Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 15 : du lundi 19 janvier au vendredi 23 janvier 2026

Structure des interrogations

Au début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant·e

1. Une question de cours
2. Une démonstration

Intégrales généralisées

1. Définition de la convergence d'une intégrale d'une fonction continue sur $[a;b[$, $]a;b]$ avec a et b réels ou infinis
2. Intégrale sur $]a;b[$, Les étudiants doivent se ramener à l'étude de l'intégrale sur $]a;c]$ et $[c;b[$. Faites attention à la rédaction.
3. Croissance, linéarité et positivité de l'intégrale
4. Intégrale Gausienne (résultat admis).
5. Formule de l'IPP pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas obligés d'utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la convergence des crochets $[fg]_a^b$ et à la nature des intégrales.
6. Formule de changement de variable pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas obligés d'utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la nature des intégrales et à la stricte monotonie.
   Ce théorème est recommandé pour les changements du type $u = ax + b$.
7. Intégrale de fonction paires et impaires, faire attention aux convergences.
8. ✿ Convergence absolue, la convergence absolue entraîne la convergence
9. ✿ Théorème de comparaison pour les intégrales de fonction positives

✿ Variables aléatoire à densité

1. Définition d'une densité, formule donnant la fonction de répartition en fonction d'une densité.
2. Critères à vérifier sur la fonction de répartition pour que la va soit à densité, passage d'une fonction de répartition à une densité.
3. Utilisation des densités et fonctions de répartitions pour calculer des probabilités
4. Densité et fonctions de répartition des lois usuelles, uniforme, exponentielle et normale, fonction de répartition associées.

Démonstrations

1. Si f est continue et paire sur $\mathbb{R}$ alors $\int_{\mathbb{R}} f, \int_{\mathbb{R}_-} f$ et $\int_{\mathbb{R}_+} f$ ont même nature et dans le cas convergent $\displaystyle\int_{\mathbb{R}} f = 2\int_{\mathbb{R}_+} f$.
2. ✿ Théorème de comparaison sur les intégrales de fonctions positives cas inégalité et fonctions continues sur $[a;b[$.
3. ✿ les densités des lois uniformes $\mathcal{U}([a;b])$, exponentielles et normales $\mathcal{N}(m,\sigma^2)$ sont bien des densités de probabilités, calcul des fonctions de répartitions associées dans le cas uniforme et exponentielle.

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à `https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/`