

Programme d'interrogation orale de mathématiques

BCPST spé 2

Semaine 22 : du lundi 23 mars au vendredi 27 mars 2026

Structure des interrogations

Au début de l'interrogation, vous devez demander à chaque étudiant-e

1. Une question de cours
2. Une démonstration

Couples de variables aléatoires discrètes

Produit scalaire dans \mathbb{R}^n

- Définition du produit scalaire canonique sur \mathbb{R}^n
- Bilinéarité, définie positive
- Norme, propriétés de la norme.
- Écriture matricielle.
- Inégalité de Cauchy Schwarz et inégalité triangulaire, cas d'égalité.
- Famille orthogonale, orthonormale. Une famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre.
- Base orthonormale. Expression du produit scalaire dans une base orthonormale
- Coordonnées dans une base orthonormale
- Des vecteurs colonnes propres associés à des valeurs propres distinctes d'une matrice réelle symétrique sont orthogonaux.
- Théorème spectral.
- Sous espace orthogonal de E un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n , propriétés, décomposition dans E , E^\perp
- $\dim E + \dim E^\perp = \dim \mathbb{R}^n$
- ✿ Projection orthogonale sur E , expression grâce à une base orthonormale de E .
- ✿ La projection orthogonale sur le sous-espace E est l'unique endomorphisme p de \mathbb{R}^n vérifiant $p \circ p = p$, $\text{Im}(p) = E$ et $\text{Ker}(p) = E^\perp$
- ✿ Notion de distance entre deux vecteurs, définie à l'aide de la norme. Propriétés.
- ✿ Notion de distance d'un vecteur à une partie non vide.
- ✿ Distance d'un vecteur à un sous espace vectoriel, utilisation de la projection orthogonale.
- ✿ Utilisation pour calculer la droite de régression linéaire d'un nuage de points

Démonstrations

1. Inégalité de Cauchy Schwarz.
2. Une famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre, expression des coordonnées dans une base orthonormale.
3. Des vecteurs colonnes propres associés à des valeurs propres distinctes d'une matrice réelle symétrique sont orthogonaux. E^\perp est un sous espace vectoriel

Documents

L'ensemble des documents distribués se trouvent à <https://cahier-de-prepa.fr/spebio2-champollion/>