Probabilités

Tout le chapitre, c'est-à-dire le programme précédent, plus:

Fonction génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$.

Elle détermine la loi. Propriétés. Exemples des lois usuelles.

Fonction génératrice d'une somme de variables indépendantes.

Utilisation de la fonction génératrice pour calculer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire X à valeurs dans $\mathbb{N}$, notamment X est d'espérance finie si et seulement G_X est dérivable (à gauche) au point 1.

Isométries en dimensions 2 et 3

Orientation d'un $\mathbb{R}$-espace vectoriel de dimension finie, automorphismes directs et indirects.

Produit mixte $[x_1, \cdots, x_n]$ de n vecteurs dans un espace euclidien orienté de dimension n.

Produit vectoriel dans un espace euclidien orienté de dimension trois: propriétés, notamment formule du double produit vectoriel, identité de Lagrange, application à la construction de bases orthonormales directes.

Explicitation des groupes $\mathrm{O}_2(\mathbb{R})$ et $\mathrm{SO}_2(\mathbb{R})$, commutativité de $\mathrm{SO}_2(\mathbb{R})$. Définition de la rotation d'angle θ dans un plan euclidien orienté, notion d'angle orienté noté (x, y) de deux vecteurs non nuls x et y, expression de $(x|y)$ et de $[x, y]$ à l'aide de $\|x\|$, $\|y\|$ et $\theta = (x, y)$. Isométries indirectes du plan: ce sont les réflexions.

Notion d'angle géométrique (ou écart angulaire) entre deux vecteurs non nuls d'un espace euclidien orienté de dimension 3, mesuré dans $[0, \pi]$, expression de $(x|y)$ et de $\|x \wedge y\|$, construction du vecteur $x \wedge y$.

Pas encore de rotations dans l'espace.

Démonstrations de cours ou proches du cours

- Formule $\mathrm{E}(X) = \sum_{n=1}^{+\infty} P(X \geq n)$ pour X à valeurs dans $\mathbb{N}$.
- Si X^2 est d'espérance finie, alors X est d'espérance finie. L'ensemble $L^2(\Omega)$ est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel.
- Calcul de la variance pour une loi de Poisson, pour une loi géométrique.
- Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.
- Fonction génératrice d'une somme de variables indépendantes.
- Si $\mathrm{E}(X) < +\infty$ avec $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$, alors G_X est dérivable en 1 et $\mathrm{E}(X) = G'_X(1)$.
- Identité de Lagrange $\|x \wedge y\|^2 + (x|y)^2 = \|x\|^2 \|y\|^2$, construction de $x \wedge y$.