

# DEVOIR SURVEILLÉ de MATHÉMATIQUES numéro 5, sujet B

## COMMENTAIRES

### PSI2 2025-2026

---

#### EXERCICE 1

**1.** Je pense qu'il fallait ici se contenter de rappeler qu'une fonction développable en série entière sur  $] -r, r[$  est toujours de classe  $C^\infty$  sur cet intervalle. En effet, si on commence à rentrer dans des considérations sur le théorème de dérivation de la somme d'une série de fonctions, il y a un risque énorme de raconter des bêtises, comme par exemple que la somme d'une série entière de rayon de convergence  $R$  converge normalement sur  $] -R, R[$ , ce qui est faux. En plus, c'est une grosse perte de temps.

**2.** Question calculatoire, pas toujours bien traitée.

**3.** On attendait de vous que vous alliez jusqu'au bout de la question, c'est-à-dire que vous donnez l'expression

$$\forall x \in ] -1, 1[ \quad f(x) = a_1 \sum_{n=1}^{+\infty} x^n = a_1 \frac{x}{1-x}$$

et c'est fait dans très peu de copies!

**6.** Pas mal d'erreurs dans cette résolution assez facile d'équation différentielle (oubli de constantes arbitraires par exemple), en fait il n'y a aucune réponse complètement exacte! C'est peut-être un (petit) chapitre à travailler!

**7.** Que veut dire "développer" ?

**9.** Question un peu technique, nécessitant d'abord un décalage de la variable (poser  $x = 1 + t$ ), puis le développement en série entière de  $\frac{\ln(1+t)}{t}$ , cette question n'a pas eu beaucoup de succès!

**10.** Question très technique, et qui n'a été abordée sur aucune copie, ce qui ne m'a guère surpris.

---

#### EXERCICE 2

Exercice très peu abordé par celles et ceux qui ont choisi le sujet 5b.

**3.** Cette question demande un peu de formalisation (intersection d'événements, expliquer où intervient l'indépendance des variables  $X_j$ ).

---

#### PROBLÈME

Un sujet portant essentiellement sur les intégrales à paramètre pour montrer la formule des compléments en admettant une identité eulérienne à la question 8. Rien de bien méchant, c'est de l'application assez directe du cours.

**1.** Étude d'intégrabilité en la borne 0 très souvent oubliée!

**3.** Manipulation classique de sommes géométriques.

**4.** Quelle idée de vouloir appliquer le théorème de convergence dominée (avec une domination presque toujours fausse en plus) alors qu'une simple majoration de l'intégrale suffit ici pour conclure (cf. corrigé)!

**5.** Passage à la limite pas toujours très propre.

**9.** Ici encore, l'étude d'intégrabilité en la borne 0 est souvent oubliée. Quant à l'équivalent  $t^{x-1} e^{-t} \underset{t \rightarrow +\infty}{\sim} e^{-t}$ , il est faux!!!

- 10.** et **11.** Les dominations sont souvent fausses, ou alors par des fonctions non intégrables, c'est un sujet à travailler!
- 12.** Un petit changement dans une intégrale (pas souvent vu) permet de retrouver la fonction Gamma.
- 15.** et **16.** Ces questions reposent essentiellement sur le théorème fondamental de l'analyse, qui est rarement vraiment maîtrisé.