Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 13 : du lundi 05 janvier au vendredi 09 janvier 2026

Structure des interrogations

Au début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant·e

1. Une question de cours
2. Une démonstration
3. Un calcul d'intégrale ou de primitive

Révisions

✿Intégrales sur un segment

Espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$

1. Définition d'un espace vectoriel
2. Exemple $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{R}^I$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}[X]$.
3. Définition d'un sous-espace vectoriel , caractérisations.
4. Exemples, $\mathbb{K}_n[X]$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}[X]$
5. Un sous-espace vectoriel est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel .
6. Intersection de sous-espaces vectoriels .
7. Bases d'un espace vectoriel.
8. bases canoniques de $\mathbb{K}^n$ et $\mathbb{K}_n[X]$
9. Famille libre, génératrice liens avec bases
10. Dimension finie (existence d'une famille génératrice finie)
11. En dimension finie toutes les bases ont le même cardinal , existence de base
12. Cardinal d'une famille libre, génératrice de E, d'une base de E.
13. Sous espace vectoriel, dimension
14. Rang d'une famille calcul du rang d'une famille
15. Matrice des coordonnées d'un vecteur dans une base, matrice d'une famille, lien entre le rang d'une famille et le rang d'une matrice qui la représente.

Applications linéaires

- Définitions et exemples.
- Opération sur les applications linéaires
- Noyau et image définitions et exemples
- Propriétés de l'image et du noyau
- ✿ $\operatorname{Im} f = \operatorname{Vect}\big(f(\mathbf{e_1}), \cdots, f(\mathbf{e_n})\big)$ où $\mathbf{e_1}, \ldots, \mathbf{e_n}$ forment une base de E, une application linéaire est déterminée pâr l'image d'une base de l'espace de départ.
- ✿rang d'une application linéaire
- ✿Matrice d'une application linéaires
- ✿Liens entre opérations sur les matrices et opérations sur les applications linéaires
- ✿Lien entre propriétés f et celles de d'une matrice représentative
- ✿Application linéaire canoniquement associée à une matrice ($\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{K}) \to \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$) noyau et image d'une matrice.
- ✿Changement de base.

Démonstrations

- Ker f est un sous-espace vectoriel (en montrant $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$)
- La somme et la composée d'applications linéaires est une application linéaire. La bijection réciproque d'une application linéaire bijective est une application linéaire.
- f est injective si et seulement si Ker $f = \{\mathbf{0}\}$

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à `https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/`