Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 14 : du lundi 12 janvier au vendredi 16 janvier 2026

Structure des interrogations

Au début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant·e

1. Une question de cours
2. Une démonstration

Espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$

Applications linéaires

✿ Intégrales généralisées

1. Définition de la convergence d'une intégrale d'une fonction continue sur $[a;b[$, $]a;b]$ avec a et b réels ou infinis
2. Intégrale sur $]a;b[$, Les étudiants doivent se ramener à l'étude de l'intégrale sur $]a;c]$ et $[c;b[$. Faites attention à la rédaction.
3. Croissance, linéarité et positivité de l'intégrale
4. Intégrale Gausienne (résultat admis).
5. Formule de l'IPP pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas obligés d'utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la convergence des crochets $[fg]_a^b$ et à la nature des intégrales.
6. Formule de changement de variable pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas obligés d'utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la nature des intégrales et à la stricte monotonie.
   Ce théorème est recommandé pour les changements du type $u = ax + b$.
7. Intégrale de fonction paires et impaires, faire attention aux convergences.

✿ Démonstrations

1. Si f est continue et paire sur $\mathbb{R}$ alors $\int_{\mathbb{R}} f$, $\int_{\mathbb{R}_-} f$ et $\int_{\mathbb{R}_+} f$ ont même nature et dans le cas convergent $\displaystyle\int_{\mathbb{R}} f = 2\int_{\mathbb{R}_+} f$.
2. Si f est continue et impaire sur $\mathbb{R}$ alors $\int_{\mathbb{R}} f$, $\int_{\mathbb{R}_-} f$ et $\int_{\mathbb{R}_+} f$ ont même nature et dans le cas convergent $\displaystyle\int_{\mathbb{R}_-} f = -\int_{\mathbb{R}_+} f$.
3. En utilisant la convergence et la valeur (admises) de $\displaystyle\int_{\mathbb{R}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \mathrm{d}x = \sqrt{2\pi}$ calculer $\displaystyle\int_{\mathbb{R}} x^2 \exp\left(-x^2/2\right) \mathrm{d}x$ et $\displaystyle\int_{\mathbb{R}} \exp\left(-x^2\right) \mathrm{d}x$.

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à `https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/`