

Suites et séries de fonctions

Tout le chapitre, *cf.* programme précédent.

Déterminants

cf. programme précédent

Polynômes d'interpolation de Lagrange.

Réduction des endomorphismes

Notions de valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre pour un endomorphisme ou une matrice carrée. Un vecteur non nul est vecteur propre de u si et seulement s'il engendre une droite vectorielle stable par u . Si $u \in \mathcal{L}(E)$, un scalaire λ est valeur propre de u si et seulement si $u - \lambda \text{id}_E$ est non injectif.

En dimension finie, notion de spectre. Si E est **de dimension finie**, alors

$$\lambda \in \text{Sp}(u) \iff u - \lambda \text{id}_E \notin \text{GL}(E) \iff \det(u - \lambda \text{id}_E) = 0 .$$

Aucune connaissance spécifique sur le polynôme caractéristique pour le moment.

Si u et v commutent, les sous-espaces propres de u sont stables par v .

Les sous-espaces propres sont en somme directe. Conséquences: en dimension finie n ,
 $\text{Card}(\text{Sp}(u)) \leq n$ et $\sum_{\lambda \in \text{Sp}(u)} \dim(E_\lambda(u)) \leq n$. Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre.

Démonstrations de cours ou proches du cours

- La convergence normale d'une série de fonctions entraîne la convergence uniforme.
- Exemple où il y a CVU, mais pas CVN.
- Description de l'algorithme de Gauss-Jordan pour inverser une matrice carrée supposée inversible. Estimation de la complexité.
- Calcul du déterminant de Vandermonde.
- Polynômes d'interpolation de Lagrange associés à $n + 1$ scalaires distincts, ils forment une base de $\mathbb{K}_n[X]$.
- Les sous-espaces propres sont en somme directe. Conséquences.