Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 17 : du lundi 02 février au vendredi 06 février 2026

Structure des interrogations

Au début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant·e

1. Une question de cours
2. Une démonstration

Intégrales généralisées

1. Définition de la convergence d'une intégrale d'une fonction continue sur $[a;b[$, $]a;b]$ avec a et b réels ou infinis
2. Intégrale sur $]a;b[$, Les étudiants doivent se ramener à l'étude de l'intégrale sur $]a;c]$ et $[c;b[$. Faites attention à la rédaction.
3. Croissance, linéarité et positivité de l'intégrale
4. Intégrale Gausienne (résultat admis).
5. Formule de l'IPP pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas obligés d'utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la convergence des crochets $[fg]_a^b$ et à la nature des intégrales.
6. Formule de changement de variable pour une intégrale impropre. Les étudiants ne sont pas obligés d'utiliser cette formule, ils peuvent se contenter d'utiliser les théorèmes de l'année dernière pour une intégrale sur un segment puis passer à la limite. Si les étudiants utilisent cette formule, ils doivent faire attention à la nature des intégrales et à la stricte monotonie.
   Ce théorème est recommandé pour les changements du type $u = ax + b$.
7. Intégrale de fonction paires et impaires, faire attention aux convergences.
8. Convergence absolue, la convergence absolue entraîne la convergence
9. Théorème de comparaison pour les intégrales de fonction positives

Variables aléatoire à densité

1. Définition d'une densité, formule donnant la fonction de répartition en fonction d'une densité.
2. Critères à vérifier sur la fonction de répartition pour que la va soit à densité, passage d'une fonction de répartition à une densité.
3. Utilisation des densités et fonctions de répartitions pour calculer des probabilités
4. Densité et fonctions de répartition des lois usuelles, uniforme, exponentielle et normale, fonction de répartition associées.
5. Espérance définition et propriétés.
6. Espérance des lois usuelles
7. Théorème de transfert
8. Variance et moment, propriétés, calcul des variance des lois usuelles.
9. Indépendance de variables aléatoires à densités.
10. ✿ Somme de variables aléatoires à densité indépendantes, la formule de convolution doit être rappelée.
11. ✿ Propriétés des lois normales : la somme de deux variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales suit une loi normale , une transformation affine de d'une variable suivant une loi normale suit une loi normale. Utilisation pour transformer une loi normale en loi normal centrée réduite.
12. ✿ Une variable aléatoire suivant une loi exponentielle est sans mémoire

Démonstrations

1. Loi $\mathscr{U}([a;b])$ donner une densité, tracer les graphes d'une densité et d'une fonction de répartition. Calculer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire suivant cette loi.
2. Loi $\mathscr{E}(\lambda)$ donner une densité, tracer les graphes d'une densité et d'une fonction de répartition. Calculer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire suivant cette loi.
3. Loi $\mathscr{N}(0,1)$ tracer le graphe d'une densité, calculer l'espérance et la variance de $X \hookleftarrow \mathscr{N}(0,1)$ en déduire par changement de variable l'espérance de $X \hookleftarrow \mathscr{N}(m,\sigma^2)$.
4. Si X suit une loi uniforme $\mathscr{U}([0;1[)$ alors $-\dfrac{1}{\lambda}\ln(1-X)$ suit une loi exponentielle.

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/