

TB1	Chapitre M1	Cinématique du point
Exercices		

Exercice 1 : Élément cinématique en cartésiennes

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes sont, à chaque instant :

$$x(t) = a_0 \cdot t^2 + x_0 \quad y(t) = -v \cdot t \quad z(t) = z_0$$

Avec : $x_0 = 1 \text{ m}$; $z_0 = -1 \text{ m}$; $a_0 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Déterminer les composantes des vecteurs vitesses et accélération dans la base cartésienne.
- Calculer la norme de la vitesse de M à la date $t = 2 \text{ s}$
- Calculer la norme de l'accélération de M à la date $t = 1 \text{ s}$

Exercice 2 : Analyse d'équations horaires

Voici deux mouvements dans le plan (Oxy) dont on donne les équations horaires en coordonnées cartésiennes (a, b, c et ω étant des constantes). Indiquer, dans chaque cas, les caractéristiques du mouvement du point M étudié (trajectoire, caractère uniforme ou non).

- $x(t) = a \cdot t^2 - b \cdot t + c$ et $y(t) = 2 \cdot c$
- $x(t) = a \cdot \cos(\omega t)$ et $y(t) = a \cdot \sin(\omega t)$

Exercice 3: Freinage d'urgence

Une voiture, animée d'une vitesse $v_0 = 90 \text{ km/h}$ sur une trajectoire rectiligne, freine avec une accélération constante de norme $a = 4,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Calculer la durée et la distance du freinage.

Exercice 4 : Dépassement

Une voiture A, de longueur $d = 4 \text{ m}$ suit un camion de longueur $D = 10 \text{ m}$ à la vitesse constant $v_0 = 72 \text{ km/h}$ sur une route droite et horizontale. La distance entre l'avant de la voiture et l'arrière du camion est alors $L = 35 \text{ m}$. A un instant pris comme une origine des dates, le conducteur de la voiture décide de doubler le camion et impose à son véhicule une accélération constante $a = 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

On prendra comme origine le repère la position de l'avant de la voiture au début du dépassement.

- Établir l'équation horaire $x_{av}(t)$ du mouvement de l'avant de la voiture ainsi que celle du mouvement de l'avant du camion, $X_{av}(t)$.
- Si on considère que le dépassement est terminé quand l'arrière de la voiture est 20 m devant l'avant du camion, calculer la durée de dépassement ainsi que la distance parcourue par le camion pendant ce temps.

Exercice 5 : Attention au choc

Deux voitures se suivent sur une ligne droite à la vitesse $v = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à une distance $d = 80 \text{ m}$ l'une de l'autre. A la date $t = 0$, la première freine avec une décélération constante de $\ddot{x}_A = -2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Celle qui la suit commence à freiner seulement 2,0 secondes plus tard, avec une décélération constante de $\ddot{x}_B = -1,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- En prenant pour origine du repère spatiale la position de la seconde voiture à la date $t = 0$, établir les équations horaires du mouvement des deux véhicules.
- Déterminer la position et la date de contact.

Exercice 6 : Mouvement rectiligne sinusoïdal

Un anneau au bout d'un ressort oscille à la manière sinusoïdale le long d'une tige horizontale. On repère sa position par rapport à sa position d'équilibre ; elle est donnée par la fonction $x(t) = X_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$

- La longueur totale parcourue par la masse entre ses deux positions extrêmes est de 20 cm. Que vaut X_m ?
- La période des oscillations est $T = 0,5 \text{ s}$. Calculer ω_0 .
- A l'instant $t = 0$, la masse est à la position $x(0) = 5,0 \text{ cm}$. Calculer ϕ . En déduire la position de l'anneau à l'instant $t_1 = 1,5 \text{ s}$.
- Exprimer la vitesse de l'anneau en fonction de X_m , ω_0 , ϕ et t . Calculer sa vitesse maximale.
- Établir l'expression de l'accélération de l'anneau en fonction de X_m , ω_0 , ϕ et t , puis en fonction de ω_0 et x . Commenter le résultat obtenu.

Exercice 7 : Jeu de plage

Claude, situé en O sur la plage, lance un frisbee avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 horizontal, et faisant un angle α avec la direction (Ox) dans laquelle se trouve son camarade François, à une distance D de lui. Le mouvement du frisbee est très complexe, aussi le modélise-t-on de façon plus simple : il a lieu dans le plan (Oxy) et le frisbee, assimilable à un point M, subit tout au long de son mouvement une accélération $\vec{a} = -a \cdot \vec{e}_y$. Le mouvement sera donc étudié dans le repère (Oxyz), muni de la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

- Déterminer les équations horaire du mouvement de M.
- Établir les équations cartésiennes de la trajectoire de M.
- Si $\alpha = 45^\circ$, exprimer v_0 pour que François puisse récupérer le frisbee sans avoir à bouger.