

DEVOIR SURVEILLÉ de MATHÉMATIQUES numéro 5, sujet B
COMMENTAIRES
PSI2 2025-2026

EXERCICE 1

1. Je pense qu'il fallait ici se contenter de rappeler qu'une fonction développable en série entière sur $] - r, r[$ est toujours de classe \mathcal{C}^∞ sur cet intervalle. En effet, si on commence à rentrer dans des considérations sur le théorème de dérivation de la somme d'une série de fonctions, il y a un risque énorme de raconter des bêtises, comme par exemple que la somme d'une série entière de rayon de convergence R converge normalement sur $] - R, R[$, ce qui est faux. En plus, c'est une grosse perte de temps.
2. Question calculatoire, pas toujours bien traitée.
3. On attendait de vous que vous alliez jusqu'au bout de la question, c'est-à-dire que vous donniez l'expression

$$\forall x \in] - 1, 1[\quad f(x) = a_1 \sum_{n=1}^{+\infty} x^n = a_1 \frac{x}{1-x}$$

et c'est fait dans très peu de copies!

6. Pas mal d'erreurs dans cette résolution assez facile d'équation différentielle (oubli de constantes arbitraires par exemple), en fait il n'y a aucune réponse complètement exacte! C'est peut-être un (petit) chapitre à travailler!
7. Que veut dire "développer" ?
9. Question un peu technique, nécessitant d'abord un décalage de la variable (poser $x = 1 + t$), puis le développement en série entière de $\frac{\ln(1+t)}{t}$, cette question n'a pas eu beaucoup de succès!
10. Question très technique, et qui n'a été abordée sur aucune copie, ce qui ne m'a guère surpris.

EXERCICE 2

Exercice très peu abordé par celles et ceux qui ont choisi le sujet 5b.

3. Cette question demande un peu de formalisation (intersection d'événements, expliquer où intervient l'indépendance des variables X_j).

PROBLÈME

Un sujet portant essentiellement sur les intégrales à paramètre pour montrer la formule des compléments en admettant une identité eulérienne à la question 8. Rien de bien méchant, c'est de l'application assez directe du cours.

1. Étude d'intégrabilité en la borne 0 très souvent oubliée!
3. Manipulation classique de sommes géométriques.
4. Quelle idée de vouloir appliquer le théorème de convergence dominée (avec une domination presque toujours fautive en plus) alors qu'une simple majoration de l'intégrale suffit ici pour conclure (*cf.* corrigé)!
5. Passage à la limite pas toujours très propre.
9. Ici encore, l'étude d'intégrabilité en la borne 0 est souvent oubliée. Quant à l'équivalent $t^{x-1}e^{-t} \underset{t \rightarrow +\infty}{\sim} e^{-t}$, il est faux!!!

- 10.** et **11.** Les dominations sont souvent fausses, ou alors par des fonctions non intégrables, c'est un sujet à travailler!
- 12.** Un petit changement dans une intégrale (pas souvent vu) permet de retrouver la fonction Gamma.
- 15.** et **16.** Ces questions reposent essentiellement sur le théorème fondamental de l'analyse, qui est rarement vraiment maîtrisé.