. ❖ En utilisant la définition d'un sous-espace vectoriel : unicité du symétrique pour +, $0_{\mathbb{K}} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0}_E$, $\lambda \cdot \mathbf{0}_E = \mathbf{0}_E$ et $(-1) \cdot \mathbf{u} = -\mathbf{u}$

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à <https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/>